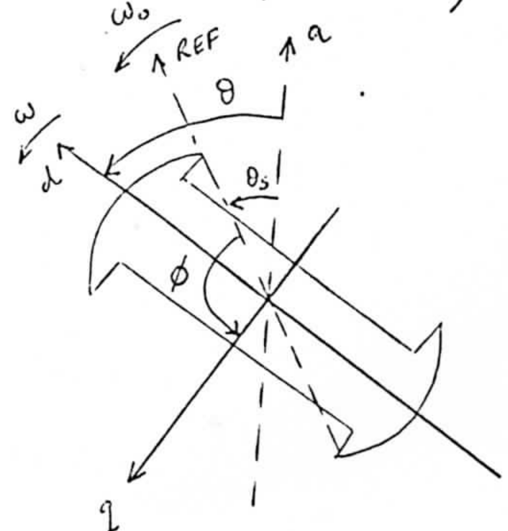
RÉGIMEN PERMANENTE A VELOCIDAD SINCRÓNICA

La máquina supuesta bipolar gira a velocidad sincrónica si su velocidad de rotación ω es igual a la pulsación de las tensiones y corrientes estatóricas.
Los regímenes permanentes a velocidad sincrónica corresponden al estudio clásico de la máquina sincrónica. Las ecuaciones de Park permiten obtener el diagrama vectorial de dos reactancias utilizado para los estudios de régimen.

Sistema de referencia angular. <u>Expresión de θ</u>



ω_0 = velocidad angular del eje de referencia igual a la sincrónica

ω = velocidad angular del rotor

Resulta útil referir el movimiento del rotor a un eje que gira a la velocidad angular ω_0 (eje sincrónico)

Definido ϕ en la figura $\Rightarrow$ $\theta = \theta_s + \phi - \frac{\pi}{2}$ (posición del eje de ref. respecto estator)

$$\frac{d\theta_s}{dt} = \omega_0 = cte \Rightarrow \theta_s = \omega_0 t + \theta_0$$

elegimos $\theta_0 = 0$ de modo que el eje de referencia coincida con la fase a del estator para $t = 0$

$$\theta_s = \omega_0 t \rightarrow \boxed{\theta = \omega_0 t + \phi - \frac{\pi}{2}}$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \omega_0 + \frac{d\phi}{dt}$$

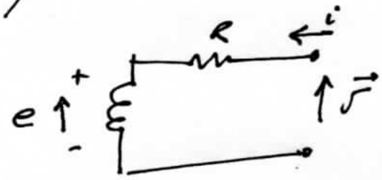
$$\omega = \omega_0 + \frac{d\phi}{dt}$$

si el rotor gira a velocidad sincrónica, será $\omega = \omega_0$ y ϕ será constante.

Funcionamiento en régimen permanente.

Previo: Convención de signos receptor y generador en las ecs. de PARK.

1) Conv. de signo receptor (motor)



$v(t) = e(t) + R\,i(t)$

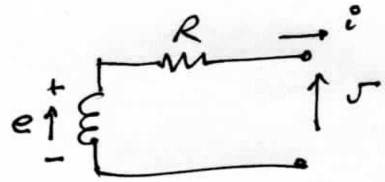
con $e(t) = +\frac{d\psi}{dt}$ (*)

1 $\Rightarrow \boxed{v_m(t) = R\,i_m(t) + \frac{d\psi_m}{dt}}$

Subíndice m para recordar que es en conv. de signos motor

(*) Recordar que ley de Faraday es $e = -\frac{d\psi}{dt}$ cuando $i>0$ sale por el extremo (+) de e.

2) Conv. de signos generador



$v(t) = e(t) - R\,i(t)$

con $e(t) = -\frac{d\psi}{dt}$

2 $\Rightarrow \boxed{v_g(t) = -R\,i_g(t) - \frac{d\psi_g}{dt}}$

Subíndice g para recordar que es en la conv. de signos generador

3) Pasaje de la conv. de signo motor a la generador

Las ecs. de PARK están escritas en conv. de signos receptor (motor) 1. Para pasarlas a conv. de signos generador 2, los esquemas sugieren que bastaría cambiar el signo de i.

