# Resolución del parcial:

**Ejercicio 1**: Como la solución general es $x(t) = \alpha e^{t} + \beta e^{-t} + g(t)$, entonces $1$ y $-1$ son las raíces del polinomio característico $\Rightarrow$ el polinomio debe ser:

$$\lambda^2 - 1 \Rightarrow \quad a + 3 = 0 \rightarrow \boxed{a = -3}$$
$$\boxed{b = -1}$$

**Ejercicio 2** $\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e^{2t} \\ -e^{2t} \end{pmatrix}$

Solución de la homogenea:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow (-1,1) \text{ es}$$

vector propio asociado al vp 1

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} \rightarrow (1,1) \text{ es}$$

vector propio asociado al vp 3

Entonces $P = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ y

$$\begin{pmatrix} x_h \\ y_h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A e^{t} \\ B e^{3t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -Ae^{t} + Be^{3t} \\ Ae^{t} + Be^{3t} \end{pmatrix}$$

Solución particular

$$\begin{matrix} x = \alpha e^{2t} \\ y = \beta e^{2t} \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} 2\alpha e^{2t} = 2\alpha e^{2t} + \beta e^{2t} + e^{2t} \\ 2\beta e^{2t} = \alpha e^{2t} + 2\beta e^{2t} - e^{2t} \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} \beta + 1 = 0 & \rightarrow \beta = -1 \\ \alpha - 1 = 0 & \alpha = 1 \end{matrix}$$

$$\rightarrow \begin{matrix} x = -Ae^{t} + Be^{3t} + e^{2t} \\ y = Ae^{t} + Be^{3t} - e^{2t} \end{matrix}$$

$$\left.\begin{matrix} x(0) = 1 \rightarrow & -A + B + 1 = 1 \\ y(0) = 2 \rightarrow & A + B - 1 = 2 \end{matrix}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow 2B = 3 \quad B = 3/2 \quad A = 3 - 3/2 = 3/2$$

$$x = -\frac{3}{2} e^{t} + 3/2\, e^{3t} + e^{2t}$$
$$y = \frac{3}{2} e^{t} + 3/2\, e^{3t} - e^{2t}$$

$$\Rightarrow \phi(1) = \left( -\frac{3e}{2} + \frac{3}{2} e^{3} + e^{2},\ \frac{3}{2} e + \frac{3}{2} e^{3} - e^{2} \right)$$

**Ejercicio 3**

$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ $\quad P(\lambda) = (1-\lambda)(2-\lambda) - 6 = \lambda^2 - 3\lambda - 4 \quad \begin{matrix} \nearrow 4 \\ \searrow -1 \end{matrix}$

$\boxed{\text{Figura 4}}$

$A_2 = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ $\quad P(\lambda) = (-2-\lambda)(-\lambda) + 1 = \lambda^2 + 2\lambda + 1 \longrightarrow -1$ doble.

$\boxed{\text{Figura 1}}$

$A_3 = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ $\quad P(\lambda) = (-1-\lambda)(1-\lambda) + 2 = \lambda^2 - 1 + 2$ raíces complejas con parte real 0

$\boxed{\text{Figura 3}}$

$A_4 = \begin{pmatrix} 1/2 & 2 \\ -1 & -3/2 \end{pmatrix}$ $\quad P(\lambda) = (1/2 - \lambda)(-3/2 - \lambda) + 2 = \lambda^2 + \lambda + 5/4$, raíces complejas con parte real $-1/2$.

$\boxed{\text{Figura 2}}$

**Ejercicio 4**

1) $f(t,x) = \sqrt{t - x} \qquad x(2) = 2$
La función no es localmente Lipschitz en un entorno del punto $(2,2)$.

2) $f(t,x) = \sqrt{|t - x|} \qquad x(2) = 1$
La función es continua y localmente Lipschitz en un entorno del punto $(2,1)$

3) $f(t,x) = \frac{t-1}{x} \qquad x(0) = 1$
La función es continua y localmente Lipschitz en un entorno del punto $(0,1)$

4) $f(t,x) = \min\left\{ \frac{x}{t}, 1 \right\}$
En un entorno del punto $(1,0)$ la función $f(t,x) = \frac{x}{t}$, que es continua y localmente Lipschitz.

La respuesta correcta es la D.

**Ejercicio 5**: Ver resolución del trabajo 2.