

INDUCIDO ó ARMADURA , CORRIENTE ALTERNA , UBICADO EN EL ESTATOR ,
 EN GENERAL TRIFÁSICO (3 BOBINAS ESTATORIAS A INTERVALOS de
 120° ELÉCTRICAS) (SIMÉTRICO RESPECTO A
 CUALQUIERA DE LAS FASES)

INDUCTOR ó CAMPO , CORRIENTE CONTINUA , SOLIDARIO AL ROTOR , BOBINADO
 CONCENTRADO ALREDEDOR DE EXPANSIONES POLARES (MÁQ. POLOS
 SALIENTES) ó REPARTIDO EN RANURAS PRACTICADAS EN LA HALLA DE
 UN ROTOR CILÍNDRICO (MÁQ. ROTOR LISO)

a rotación uniforme del campo magnético en el entrehierro genera en las bobinas
 estatoricas voltajes desfasados 120° en el tiempo.

Al ser recorrido el bobinado de armadura por corrientes trifásicas balanceadas
 crea en el entrehierro una fmm que puede ser resuelta en armónicos espaciales
 demuestra que la fundamental gira en el entrehierro a la velocidad de sincronismo
 no impuesta por la frecuencia de las corrientes estatoricas, mientras que los armónicos
 espaciales giran a velocidades diferentes.

en de régimen \rightarrow interacción campo magnético rotor, con campo magnético de
 1^{er} armónico generado por el estator, si el rotor gira a la
 velocidad síncrona.

a conversión electromagnética de energía puede tener lugar en cualquier dirección.

En operación normal el campo magnético resultante en el entrehierro es giratorio
 respecto a los devanados del estator y a la estructura magnética que les sirve de
 soporte. Aparecen voltajes inducidos en el hierro al igual que en las bobinas y
se laminan el hierro del estator de manera de "romper" los caminos de las
 corrientes parásitas y minimizar las pérdidas i^2 originadas por dichas corrientes.

Los armónicos de la fmm creada por la armadura giran en el ^{rotor} ~~entorno~~ a velocidades distintas de la sincrónica y generan campos magnéticos que se mueven en relación al rotor. Estos campos contribuyen a la creación de corrientes parásitas en la superficie del rotor, por lo que es conveniente laminar al menos la superficie del rotor.

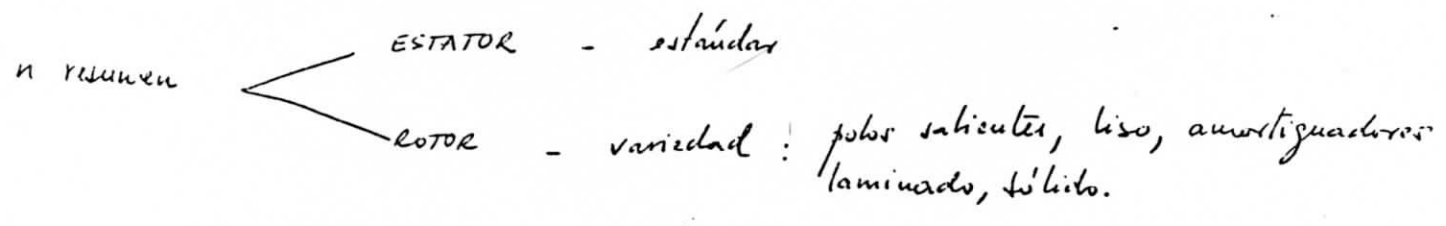
- 1) máquina de polos salientes → expansiones polares laminadas.
- 2) " " rotor liso → única pieza sólida de acero.

Las máquinas de polos salientes tienen su rotor provisto de AMORTIGUADORES constituidos por barras de cobre o de bronce colocadas en ranuras practicadas en la superficie de las expansiones polares. Barras que se unen entre sí en sus extremos por medio de anillos conductores formando una especie de jaula de ardilla.

En las máquinas de rotor liso la parte maciza del hierro rotórico juega el rol de amortiguador.

Los amortiguadores se oponen a toda variación rápida del flujo a través del rotor.

