

Problema 2

a.

$$G_{OL} = (-1)(-k) \left(-\frac{R_1}{L_1 s + R_1} \right) \frac{\frac{1}{Cs}}{L_2 s + R_2 + \frac{1}{Cs}} = -k \frac{\frac{R_1}{L_1}}{s + \frac{R_1}{L_1}} \frac{\frac{1}{L_2 C_2}}{s^2 + \frac{R_2}{L_2} s + \frac{1}{L_2 C_2}}$$

b.

$$G_{OL} = -k \frac{\frac{R_1}{L_1}}{s + \frac{R_1}{L_1}} \frac{\left(100 \frac{R_1}{L_1}\right)^2}{s^2 + 100 \frac{R_1}{L_1} s + \left(100 \frac{R_1}{L_1}\right)^2} = -k \frac{\omega_0 \omega_1^2}{(s + \omega_0)(s^2 + \omega_1 s + \omega_1^2)}$$

. donde $\omega_0 = \frac{R_1}{L_1}$ y $\omega_1 = 100 \frac{R_1}{L_1}$

c. Utilizamos el criterio de Nyquist con $A\beta = -G_{OL}$, el sistema está bien planteado ya que $\lim_{s \rightarrow \infty} A\beta(s) = 0 \neq -1$ y no hay cancelaciones cero polo en C^+ tampoco. En la figura 1 se muestran los diagramas de Bode y Nyquist

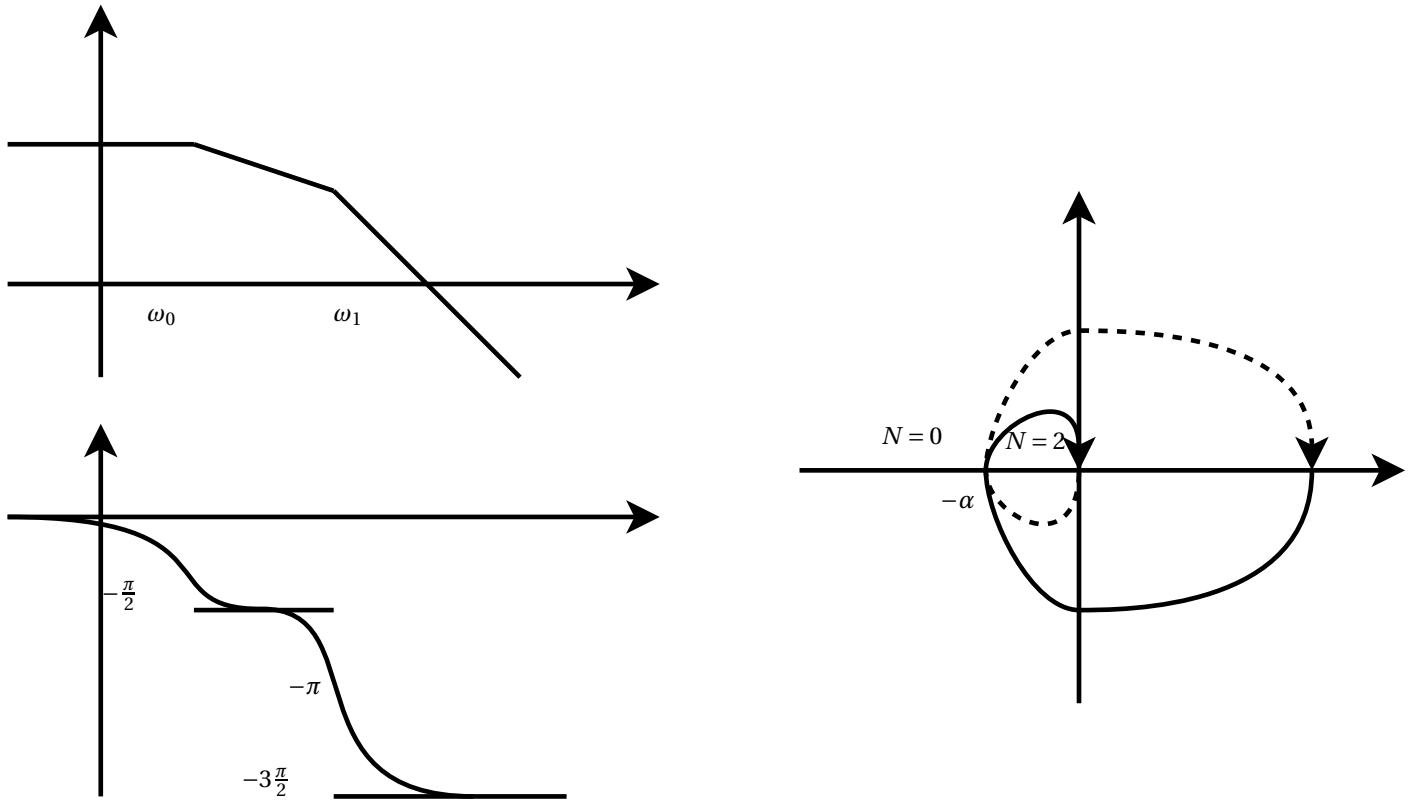


Figura 1: Diagramas de Bode y Nyquist

Para que el sistema sea estable $\alpha < 1$ ya que $Z = N + P$ y $P = 0$ el diagrama de Nyquist no debe dar ninguna vuelta al rededor del -1 . EL punto $-\alpha$ es fácil de determinar a partir del Bode, allí vemos que el corte del diagrama de Nyquist con el semieje real negativo ($\arg(A\beta(j\omega) = \pi$) se da para $\omega = \omega_1$.

Por lo tanto $\alpha \simeq -A\beta(j\omega_1) \simeq -k \frac{\omega_0 \omega_1^2}{j\omega_1 \cdot j\omega_1^2} = \frac{k}{100}$, para que el sistema sea estable debe darse $k < 100$.

d. Para que el margen de ganancia sea mayor o igual que 2 debe cumplirse $\alpha \leq \frac{1}{2}$ o sea $k \leq 50$

e. Para los valores de k para los cuales el sistema es estable podemos usar el teorema del valor final ya que $1 + A\beta(s)$ no tienen polos en C^+ . $E(s) = \frac{1}{1 + A\beta(s)} V_i(s)$. $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + A\beta(s)} = \frac{1}{1 + k}$

f. $k \leq 50$ por lo tanto $e_{min} = \frac{1}{1 + 50} = \frac{1}{51} \simeq 0,02$