

# Segundo parcial de Ecuaciones Diferenciales.

2 de diciembre de 2009.

No. parcial	Apellido y nombre	Firma	Cédula

**En todos los casos se deben justificar las respuestas, haciendo referencia a los resultados utilizados.**

1. (20 puntos) Se considera el sistema lineal  $\dot{x} = Ax$ , donde  $A$  es la matriz

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- Estudiar la estabilidad y la estabilidad asintótica del origen.
- Esbozar el diagrama de fase.
- Definir matriz exponencial y hallarla en este caso. Probar que

$$e^{A(t+s)} = e^{At}e^{As}.$$

2. (20 puntos) Se considera el sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = -y + xf(x^2 + y^2) \\ \dot{y} = x + yf(x^2 + y^2) \end{cases},$$

donde  $f$  es una función de clase  $C^1$ ,  $f(0) = 0$  y  $f > 0$  en un intervalo  $(0, \epsilon)$  con  $\epsilon > 0$ . Estudiar estabilidad en el origen tanto para el sistema anterior como para su linealización, comparando los resultados.

3. (20 puntos) Sea  $f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = x(\pi - x)$ .

- Hallar la serie de Fourier de la extensión impar y  $2\pi$ -periódica de  $f$ .
- Resolver:

$$\begin{cases} u_{xx} = u_t \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \text{ para todo } t \geq 0 \\ u(x, 0) = f(x), \text{ para todo } x \in [0, \pi] \end{cases}$$

- Hallar el máximo de  $u$  restringida al rectángulo  $[0, \pi] \times [0, \pi]$ .