- limiten:
- arranque del motor sincrónico como asíncrono.
 - amortiguar las oscilaciones rotóricas.
 - reducen sobretensiones bajo ciertas condiciones de cortocircuito.
 - ayuda a la sincronización de la máquina.



En el presente curso estudiaremos un método analítico que permitirá examinar el desempeño de la máquina sincrónica tanto desde el punto de vista de su comportamiento dinámico como de régimen. Será necesario la idealización de la máquina, a cual será considerada como un grupo de bobinas cuyos coeficientes de self-inducción e inducción mutua varían con el tiempo.

Los devanados amortiguadores tienen en cuenta todos los circuitos cerrados (excepto devanados de campo) que existen en el rotor. Son circuitos a los cuales no se le aplican voltajes externos.

Consisten en general en barras de cobre o bronce colocadas en ranuras practicadas en las caras polares de las máquinas de polos salientes, conectadas entre ellas en sus extremos a medio de anillos formando una especie de jaula de ardilla o jaula múltiple de segmentos. Existen algunas veces los denominados collares de campo que sirven como soporte del bobinado de campo y que forman circuitos cerrados alrededor de los polos. Hay también caminos o circuitos de corriente parásitas en el hierro del núcleo rotórico, ya este sólido o laminado.

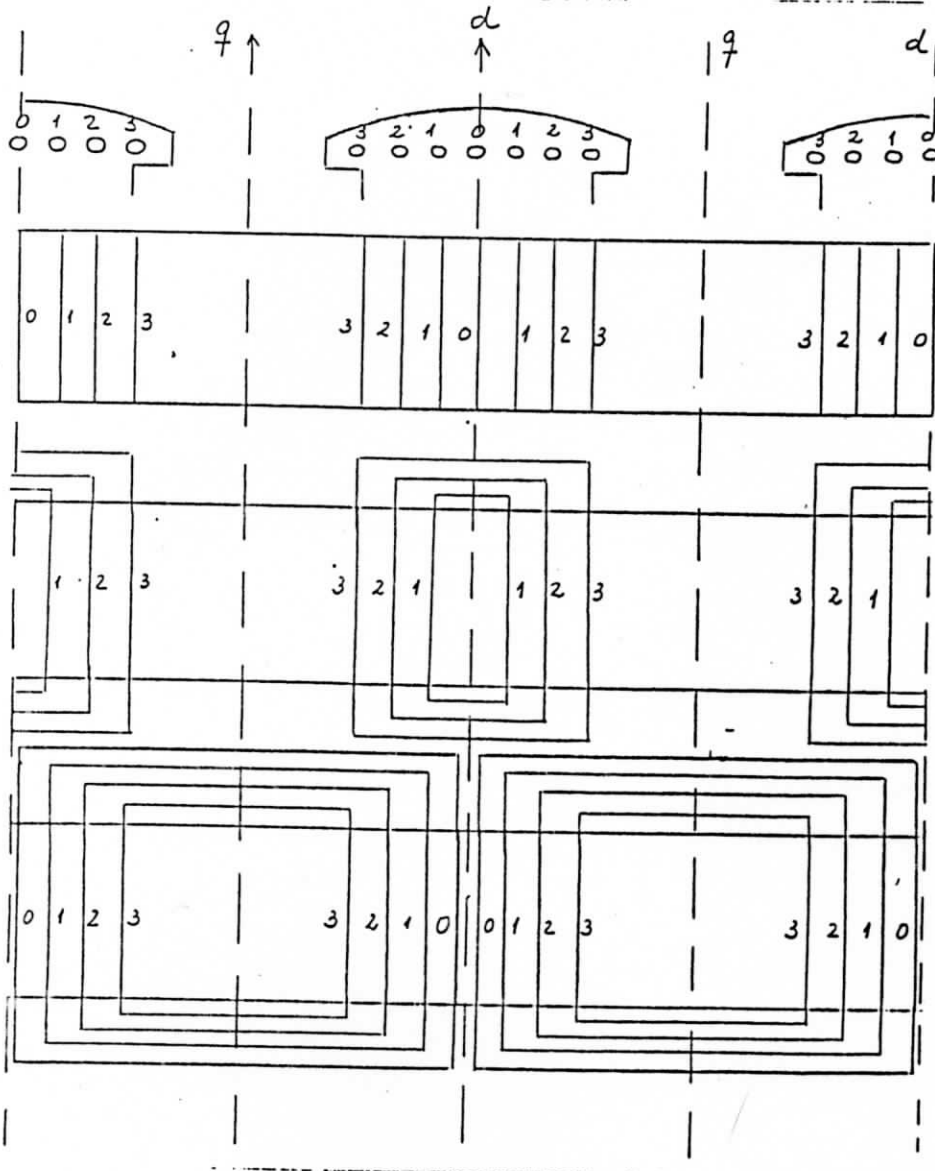
Estos circuitos cerrados reaccionan ante los cambios de flujo de la máquina y para tener una representación completa de la misma es necesario considerar un gran número de circuitos.

