Ecuaciones Diferenciales
Segundo parcial

24 de noviembre de 2015.

No. parcial	Apellido y nombre	Firma	Cédula

1. *a*) Se considera la ecuación:

$$(*)\begin{cases} u_t = u_{xx} \quad \text{para todo } (x,t) \in (0,\pi)\times(0,+\infty), \\ u_x(0,t) = 0 \text{ y } u_x(\pi,t) = 0 \quad \text{para todo } t > 0, \\ u(x,0) = x \quad \text{para todo } x \in [0,\pi], \\ u \text{ de clase } C^2 \text{ en } (0,\pi)\times(0,+\infty) \text{ y continua en } [0,\pi]\times(0,+\infty). \end{cases}$$

Buscando soluciones de la forma $X(x)T(t)$ hallar una solución u de (*) con

$$u(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} u_n(x,t).$$

(Observar que si $u_n(x,t) = X(x)T(t)$, la condición $u_x(0,t) = 0$ implica $X^{'}(0) = 0$ y $u_x(\pi,t) = 0$ implica $X^{'}(\pi) = 0$.)

b) Probar que

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\partial u_n(x,t)}{\partial t} \quad \text{para} \quad (x,t) \in (0,\pi)\times(0,+\infty).$$

Si se usa un resultado se debe enunciar. Solo enunciar, NO demostrar.

2. *a*) Enunciar y demostrar el teorema de Liapunov 1.

b) Se considera la ecuación $(\dot{x},\dot{y}) = (y + yx, -x - x^2)$

Estudiar la estabilidad de los puntos críticos.