MS de Polos Salientes $e \neq cte.$

f.m.m. de entrehierro

+ campo $H(\theta,t)$, puramente radial en el entrehierro

$$\mathcal{E}(\theta,t) = H(\theta,t)\cdot e(\theta,t)$$

← entrehierro, variable en θ y t

Con un entrehierro que no es más constante, el valor ~~de~~ $e = e(\theta,t)$ dependerá de cada posición θ, y del tiempo t. La idea básica es elegir un referencial donde la expresión de $e(\theta,t)$ se simplifique.

$$H(\theta,t) = \frac{\mathcal{E}(\theta,t)}{e(\theta,t)}$$

$$B(\theta,t) = \mu_0 H(\theta,t) = \frac{\mu_0}{e(\theta,t)}\cdot \mathcal{E}(\theta,t)$$

definición $p(\theta,t) \stackrel{def}{=} \frac{\mu_0}{e(\theta,t)}$ = "permeancia del entrehierro por unidad de superficie"

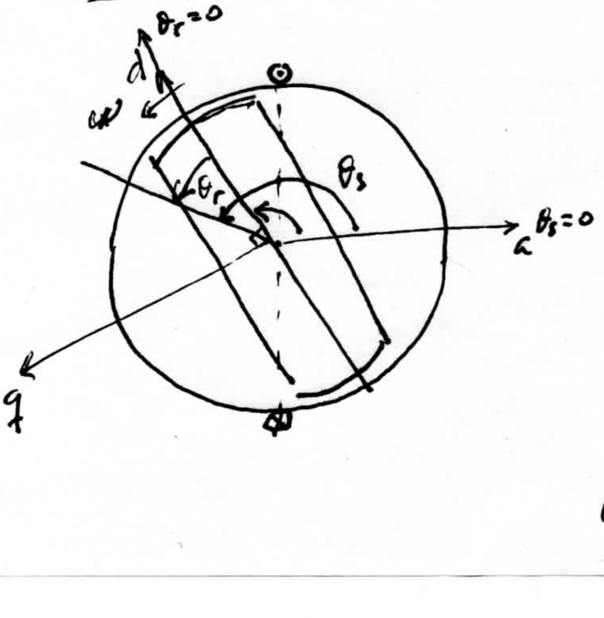
$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu\cdot S}$$ = definición de reluctancia

$$\mathcal{P} = \frac{1}{\mathcal{R}} = \frac{\mu\cdot S}{l}$$ = definición de permeancia

$$\frac{\mathcal{P}}{S} = \frac{\mu}{l}$$ = "Permeancia por unidad de superficie"

$$\Rightarrow \boxed{B(\theta,t) = p(\theta,t)\cdot\mathcal{E}(\theta,t)}$$

inducción magnética en el entrehierro, supuesta puramente radial.



Elegimos un referencial fijo en el rotor y tal que $\theta_r=0$ coincide con el eje d (eje longitudinal del rotor).

$$\theta_s = \theta_r + \alpha(t)$$

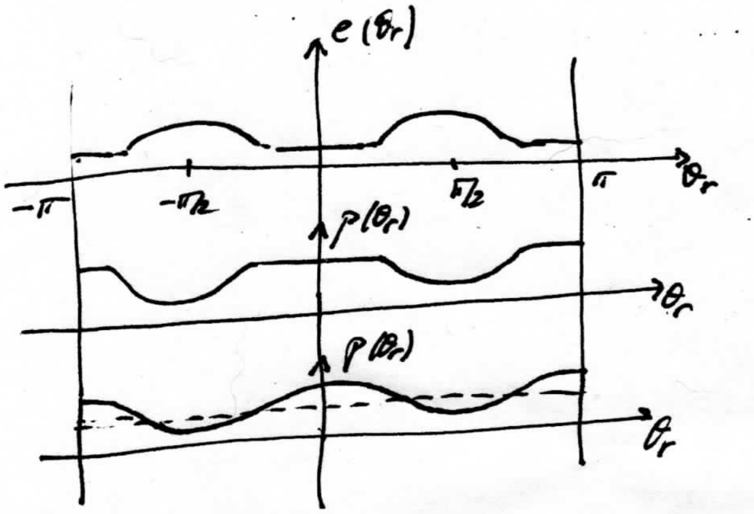
$$\alpha(t) = \Omega_s t + \alpha_0$$

$\Omega_s = \omega$ velocidad de sincronismo

de esta forma $e(\theta,t) = e(\theta_r)$

(el referencial del rotor gira a vel. sincronismo)

