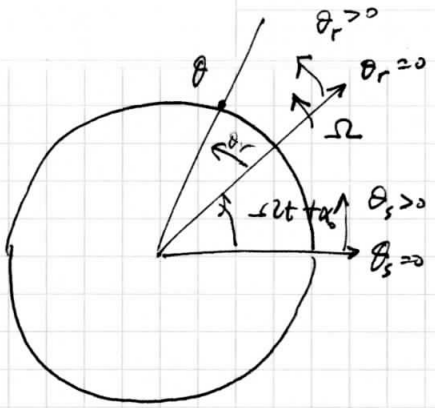


rotor gira a Ω respecto de estator.

Hip. $\underline{\Omega = cte}$

$$\theta_s = \theta_r + (\Omega t + \alpha_0)$$

$$H_s(\theta_s, t) = H_{s\,máx} \cos(\omega_s t - p_s \theta_s - \varphi_s)$$

$$H_r(\theta_r, t) = H_{r\,máx} \cos(\omega_r t - p_r \theta_r - \varphi_r)$$

$$\theta_s = \theta_r + \Omega t + \underbrace{(\theta_{s_0} - \theta_{r_0})}_{\zeta_0} \Rightarrow$$

no es indep. ni arbitrario. Habiendo elegido el origen de tiempos tal que los desfasajes de corriente valen φ_s y φ_r, no puede elegirse arbitrariamente el origen de t para que ζ_0 tenga un valor particular, (p.ej. $\zeta_0 = 0$). – Se elegirá ζ_0.

$$\boxed{\theta_r = \theta_s - \Omega t - \zeta_0}$$

$$H_r(\theta_r, t) = H_r(\theta_s, t) = H_{r\,máx} \cos\left[\omega_r t - p_r(\theta_s - \Omega t - \zeta_0) - \varphi_r\right]$$

$$= H_{r\,máx} \cos\left[\underbrace{(\omega_r + p_r \Omega)}_{\omega'_r} t - p_r \theta_s - \underbrace{(\varphi_r - p_r \zeta_0)}_{\varphi'_r}\right]$$

$$\boxed{\omega'_r = \omega_r + p_r \Omega} \Rightarrow \frac{\omega'_r}{p_r} = \frac{\omega_r}{p_r} + \Omega$$

$$\boxed{\varphi'_r = \varphi_r - p_r \zeta_0}$$

vel giro de Hr/estator. — vel Hr/rot. — vel rotor/estator

$$H_r(\theta_s, t) = H_{r\,máx} \cos(\omega'_r t - p_r \theta_s - \varphi'_r)$$

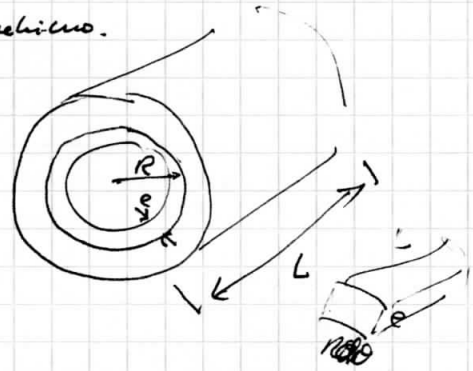
Notación: Llamaremos $\theta = \theta_s$ a la coord. en el sistema del estator, que es la única coord. angular que manejaremos en adelante.

$$H_{tot}(\theta,t) = H_s(\theta,t) + H_r(\theta,t)$$

$$H_{tot}(\theta,t) = H_{s_{max}} \cos(\omega_s t - p_s\theta - \varphi_s) + H_{r_{max}} \cos(\omega_r' t - p_r\theta - \varphi_r')$$

$$\frac{\partial W}{\partial vol} = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0} = \frac{1}{2}\mu_0 H_{tot}^2 \text{ en el entrehierro.}$$

$$W_{Tot} = \int_{Vol} \frac{\partial W}{\partial vol} \cdot dvol.$$



R = radio medio del entrehierro (hip. $e \ll R$)

L = longitud de la máquina.

