

MAQUINAS SINCRONICAS

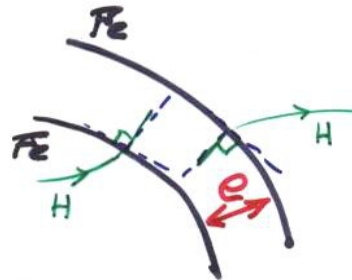
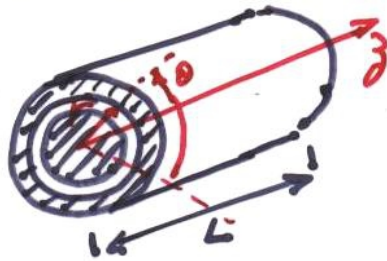
Conceptos básicos

Prof. Ing. Gerardo Otero Álvarez

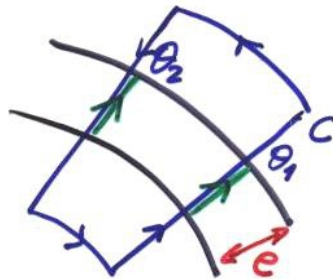
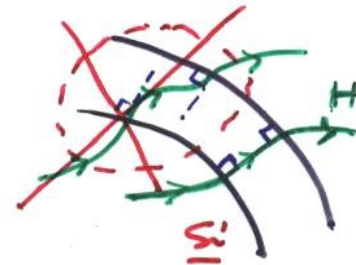
BREVE REVISIÓN DEL CAMPO GIRATORIO

1) Consideraciones de simetría \Rightarrow Campo magnético radial

Simetría cilíndrica - Se desprecia los efectos debidos a la longitud finita de la máquina.



$$\mu_{r, F_e} = \infty$$



$$\vec{H}(r, \theta, z) = H_r(r, \theta, z)\vec{u}_r + H_\theta(r, \theta, z)\vec{u}_\theta + H_z(r, \theta, z)\vec{u}_z$$

Si $L \approx \infty \Rightarrow H_z = 0 \Rightarrow$ Problema plano (2D)

Si e pequeño $\Rightarrow H_\theta = 0 \Rightarrow$ Solo hay componente radial del campo magnético

$$\vec{H}(r, \theta, z) = H_r(r, \theta, z) \vec{u}_r$$

Pero además:

- No depende de z si $L \approx \infty$
- Si se calcula el campo H medio a lo largo de e , no depende de r .

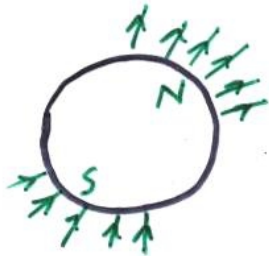
$$\Rightarrow \vec{H} = H_r(\theta) \vec{u}_r$$

← Para un instante dado. Además puede depender de t .

$$\boxed{\vec{H} = H(\theta, t) \vec{u}_r}$$

Convención de signos $H > 0$
para r crecientes

$\Rightarrow H > 0$: saliente del rotor
: "Polo Norte" del rotor

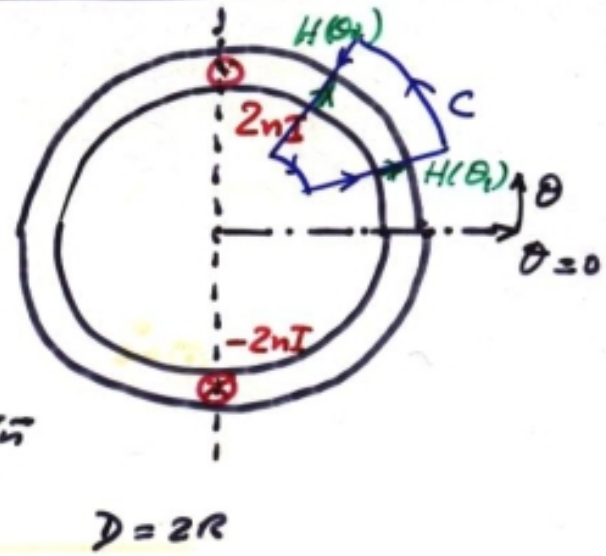


2) Campo magnético en el entrehierro de 1 bobina diametral

Ley de Ampère en un circuito C

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \iint_S \vec{J} \cdot \vec{n} \, ds$$