Todos los circuitos amortiguadores son normalmente simétricos con respecto a ambos ejes de la máquina y pueden ser representados por medio de m bobinas según el eje directo y n bobinas según el eje en cuadratura.

Las corrientes parásitas en el hierro equivaldrían a una jaula de ardilla con infinitas barras y se requerirían por lo tanto un número infinito de bobinas para su exacta representación, sin embargo a efectos prácticos se considera sólo un número reducido de bobinas.

En la mayoría de las máquinas de polos salientes las barras amortiguadoras no están conectadas entre polos, pero la corriente puede circular entre polos en los extremos del rotor ya que se cierra el circuito por el hierro del núcleo pues las barras no son aisladas. Esto implica que la representación circuital es una aproximación pues la corriente no está confinada a circular únicamente por las barras sino que parte de ella se dispersa por el hierro. Este efecto es pequeño salvo en el espacio interpolar y en los turbogeneradores (rotor liso) en los cuales las corrientes en el hierro juegan el papel de amortiguadores.

Las bobinas que representan las barras o los caminos de corrientes parásitas se interconectan en los extremos del núcleo como a continuación se explica. 203



(14 barras, 14 corrientes, 14 ecuaciones $\left\{ \begin{array}{l} 6 \text{ mallas (d)} \\ 8 \text{ mallas (g)} \end{array} \right.$)

Características de la representación

Si hay $2n$ o $2n+1$ barras por cada polo, se tendrán n cuadros en cortocircuito según el eje polar. Cada uno de los n circuitos está acoplado magnéticamente a los otros $n-1$, al devanado de campo y a los tres arrollados estáticos. Estos n cuadros están acoplados eléctricamente presentando impedancias comunes debido a que parte de los trayectos de sus corrientes son comunes. (anillos o segmentos de los extremos)

Máquina bipolar con un amortiguador formado por 7 barras por polo cuyo desarrollo se muestra en la figura.

Se indica esquemáticamente como se tienen en cuenta los circuitos amortiguadores distribuyéndolos por dos grupos de circuitos.

- Un grupo formado tomando dos a dos las barras simétricas con relación al eje polar.
- Otro se forma tomando de a dos las barras simétricas con relación al eje interpolar.

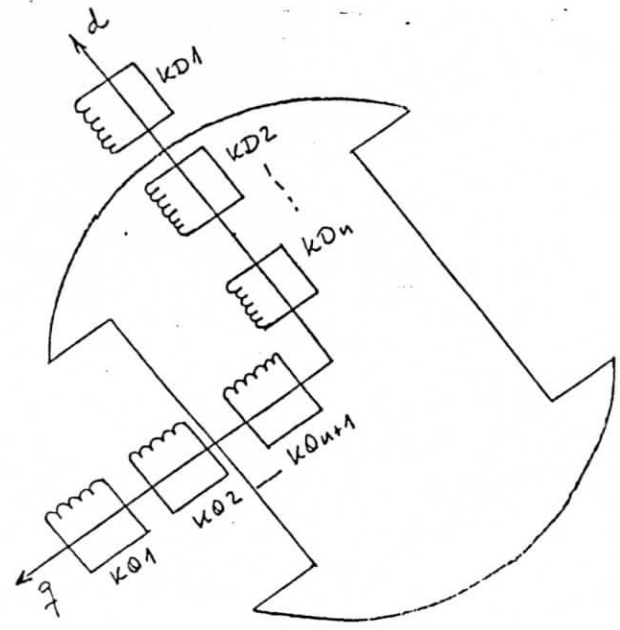
2. Si hay $2n$ o $2n+1$ barras por pieza polar, los amortiguadores equivalen a n o $n+1$ cuadros en cortocircuito según el eje interpolar. 204
 Estos cuadros están acoplados eléctrica y magnéticamente entre ellos y magnéticamente con los tres arrollamientos estáticos.