Si hacemos $i'_g = -i_m$, $v_m = v_g$

$1 \rightarrow 1'$ $\boxed{v_m(t) = -R\,i'_g(t) + \frac{d\psi_m}{dt}}$

1' no tiene la forma de 2, por el signo de $\frac{d\psi}{dt}$. Pero si se observa que $[\psi] = \boxed{L}\,[i]$ en general, si se hizo $i'_g = -i_m$ se tendrá $\psi'_g = -\psi_m$ $\Rightarrow$ 1'' $\boxed{v_m(t) = -R\,i'_g(t) - \frac{d\psi'_g}{dt}}$

1'' sí tiene la forma 2

Otra forma de hacer el pasaje de la conv. receptor a la generador es cambiando el signo de la tensión v.

Haciendo $\quad v'_g = -v_m, \quad i_g = i_m \quad (\Rightarrow \psi_g = \psi_m)$

$$1 \rightarrow 1''' \quad -v'_g(t) = R\, i_m(t) + \frac{d\psi_m}{dt}$$

$$\Rightarrow \quad v'_g(t) = -R\, i_m(t) - \frac{d\psi_m}{dt}$$

$$\boxed{v'_g(t) = -R\, i_g(t) - \frac{d\psi_g}{dt}}$$

que es la forma 2

En resumen:

las eqs. de Park, escritas en conv. de signos receptor:

$$(1) \quad v_d = r_s i_d + \frac{d\psi_d}{dt} - \omega\psi_q$$

$$(2) \quad v_q = r_s i_q + \frac{d\psi_q}{dt} + \omega\psi_d$$

$$(3) \quad v_0 = r_s i_0 + \frac{d\psi_0}{dt}$$

estator

$$(4) \quad v_f = r_f i_f + \frac{d\psi_f}{dt}$$

$$(5) \quad v_{kd} = r_{kd} i_{kd} + \frac{d\psi_{kd}}{dt}$$

$$(6) \quad v_{kq} = r_{kq} i_{kq} + \frac{d\psi_{kq}}{dt}$$

rotor.

Si el rotor se deja en conv. de signos receptor, y se cambia la conv. de signos del estator:

$$\boxed{\begin{aligned} (1)' \quad & v_d + r_s i_d = -\frac{d\psi_d}{dt} + \omega\psi_q \\ (2)' \quad & v_q + r_s i_q = -\frac{d\psi_q}{dt} - \omega\psi_d \\ (3)' \quad & v_0 + r_s i_0 = -\frac{d\psi_0}{dt} \end{aligned}}$$

Eqs. de Park en conv. de signos generador

+ (4), (5), (6)

Ecs. de PARK en conv. signos generador

$$
\begin{bmatrix} -v_d \\ -v_q \\ -v_0 \\ v_f \\ v_{kd} \\ v_{kq} \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
r_s & -\omega L_q & 0 & 0 & 0 & -\omega M_{kq} \\
\omega L_d & r_s & 0 & \omega M_F & \omega M_{kd} & 0 \\
0 & 0 & r_s & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & r_f & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & r_{kd} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & & r_{kq}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \\ i_f \\ i_{kd} \\ i_{kq} \end{bmatrix}
+
\begin{bmatrix}
L_d & 0 & 0 & M_F & M_{kd} & 0 \\
0 & L_q & 0 & 0 & 0 & M_{kq} \\
0 & 0 & L_0 & 0 & 0 & 0 \\
M_F & 0 & 0 & L_{fd} & L_{fkd} & 0 \\
M_{kd} & 0 & 0 & L_{fkd} & L_{kd} & 0 \\
0 & M_{kq} & 0 & 0 & 0 & L_{kq}
\end{bmatrix}
\frac{d}{dt}
\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \\ i_f \\ i_{kd} \\ i_{kq} \end{bmatrix}
$$