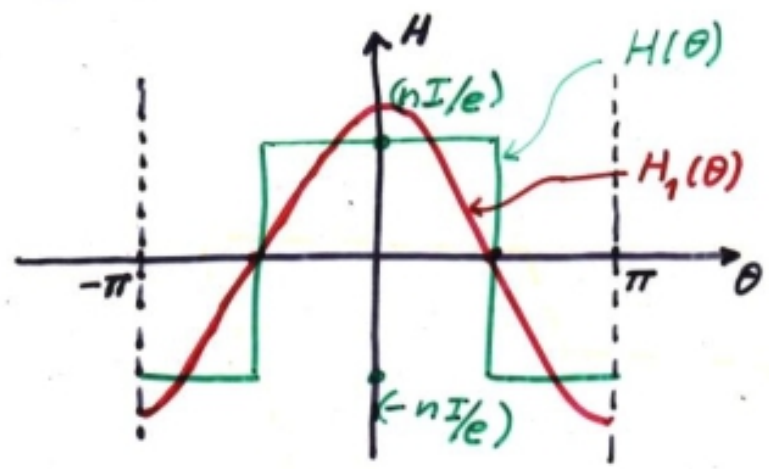
$$H(\theta_1) \cdot e - H(\theta_2) \cdot e = \begin{cases} 2nI \\ 0 \\ -2nI \end{cases}$$



$$\oint_S \vec{B} \cdot \vec{n} \, dS = 0$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \text{ (entrehierro)}$$

$$\mu_0 L R \int_0^{2\pi} H(\theta) \, d\theta = 0$$



$$H_1(\theta) = \frac{4}{\pi} \left(\frac{nI}{e} \right) \cos \theta$$

Con 1 bobina diametral se tiene una onda cuadrada para $H(\theta)$ ("paso diametral")
Hay técnicas de diseño del bobinado que permiten reducir el contenido armónico

Def.: f.m.m. (fuerza magnetomotriz) de entrehierro $\mathcal{E}(\theta, t)$
 $\mathcal{E}(\theta, t) = H(\theta, t) \cdot e$

Hipótesis: f.m.m. de entrehierro sinusoidal

$$\mathcal{E}(\theta, t) = \frac{4}{\pi} \cdot K_b \cdot n \cdot \dot{i}(t) \cos \theta.$$

$K_b =$ coeficiente de bobinado $= K_d \cdot K_r \cdot K_s \leq 1$

distribución
en varias
ramas

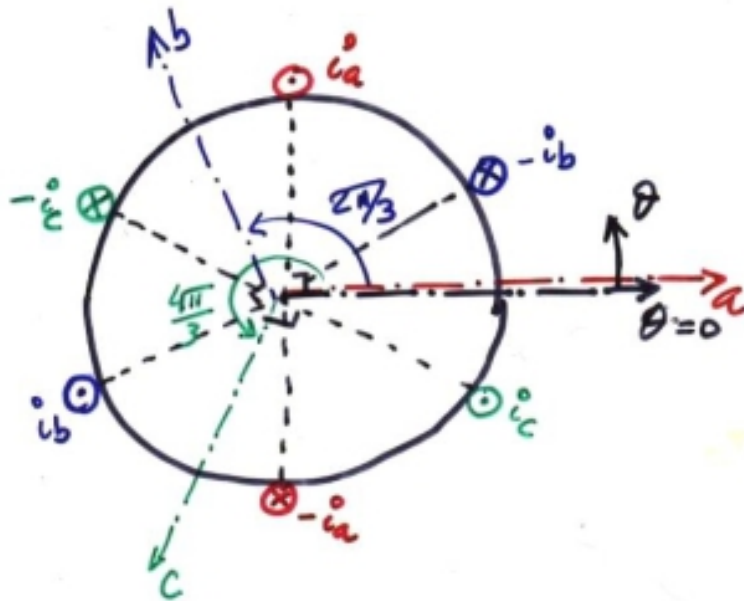
inclinación
de ramas

$$\underline{n' = K_b \cdot n}$$

"Nº efectivo
de espiras"