3. Los cuadros según el eje polar no presentan inductancia mutua con los cuadros según el eje interpolar ya que sus ejes son perpendiculares.

4. Los efectos de caídas de tensión mutuas entre cuadros de dos familias tienen una resultante nula a causa de la simetría de los amortiguadores respecto a los ejes polar e interpolar.

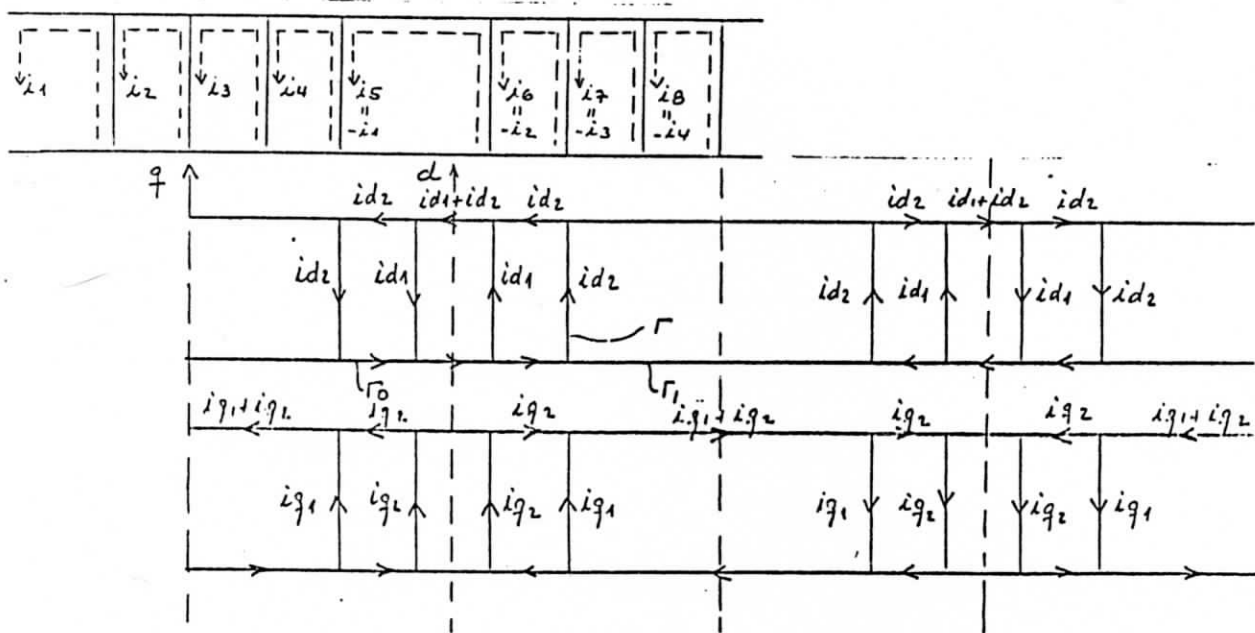
Toda caída de tensión que aparece en una barra o porción de anillo situada en un lado de un polo es igual y opuesta a la que se produce en la barra o porción de anillo simétrico con respecto al eje del polo

5. Si despreciamos los acoples resistivos el esquema circuital equivalente de los devanados amortiguadores se indica en la figura



Circuito de 8 mallas que se reduce a 4 mallas con corrientes distintas por las características de simetría del campo magnético en el entrehierro.