4) Funcionamiento en vacío en rég. permanente (como generador)

Condiciones de funcionamiento:

a) rotor movido externamente a velocidad constante $\omega = \omega_0$ = velocidad de sincronismo.

b) $v_f = V_{fd} = cte$

c) $i_a = i_b = i_c = 0$: Estator en vacío

d) Se han extinguido todos los fenómenos transitorios.

$$i_a = i_b = i_c = 0 \Rightarrow [i_{abc}] = [0] \Rightarrow [i_{dqo}] = \boxed{P_1(\theta)}[i_{abc}] = [0]$$

Ecs. de Park para el rotor:

$$\begin{bmatrix} V_{fd} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_f & 0 & 0 \\ 0 & r_{kd} & 0 \\ 0 & 0 & r_{kq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_f \\ i_{kd} \\ i_{kq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{fd} & L_{fkd} & 0 \\ L_{fkd} & L_{kd} & 0 \\ 0 & 0 & L_{kq} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_f \\ i_{kd} \\ i_{kq} \end{bmatrix}$$

Pero en régimen $\quad i_f = \dfrac{V_{fd}}{r_f} \quad , \quad i_{kd} = i_{kq} = 0$

Ecs. de Park para el estator quedan:

$$\begin{bmatrix} -v_d \\ -v_q \\ -v_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\omega M_{kq} \\ \omega M_F & \omega M_{kd} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} M_F & M_{kd} & 0 \\ 0 & 0 & M_{kq} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\text{si } V_F = cte,\ i_f = cte,\ \text{término} = 0}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\omega M_f i_f \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \boxed{\begin{aligned} v_d &= 0 \\ v_q &= -\omega_0 \frac{M_F V_{fd}}{r_f} \\ v_0 &= 0 \end{aligned}} \quad \text{con } \omega_0 = \omega$$

Luego:

$$[v_{abc}] = \boxed{[P_1(\theta)]^{-1}}\,[v_{dq0}]$$

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & \frac{1}{\sqrt2} \\ \cos(\theta-\frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta-\frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt2} \\ \cos(\theta-\frac{4\pi}{3}) & -\sin(\theta-\frac{4\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -\omega_0 \frac{M_F v_{fd}}{r_f} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Definiendo $\boxed{E = \frac{\omega_0}{\sqrt3}\,\frac{M_F}{r_f}\,v_{fd}}$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_a = \sqrt2\,E\sin\theta & = -\sqrt2\,E\cos(\omega_0 t+\phi) \\ v_b = \sqrt2\,E\sin(\theta-\frac{2\pi}{3}) & = -\sqrt2\,E\cos(\omega_0 t+\phi-\frac{2\pi}{3}) \\ v_c = \sqrt2\,E\sin(\theta-\frac{4\pi}{3}) & = -\sqrt2\,E\cos(\omega_0 t+\phi-\frac{4\pi}{3}) \end{cases}$$

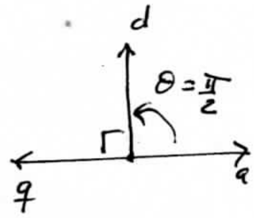
como $\boxed{\theta = \omega_0 t + \phi - \frac{\pi}{2}}$

El sistema de tensiones v_a, v_b, v_c es trifásico, equilibrado, directo, de valor eficaz E.

Obs: $v_a(t)$ es máximo para $\cos(\omega_0 t+\phi) = -1$

$\Rightarrow \omega_0 t + \phi = \pi$

$\Rightarrow \boxed{\theta = \pi/2}$



~~Eq~~ Eje q coincide con $-a$.

$v_a(t)$ es cero para $\omega_0 t + \phi = \begin{cases} \pi/2 \Rightarrow \theta = 0 \\ 3\pi/2 \Rightarrow \theta = \pi \end{cases}$ eje d coincide con a o con $-a$.

Estos ejes d y q están girando a la velocidad sincrónica. En un diagrama fasorial se los representará como ejes fijos.
En vacío, tomando v_a como referencia, el eje q