"reducción de paso"
el ángulo entre conductores
de ida y de vuelta es
menor que π

3) Campo giratorio bipolar - Teorema de Ferraris



$$E(\theta, t) = H(\theta, t) \cdot \underset{\substack{\uparrow \\ \text{c.c.}}}{e}$$

El campo resultante en el estator es la suma (escalar) de las contribuciones de las 3 bobinas

$$\left. \begin{aligned} E_a(\theta, t) &= \frac{4}{\pi} n'_a i_a(t) \cos \theta \\ E_b(\theta, t) &= \frac{4}{\pi} n'_b i_b(t) \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \\ E_c(\theta, t) &= \frac{4}{\pi} n'_c i_c(t) \cos \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} 3 \text{ bobinas iguales} \\ n'_a = n'_b = n'_c = n'_s \end{array}$$

$$\left. \begin{aligned} i_a(t) &= I_s \sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi) \\ i_b(t) &= I_s \sqrt{2} \cos\left(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) \\ i_c(t) &= I_s \sqrt{2} \cos\left(\omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right) \end{aligned} \right\} \text{Sistema trifásico equilibrado directo}$$

$$E(\theta, t) = E_a(\theta, t) + E_b(\theta, t) + E_c(\theta, t)$$

$$= \frac{4}{\pi} n'_s I_s \sqrt{2} \left[\cos(\omega t - \varphi) \cos \theta + \cos\left(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(\omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right) \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \right]$$

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$$

$$E(\theta, t) = \frac{1}{2} \frac{4}{\pi} n'_s I_s \sqrt{2} \left[\cos(\omega t - \varphi + \theta) + \cos(\omega t - \varphi - \theta) + \cos\left(\omega t - \varphi + \theta - \frac{4\pi}{3}\right) + \cos(\omega t - \varphi - \theta) + \cos\left(\omega t - \varphi + \theta - \frac{8\pi}{3}\right) + \cos(\omega t - \varphi - \theta) \right]$$

$0 \equiv$ ← (indicated by a red arrow pointing to the terms $\cos(\omega t - \varphi + \theta)$ and $\cos(\omega t - \varphi - \theta)$ in the expression above)

$$E(\theta, t) = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{4}{\pi} n'_s I_s \sqrt{2} \cos(\omega t - \theta - \varphi)$$

$$\boxed{E(\theta, t) = E_{\max} \cos(\omega t - \theta - \varphi)}$$

i) Si $\theta = \theta_0$ fijo $\Rightarrow E(\theta_0, t) = E_{\max} \cos(\omega t - \varphi')$
 Sinusoidal en t $\varphi' = \varphi + \theta_0$

ii) Si $t = t_0$ fijo $\Rightarrow E(\theta, t_0) = E_{\max} \cos(\theta - \omega t_0 + \varphi)$
 Sinusoidal en θ