Para el análisis consideramos 2 mallas i_{d1} e i_{d2} simétricas respecto al eje d y 2 mallas i_{q1} e i_{q2} simétricas respecto al eje q .



$$k_{D1}) \quad 0 = r(i_{d1} + i_{q2}) + 2r_0(i_{d1} + i_{d2}) + r(i_{d1} - i_{q2}) + \frac{d\psi_{k_{D1}}}{dt}$$

$$k_{D2}) \quad 0 = r(i_{d2} + i_{q1}) + 2r_0(i_{d2} - i_{q2}) + 2r_0(i_{d1} + i_{d2}) + 2r_0(i_{d2} + i_{q2}) + r(i_{d2} - i_{q1}) + \frac{d\psi_{k_{D2}}}{dt}$$

$$k_{Q1}) \quad 0 = r(i_{q1} + i_{d2}) + 2r_1(i_{q1} + i_{q2}) + r(i_{q1} - i_{d2}) + \frac{d\psi_{k_{Q1}}}{dt}$$

$$k_{Q2}) \quad 0 = r(i_{q2} + i_{d1}) + 2r_0(i_{q2} - i_{d2}) + 2r_1(i_{q1} + i_{q2}) + 2r_0(i_{q2} + i_{d2}) + r(i_{q2} - i_{d1}) + \frac{d\psi_{k_{Q2}}}{dt}$$

$$\Rightarrow \quad k_{D1}) \quad 0 = 2(r+r_0)i_{d1} + 2r_0i_{d2} + \frac{d\psi_{k_{D1}}}{dt}$$

$$k_{D2}) \quad 0 = 2r_0i_{d1} + 2(r+3r_0)i_{d2} + \frac{d\psi_{k_{D2}}}{dt}$$

$$k_{Q1}) \quad 0 = 2(r+r_1)i_{q1} + 2r_1i_{q2} + \frac{d\psi_{k_{Q1}}}{dt}$$

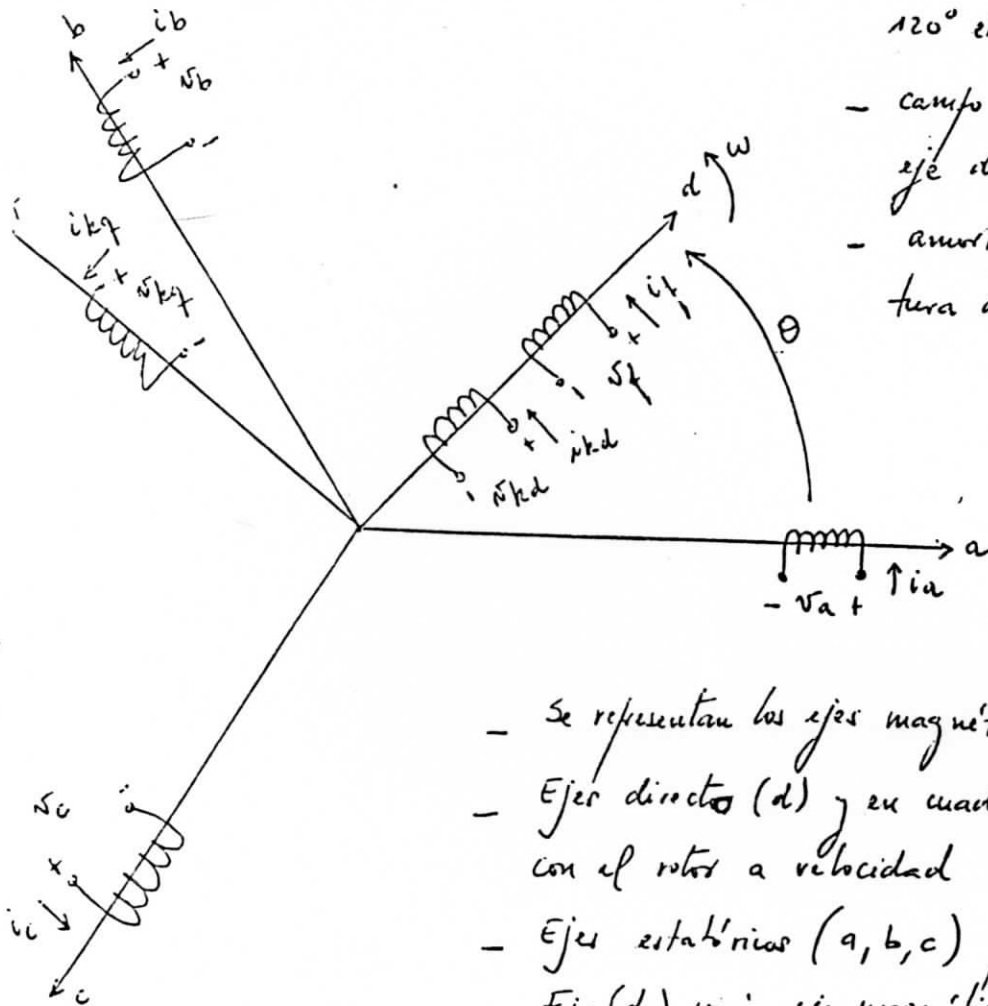
$$k_{Q2}) \quad 0 = 2r_1i_{q1} + 2(r+r_1+2r_0)i_{q2} + \frac{d\psi_{k_{Q2}}}{dt}$$