respecto del rotor, el entrehierro no depende de t



$$\rho(\theta_r) = \frac{\mu_0}{e(\theta_r)}$$

$$\rho(\theta_r) = \sum_{k=0}^{\infty} P_{2k} \cos 2k\theta_r$$

desarrollo en cos pares con valor medio $\neq 0$

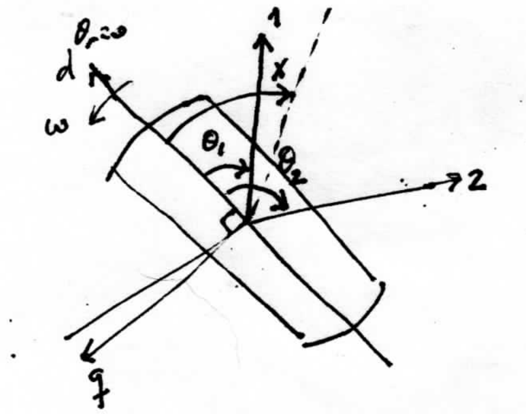
Aprox:

$$\boxed{\rho(\theta_r) = P_0 + P_2 \cos 2\theta_r}$$

Despreciando términos de orden superior.

Obs: A pesar de entrehierro no constante, se seguirá asumiendo que el campo magnético es radial.

A continuación analizaremos la situación de 2 bobinas, bobina 1 y bobina 2, situadas indistintamente en el rotor o en el estator.



Observar que los ejes de simetría (ejes de flujo) de esas bobinas, caracterizados por los ángulos θ_1 y θ_2, mientras que la posición de un punto genérico del entrehierro estará caracterizada por el ángulo x.

Obs. que al tomar ref. en el rotor, los ángulos θ_1 y θ_2 son o bien ctes (si bobinas fijas al rotor), ó crecientes en sentido suponiendo $\omega < 0$ (o sea decreciente).

Lo mismo para x.

→ F.m.m. de entrehierro y campo magnético creado por la bobina 1

Hip: Bobina 1 con distribución sinusoidal de (espiras / conductores).

Hip → $2N_1$ espiras, distribuidas sinusoidalmente.

$$\mathcal{E}_1(x,t) = N_1\, i_1(t) \cos(x-\theta_1)$$

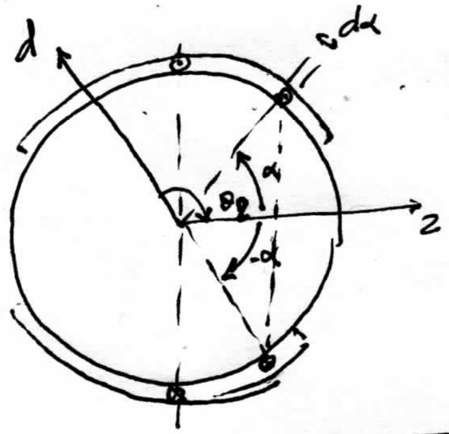
$$B_1(x,t) = p(x)\cdot \mathcal{E}(x,t) = N_1 i_1 \cos(x-\theta_1)\left[P_0 + P_2 \cos 2x\right]$$

$$B_1(x,t) = N_1 i_1 \left[P_0 \cos(x-\theta_1) + P_2 \underbrace{\cos(x-\theta_1)\cos 2x}_{= \frac{1}{2}\left[\cos(3x-\theta_1) + \cos(x+\theta_1)\right]} \right]$$

$$\boxed{B_1(x,t) = N_1 i_1 \left[P_0 \cos(x-\theta_1) + \frac{1}{2} P_2 \cos(x+\theta_1) + \frac{1}{2} P_2 \cos(3x-\theta_1) \right]}$$

→ Cálculo del flujo que atraviesa el bobinado 2, del campo magnético creado por la bobina 1.

Hip. Bobina 2, con $2N_2$ espiras, distribuidas sinusoidalmente



$$N_2(\alpha) = N_2 \sin\alpha$$

Consideramos una "espira" ficticia comprendida entre $-\alpha+d\alpha$ y $\alpha-d\alpha$. Esta espira es de paso 2α (aprox) despreciando $d\alpha \ll \alpha$.