$dvol = LRe\,d\theta$

$$W_{tot} = \int_0^{2\pi} LRe \cdot \frac{1}{2}\mu_0 H_{tot}^2(\theta,t)\,d\theta$$

$$W_{tot} = \frac{1}{2}\mu_0 LRe \int_0^{2\pi} H_{tot}^2(\theta,t)\,d\theta$$

$$W_{tot} = \frac{1}{2}\mu_0 LRe \int_0^{2\pi} \Big[\underbrace{H_s^2(\theta,t)}_{W_1} + \underbrace{H_r^2(\theta,t)}_{W_2} + 2\underbrace{H_s(\theta,t)H_r(\theta,t)}_{W_3}\Big]d\theta$$

$$W_1 = \frac{1}{2}\mu_0 LRe\, H_{s_{max}}^2 \int_0^{2\pi} \underbrace{\cos^2(\omega_s t - p_s\theta - \varphi_s)}_{\frac{1+\cos(2\omega_s t - 2p_s\theta - 2\varphi_s)}{2}}\,d\theta$$

$$\int_0^{2\pi} \cos(2p\theta + \dots) = 0.$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{2}\,d\theta = \frac{1}{2}\cdot 2\pi = \pi$$

$$\boxed{W_1 = \frac{1}{2}\mu_0 \pi LRe\, H_{s_{max}}^2}$$

Análogamente

$$\boxed{W_2 = \frac{1}{2}\mu_0 \pi LRe\, H_{r_{max}}^2}$$

$$W_3 = \frac{1}{\cancel{2}} \mu_0 L R e \cdot \cancel{2} H_{s_{max}} H_{r_{max}} \int_0^{2\pi} \underbrace{\cos(\omega_s t - p_s\theta - \varphi_s) \cos(\omega_r' t - p_r\theta - \varphi_r')}_{\parallel} d\theta$$

$$= \frac{1}{2}\Big[\cos\big((\omega_s+\omega_r')t - (p_s+p_r)\theta - (\varphi_s+\varphi_r')\big) + \cos\big((\omega_s-\omega_r')t - (p_s-p_r)\theta - (\varphi_s-\varphi_r')\big)\Big]$$

p_s y p_r son ambos enteros >0 $\Rightarrow$ p_s+p_r = entero >0 $= K$.

$$\int_0^{2\pi} \cos K\theta \, d\theta = 0$$

Si $p_s \neq p_r \Rightarrow p_s - p_r = k' \left(\begin{smallmatrix} >0 \\ <0 \end{smallmatrix}\right)$ pero $\int_0^{2\pi} \cos k'\theta \, d\theta = 0$

W_3 sólo es distinto de cero si $\boxed{p_s = p_r}$:

$$\Rightarrow W_3 = \frac{1}{2} \mu_0 L R e \, H_{s_{máx}} H_{r_{máx}} \int_0^{2\pi} \underbrace{\cos\big[(\omega_s-\omega_r')t - (\varphi_s-\varphi_r')\big]}_{\text{cte como } f(\theta)} d\theta$$

$$\boxed{W_3 = \mu_0 \pi L R e \, H_{s_{máx}} H_{r_{máx}} \cos\big[(\omega_s-\omega_r')t - (\varphi_s-\varphi_r')\big]}$$

Sist. lineal, $W_s = W_s'$, $\Gamma = \left.\frac{\partial W_s'}{\partial \psi}\right|_{i=cte.}$

$$\left.\begin{aligned} H_{s_{máx}} &= \frac{3}{2}\frac{4}{\pi} K_{b_s} n_s \sqrt{2} I_s \\ H_{r_{máx}} &= \frac{3}{2}\frac{4}{\pi} K_{b_r} n_r \sqrt{2} I_r \end{aligned}\right\}$$

Si se trata de bobinado trifásico (o lo que sea equivalente en términos de amplitud si alguno de los bobinados es q-fásico $\left(\frac{q}{2}\right)$ o monofásico (1))

En definitiva $H_{s_{máx}}$ y $H_{r_{máx}}$ son ambos proporcionales respectivamente a I_s e I_r

No sabemos aún cuál es el ángulo ψ respecto del cual hay que tomar la derivada (en sistemas con sencillos es la "coordenada de la parte móvil" pero sí está claro que W_1 y W_2 no dependen de ningún ángulo, y que sólo dependen de las corrientes, y que cuando se deriva a corrientes constantes, sus valores serán $=0$.

$$\left.\frac{\partial W_1}{\partial \psi(?)}\right|_{I_s=cte} = 0 \qquad \left.\frac{\partial W_2}{\partial \psi(?)}\right|_{I_r=cte} = 0 .$$

En W_3, sólo quedan posibles ángulos para ser "ν" dentro del cos,

es decir en $\cos\left[(\omega_s-\omega_r')t-(\varphi_s-\varphi_r')\right]$

Pero observamos que sea cual sea ν $\Rightarrow$ $\dfrac{\partial \cos(\ )}{\partial \nu} = -\sin(\ )$.

y es una expresión que depende de t, es decir que el par cambiará de signo con el tiempo, en forma sinusoidal.
Pero por hipótesis la máquina está girando a vel. $\Omega = cte$

$$P = \Gamma \cdot \Omega$$
$$W = \int_0^T P\,dt = \int_0^T \Gamma \cdot \Omega\,dt = \Omega \int_0^T \Gamma\,dt$$

dependiendo de T, el trabajo total realizado puede ser >0, <0, o $=0$.
motor generador