Hipótesis Simplificadoras:

1. DISTRIBUCIÓN SINUSOIDAL PARA LAS ESPIRAS DE LOS DEVANADOS DEL ESTATOR
 Implica: distribución espacial sinusoidal de las fmm debidas a los arrollamientos estatoricos a lo largo del entrehierro. Se desprecian armónicos espaciales de fmm.
 La comparación del modelo con resultados experimentales justifica esta hipótesis.
2. SE DESPRECIA EL EFFECTO DEL RANURADO ESTATORICO EN EL VALOR DE LAS INDUCTANCIAS PROPIAS Y MUTUAS DE LOS DISTINTOS ARROLLAMIENTOS. PARA ROTOR LITO SE DESPRECIA EL RANURADO DEL ROTOR.
 Buena aproximación con la experimentación para máquinas con gran número de ranuras por polo o un número pequeño de ranuras pero muchos polos.
3. SE DESPRECIAN LOS EFECTOS DE SATURACIÓN E HISTÉRESIS MAGNÉTICA. MÁQUINA MAGNÉTICA LINEAL.
4. SE DESPRECIAN LAS CORRIENTES PARÁSITAS DE FOUCAULT EN EL HIERRO DEL CIRCUITO MAGNÉTICO.
 Implica suponer: circuito magnético perfectamente laminado y despreciar la influencia de las piezas macizas.
5. SE DESPRECIA EL EFFECTO SKIN. Efecto que provoca el aumento de la resistencia efectiva de los devanados y la disminución de su inductancia. DENSIDAD DE CORRIENTE UNIFORME EN TODA LA SECCIÓN DE LOS CONDUCTORES ELEMENTALES.
6. SE DESPRECIAN LOS ACOPLAMIENTOS CAPACITIVOS ENTRE LOS ARROLLAMIENTOS.
7. LAS RESISTENCIAS DE LOS TRES ARROLLAMIENTOS ESTATORICOS SE ASUMEN IGUALES.
8. SE DESPRECIA LA VARIACIÓN DE LA RESISTENCIA DE LOS DEVANADOS CON LA TEMPERATURA.
9. CIRCUITOS AMORTIGUADORES REPRESENTADOS POR DOS ARROLLADOS EQUIVALENTES INDEPENDIENTES, UNO ALINEADO CON EL EJE DEL ROTOR (EJE BLANCO O DIRECTO) Y OTRO 90° DEL ANTERIOR (EJE INTERMEDIO O QUADRATURA).

Máquina síncrona trifásica bipolar. Estator que contiene tres arrollamientos de fase cuya eje magnéticos están desplazados 120° en el espacio uno del otro. Rotor de polos salientes que soporta el arrollamiento de campo. Amortiguador tipo jaula de ardilla distribuido a lo largo de la periferia rotórica.

