Ecuaciones Diferenciales
Primer parcial

29 de setiembre de 2012.

No. parcial	Apellido y nombre	Firma	Cédula

1. *a*) Sea A una matriz $n \times n$ de coeficientes reales. Probar que el intervalo maximal de las soluciones de $\dot{x} = Ax$ es $\mathbb{R}$. Enunciar los resultados que se utlicen (5 puntos).
   b) Dibujar el diagrama de fase de $\dot{x} = Ax$ para las siguientes casos (6 puntos):
   $$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$
   c) Hallar e^{Ct} (6 puntos).

2. Se considera la ecuación
   $$\begin{cases} \dot{x} = 2x^2 + xy \\ \dot{y} = -2xy - y^2 \end{cases}$$
   a) Hallar los puntos críticos (1 punto).
   b) Sea $H(x, y) = xy$. Probar que $\dot{H}(x, y) = 0$ (1 punto).
   c) Estudiar la estabilidad de los puntos críticos (7 puntos).

3. *a*) Sea (f_n) tales que $f_n : E \to \mathbb{R}$ continuas para todo n.
   Probar que si f_n converge uniformemente a f entonces f es continua (7 puntos).
   b) Sea $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f_n(x) = (cos(x))^n$.
      1) Estudiar convergencia puntual (2 puntos).
      2) Estudiar convergencia uniforme (2 puntos).
   c) Sea $f_n : (0, \pi) \to \mathbb{R}$ tal que $f_n(x) = (cos(x))^n$. Estudiar convergencia uniforme (3 puntos) .