Para que sirva como convertidor, es decir que realice un trabajo siempre como motor, ó como generador.
$\hookrightarrow$ transf. e. mecánica en e. eléctrica.

transforma e. eléctrica en mecánica

$\Rightarrow$ debe ser $\boxed{\omega_s = \omega_r'}$, $\boxed{p_s = p_r = p}$ $\Rightarrow$ $\omega_s = \omega_r + p\Omega$

$$\boxed{\frac{\omega_s}{p} = \frac{\omega_r}{p} + \Omega}$$

cond. de pseudosincronismo o de sincronismo

vel giro ~~campo~~ H_s/s — vel. giro H_r/r — vel giro r/s

$\Rightarrow$ los dos campos giratorios, del estator y del rotor, giran exactamente a la misma velocidad.

$$\Rightarrow \boxed{W_3 = \mu_0 \pi L R e\, H_{s_{máx}} H_{r_{máx}} \cos(\varphi_s - \varphi_r')}$$

Esto restringe los posibles ángulos ν: $\begin{cases} \pm\varphi_s \\ \pm\varphi_r' \\ \pm(\varphi_s-\varphi_r') \end{cases}$

Γ = par aplicado sobre la parte móvil

30/09/09

$$H_s(\theta,t) = H_{s\,máx} \cos(\omega_s t - p\theta - \varphi_s)$$

$$H_r(\theta,t) = H_{r\,máx} \cos(\omega_s t - p\theta - \varphi_r')$$

$$\varphi_r' = \varphi_r - p\xi_0$$

$\varphi_s > 0$ $\quad \varphi_r' > \varphi_s$

$\varphi_r' > 0$

$p\nu = \varphi_s - \varphi_r' < 0$

$\Gamma > 0 \rightarrow \theta \nearrow$

$\Gamma < 0 \rightarrow \theta \searrow$

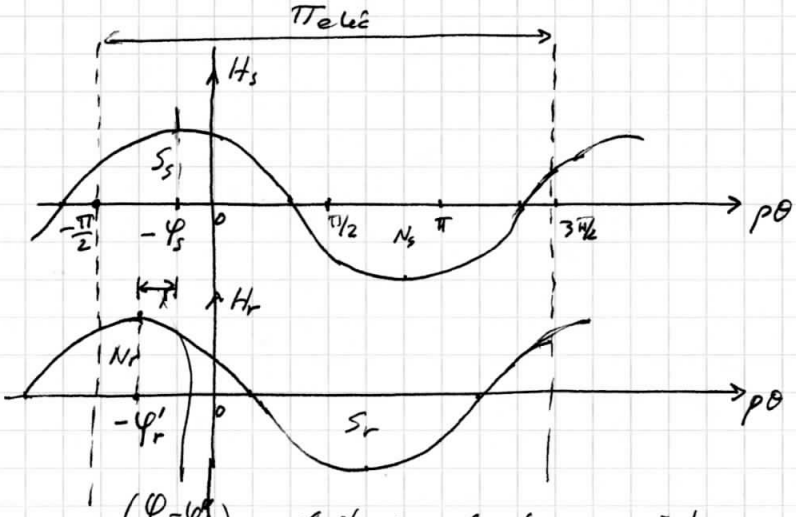
si $p\nu < 0 \Rightarrow \Gamma > 0$ el rotor gira $\theta \nearrow$

si $p\nu > 0 \rightarrow \Gamma < 0$ el rotor gira $\theta \searrow$

fijemos $t = t_0 = 0$

$$H_s(\theta,0) = H_{s\,máx} \cos(p\theta + \varphi_s)$$

$$H_r(\theta,0) = H_{r\,máx} \cos(p\theta + \varphi_r') = \cos(p\theta + \varphi_r - p\xi_0)$$



← tomamos como ref. H_s (φ_s = cte)

← Suponemos que H_r puede "desplazarse", (φ_r' variable)

$(\varphi_s - \varphi_r')$ = desfase de las fuerz. de excitación en términos de ángulo eléctrico
= p · desfase en ángulo geométrico

Supongamos que $\underline{\varphi_s - \varphi_r' = \nu}$, ángulo respecto del cual hay que derivar.

$$\Gamma_m = \left.\frac{\partial W_s'}{\partial \nu}\right|_{i = cte} = \left.\frac{\partial W_3}{\partial \nu}\right|_{I_s = cte} = -\mu_0 \pi L R_e H_{s\,max} H_{s\,máx} \sin(\underbrace{\varphi_s - \varphi_r'}_{p\nu}) \cdot p$$

$\boxed{\theta_{elec} = p\theta_{mec.}}$ $\Rightarrow$ entonces $\boxed{\varphi_s - \varphi_r' = p\nu}$

$$\boxed{\Gamma_m = -p \cdot \mu_0 \pi L R_e H_{s\,máx} H_{r\,máx} \sin(\varphi_s - \varphi_r')}$$

← coincide con eq. [7.96] p. 304 de GRAY.