Representación por medio de SEIS ARROLLAMIENTOS : - fases a, b, c estatoricas desfasadas 120° eléctricos en el espacio



- campo f_d y amortiguador k_d en el eje directo del rotor
- amortiguador k_y en el eje en cuadratura del rotor

- Se representan los ejes magnéticos de los arrollamientos.
- Eje directo (d) y en cuadratura (q) giran solidarios con el rotor a velocidad $\omega = \frac{d\theta}{dt}$
- Ejes estatoricos (a, b, c) permanecen fijos.
- Eje (d) según eje magnético del arrollamiento de campo y el eje (q) 90° adelantado respecto a aquel.

A cada arrollamiento de fase se le asocia un eje cuya orientación coincide con el eje magnético del mismo. Referencia : eje de la fase a.

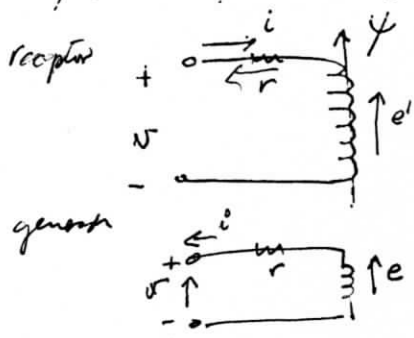
Los ángulos comprendidos entre los ejes de los arrollamientos de fase y el eje d, medidos positivamente en el sentido de rotación son :

$$\theta_a = \theta$$

$$\theta_b = \theta + 240^\circ = \theta - 120^\circ$$

$$\theta_c = \theta + 120^\circ$$

El comportamiento instantáneo de cada uno de los arrollamientos estará descrito mediante tres variables: el voltaje impuesto en sus bornes, la corriente que circula por el arrollamiento y el flujo concatenado.



Faraday :

$$v = ri + \frac{d\psi}{dt}$$

correcta si $e' = \frac{d\psi}{dt}$ $\left\{ \begin{array}{l} e' = -e \\ \text{con signo opuesto} \end{array} \right.$

$$v = e - ri$$

$$v = -\frac{d\psi}{dt} - ri$$

$$v + ri = -\frac{d\psi}{dt}$$

resistencia óhmica del arrollamiento

Convención de signos del MOTOR.

La relación entre los flujos concatenados por los arrollamientos del estator y del rotor y sus respectivas corrientes puede expresarse a través de la siguiente relación matricial que tiene en cuenta las inductancias mutuas y propias de los devanados

ψ_a	L_{aa}	L_{ab}	L_{ac}	L_{af}	L_{ad}	L_{ak}	i_a
ψ_b	L_{ba}	L_{bb}	L_{bc}	L_{bf}	L_{bd}	L_{bk}	i_b
ψ_c	L_{ca}	L_{cb}	L_{cc}	L_{cf}	L_{cd}	L_{ck}	i_c
ψ_f	L_{fa}	L_{fb}	L_{fc}	L_{fd}	L_{fd}	L_{fk}	i_f
ψ_d	L_{da}	L_{db}	L_{dc}	L_{df}	L_{dd}	L_{dk}	i_d
ψ_k	L_{ka}	L_{kb}	L_{kc}	L_{kf}	L_{kd}	L_{kk}	i_k

Forma de variación de los coeficientes de inducción en función de θ . (geometría de la máquina). Las inductancias propias y mutuas de los arrollamientos de fase en el estator varían con la posición del rotor, debido a que distintas posiciones de éste presentan distintas permeancias de los caminos de los flujos originados en el estator.

Además, como la estructura del rotor tiene dos ejes de simetría, cada 180° de giro se repite el mismo camino magnético, variando la inductancia en función del ángulo doble: 2θ .

Ej: para la fase a, L_{aa} adquiere su valor máximo para $\theta = 0^\circ$, es mínimo para $\theta = 90^\circ$, máxima de nuevo para $\theta = 180^\circ$ y así sucesivamente.