La espira ficticia tiene $N_2(\alpha)\,d\alpha$ "conductores".

$$\boxed{d\Psi_{21} = N_2(\alpha)\, d\alpha \int_{\theta_2-\alpha}^{\theta_2+\alpha} L R\, B_1(\gamma,t)\, d\gamma}$$

Flujo enlazado por $N_2(\alpha)\,d\alpha$ "espiras" entre $-\alpha$ y $+\alpha$, simétricos respecto al eje de la bobina 2 situado a θ_1 de la referencia d.

$$d\Psi_{21} = N_2(\alpha)\,d\alpha \cdot LR\,N_1 i_1 \int_{\theta_2-\alpha}^{\theta_2+\alpha} \left[P_0 \cos(x-\theta_1) + \tfrac{1}{2} P_2 \cos(x+\theta_1) + \tfrac{1}{2} P_2 \cos(3x-\theta_1) \right] dx$$

$$d\Psi_{21} = LR\,N_1 N_2(\alpha)\, i_1\, d\alpha \left[\int_{\theta_2-\alpha}^{\theta_2+\alpha} P_0 \cos(x-\theta_1)\,dx + \right.$$

$$+ \int_{\theta_2-\alpha}^{\theta_2+\alpha} \tfrac{1}{2} P_2 \cos(x+\theta_1)\,dx +$$

$$\left. + \int_{\theta_2-\alpha}^{\theta_2+\alpha} \tfrac{1}{2} P_2 \cos(3x-\theta_1)\,dx \right]$$

$$\int_{\theta_2-\alpha}^{\theta_2+\alpha} \cos(x-\theta_1)\,dx = \sin(\theta_2-\theta_1+\alpha) - \sin(\theta_2-\theta_1-\alpha) = 2\cos(\theta_2-\theta_1)\sin\alpha$$

$$\int_{\theta_2-\alpha}^{\theta_2+\alpha} \cos(x+\theta_1)\,dx = \sin(\theta_2+\theta_1+\alpha) - \sin(\theta_2+\theta_1-\alpha) = 2\cos(\theta_2+\theta_1)\sin\alpha$$

$$3\int_{\theta_2-\alpha}^{\theta_2+\alpha} \cos(3x-\theta_1)\,dx = \sin(3\theta_2-\theta_1+3\alpha) - \sin(3\theta_2-\theta_1-3\alpha) = 2\cos(3\theta_2-\theta_1)\sin 3\alpha.$$

$$\Rightarrow \boxed{d\Psi_{21} = LR\,N_1 N_2(\alpha)\, i_1\, d\alpha \left[2P_0 \cos(\theta_2-\theta_1)\sin\alpha + P_2\cos(\theta_2+\theta_1)\sin\alpha + \tfrac{1}{3} P_2 \cos(3\theta_2-\theta_1)\sin 3\alpha \right]}$$

luego $\boxed{\Psi_{21} = \int_{\alpha=-\pi/2}^{\alpha=\pi/2} d\Psi_{21}(\alpha,t)\,d\alpha}$ con $N_2(\alpha) = N_2 \sin\alpha$

$$\Psi_{21} = L R N_1 i_1 N_2 \Big[\int_{-\pi/2}^{\pi/2} 2 P_0 \cos(\theta_2-\theta_1) \sin^2\alpha \, d\alpha + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} P_2 \cos(\theta_2+\theta_1) \sin^2\alpha \, d\alpha + \frac{1}{3} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} P_2 \cos(3\theta_2-\theta_1) \sin 3\alpha \sin\alpha \, d\alpha \Big]$$

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^2\alpha \, d\alpha = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1-\cos 2\alpha}{2} \, d\alpha = \frac{\pi}{2}$$

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin 3\alpha \sin\alpha \, d\alpha = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1}{2}\left[\cos 2\alpha - \cos 4\alpha\right] d\alpha = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\Psi_{21} = \frac{\pi}{2} L R N_1 N_2 i_1 \left[2 P_0 \cos(\theta_2-\theta_1) + P_2 \cos(\theta_2+\theta_1) \right]}$$

para bobinados 1 y 2 con distribución sinusoidal de espiras.