Y ahora veremos si esta definición, que en principio parece arbitraria, es consistente con la intuición que se tiene (?) de los ángulos eléctricos.

Todavía no sabemos de dónde resultan φ_s y φ'_r.
Si los pudiésemos determinar en forma arbitraria e independiente a cada uno de ellos, podríamos controlar el par de la máquina.

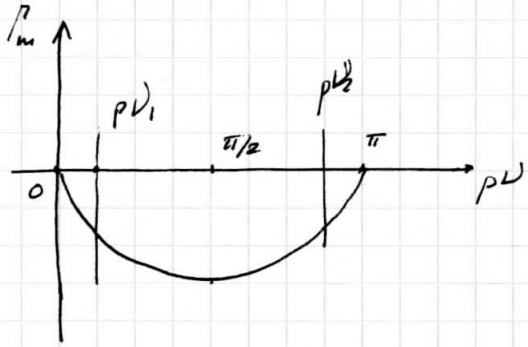
Pero: No son independientes (al menos en principio y en las máquinas clásicas)
p. ej.: MS: $\varphi_r = 0 \Rightarrow \varphi'_r$ está vinculado a la posición del rotor en $t=0$.
($t=0$ está vinculado a φ_s).

MI: las corrientes en el rotor son inducidas por el campo H_s
$\Rightarrow \varphi'_r$ dependerá de φ_s.

Si $\boxed{\varphi_s = \varphi'_r}$ $\Rightarrow$ N_r ~~en~~ "perfectamente ~~a~~ alineado" con un S_s
$\varphi_s - \varphi'_r = p\nu = 0$ $\quad S_r$ " " " " N_s

Esto podría decirse que es la posición "natural" o de equilibrio estable entre los 2 sistemas magnéticos. – Cuando están en esta posición no hay par entre ambos ~~estos~~ sistemas.

Si $\boxed{\varphi_s - \varphi'_r = p\nu = \pi}$ $\rightarrow$ sin $(\varphi_s - \varphi'_r) = 0$, y es otra posición de equilibrio ($\Gamma_m = 0$), pero inestable, donde están alineados un N_r con un N_s, S_r con S_r etc.

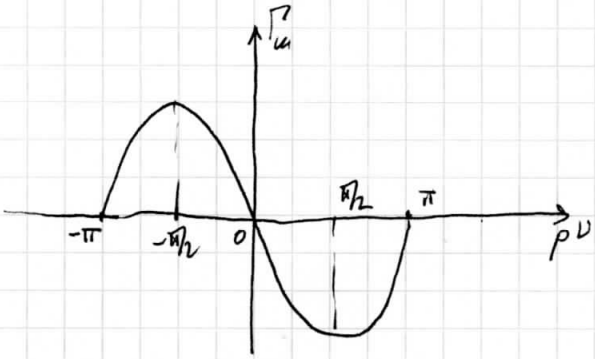


Si originalmente estuviésemos en $p\nu = 0$ y se desplaza hasta $p\nu_1$, se tendría $\Gamma_m < 0$,

Si $\varphi_s > 0$ (y en el dibujo $|\varphi_s| < |\varphi'_r|$, pero además $\varphi'_r > \varphi_s$)
$\varphi'_r > 0$

sin $(\varphi_s - \varphi'_r) < 0$

$\Gamma_m = -p$ .. sin > 0



$$\Gamma_m = -p\,\Gamma_{máx_p} \sin p\nu$$

$\Gamma_m > 0 \Rightarrow \theta \nearrow$
$\Gamma_m < 0 \Rightarrow \theta \searrow$

Otro enfoque del ángulo

$$\underbrace{\varphi_s - \varphi_r'}_{\text{"}p\zeta} = \varphi_s - (\varphi_r - p\zeta_0) = \varphi_s - \varphi_r + p\zeta_0$$

$$p\zeta = p\zeta_0 + (\varphi_s - \varphi_r)$$

↑ notación (ζ en lugar de ν)

$$\boxed{\zeta = \zeta_0 + \frac{1}{p}(\varphi_s - \varphi_r)}$$

← $\zeta = \nu$ ángulo respecto del cual se deriva el par.