- b. Las inductancias propias y mutuas de los arrollamientos del rotor son constantes, pues siendo el estator una estructura cilíndrica ya que se desprecian los efectos del ranurado, los caminos magnéticos presentados a los flujos rotóricos son independientes de la posición angular del rotor. Además como los ejes d y q están en cuadratura se verifica que:

$$L_{fky} = L_{kyf} = 0$$

;

$$L_{kqkd} = L_{kdqk} = 0$$

- c. Las inductancias mutuas entre los arrollamientos del rotor y el estator varían periódicamente en función del ángulo simple ya que el acoplamiento magnético se realiza entre un devanado fijo y otro giratorio. Entre el arrollamiento de la fase a y el campo, por ejemplo, la inductancia será máxima positiva en $\theta = 0^\circ$, cero para $\theta = 90^\circ$, máxima negativa para $\theta = 180^\circ$ y cero para $\theta = 270^\circ$ y así sucesivamente.

Definimos:

$$\begin{bmatrix} v_{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} v_{fk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_f \\ v_{kd} \\ v_{kq} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} i_{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} i_{fk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_f \\ i_{kd} \\ i_{kq} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \psi_{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \psi_{fk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_f \\ \psi_{kd} \\ \psi_{kq} \end{bmatrix}$$

$$R_s = \begin{bmatrix} r_s & 0 & 0 \\ 0 & r_s & 0 \\ 0 & 0 & r_s \end{bmatrix}$$

$$R_r = \begin{bmatrix} r_f & 0 & 0 \\ 0 & r_{kd} & 0 \\ 0 & 0 & r_{kq} \end{bmatrix}$$

$$L_{rr} = \begin{bmatrix} L_{fd} & L_{fkd} & 0 \\ L_{fkd} & L_{kd} & 0 \\ 0 & 0 & L_{kq} \end{bmatrix}$$

$$L_{ss} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ab} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{ac} & L_{bc} & L_{cc} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} L_{aa} &= L_{s0} + L_{sv} \cos 2\theta & L_{ab} &= M_{s0} + L_{sv} \cos 2(\theta + 2\pi/3) \\ L_{bb} &= L_{s0} + L_{sv} \cos 2(\theta - 2\pi/3) & L_{bc} &= M_{s0} + L_{sv} \cos 2\theta \\ L_{cc} &= L_{s0} + L_{sv} \cos 2(\theta + 2\pi/3) & L_{ac} &= M_{s0} + L_{sv} \cos 2(\theta - 2\pi/3) \end{aligned}$$

$$M_{sr} = \begin{bmatrix} L_{af} & L_{akd} & L_{akq} \\ L_{bf} & L_{bkd} & L_{bkq} \\ L_{cf} & L_{ckd} & L_{ckq} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} L_{af} &= M_{fs} \cos \theta & L_{akq} &= -M_{ks} \sin \theta \\ L_{bf} &= M_{fs} \cos (\theta - 2\pi/3) & L_{bkq} &= -M_{ks} \sin (\theta - 2\pi/3) \\ L_{cf} &= M_{fs} \cos (\theta + 2\pi/3) & L_{ckq} &= -M_{ks} \sin (\theta + 2\pi/3) \\ L_{akd} &= M_{ks} \cos \theta & & \\ L_{bkd} &= M_{ks} \cos (\theta - 2\pi/3) & & \\ L_{ckd} &= M_{ks} \cos (\theta + 2\pi/3) & & \end{aligned}$$

$$M_{rs} = M_{sr}^t$$

Ecuaciones de la máquina :

$$\begin{bmatrix} v_{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{abc} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v_{fk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{fk} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{fk} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \psi_{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{sr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{fk} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \psi_{fk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{rs} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{fk} \end{bmatrix}$$

Eliminando los flujos :

$$\begin{bmatrix} v_{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \left[\begin{bmatrix} L_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{sr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{fk} \end{bmatrix} \right]$$

$$\begin{bmatrix} v_{fk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{fk} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \left[\begin{bmatrix} M_{rs} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{fk} \end{bmatrix} \right]$$

Definidos :

$$\begin{bmatrix} i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{abc} \\ i_{fk} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ss} & M_{sr} \\ M_{rs} & L_{rr} \end{bmatrix}$$

Resulta el par : $T_m = \frac{1}{2} [i]^t \left\{ \frac{\partial}{\partial \theta} \begin{bmatrix} L \end{bmatrix} \right\} [i]$