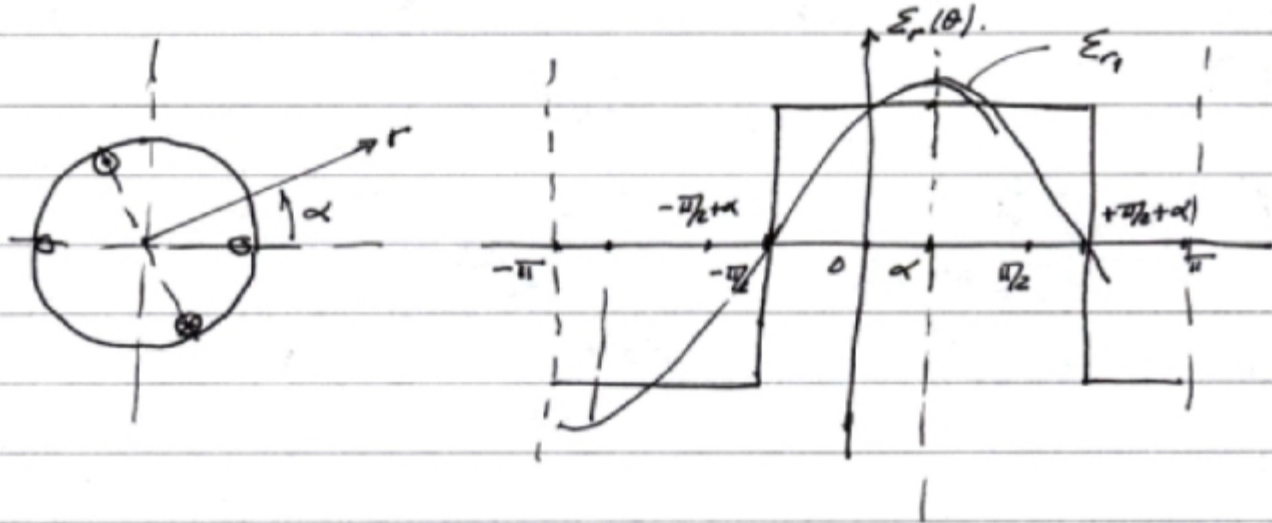
iii) Velocidad de sincronismo: para un observador que se desplaza por el entrehierro a una velocidad $\Omega = \frac{d\theta}{dt}$, existe una velocidad Ω_s ("de sincronismo") tal que "vea" un campo $E = \text{cte.}$

$$dE = 0 \Rightarrow dE = -E_{\max} \sin(\omega t - \theta - \varphi) \underbrace{[\omega dt - d\theta]}_0 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega = \frac{d\theta}{dt} = \Omega_s} \quad (\text{campo dipolar})$$

$$\Sigma(\theta, t) = E_{\min} \cos(\omega t - \theta - \varphi), \text{ con } E_{\min} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{4}{\pi} K_b \cdot n_s I_s \sqrt{2}.$$

Caso rotor: 1 bobina solidaria al rotor



$$E_{r1} = \frac{4}{\pi} K_b n_r I_r \cos(\theta - \alpha) \quad i_{exc} = I_r = I_f.$$

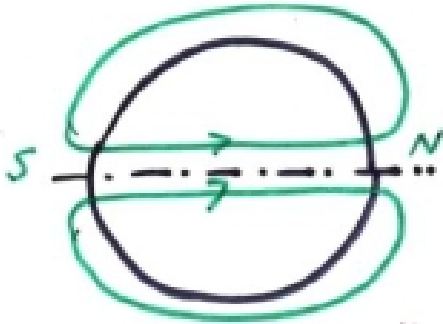
$$\alpha = \alpha(\theta) = \Omega_{st} t + \alpha_0$$

$$E_{r1} = \frac{4}{\pi} K_b n_r I_r \cos(\theta - \Omega_{st} t - \alpha_0)$$

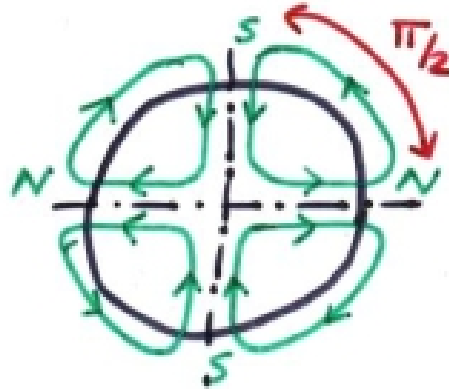
$$E_{r1} = E_{r_{\min}} \cos(\Omega_{st} t - \theta + \alpha_0) \quad \text{E' tambi\u00e9n un "campo positivo"}$$

4) Campo multipolar

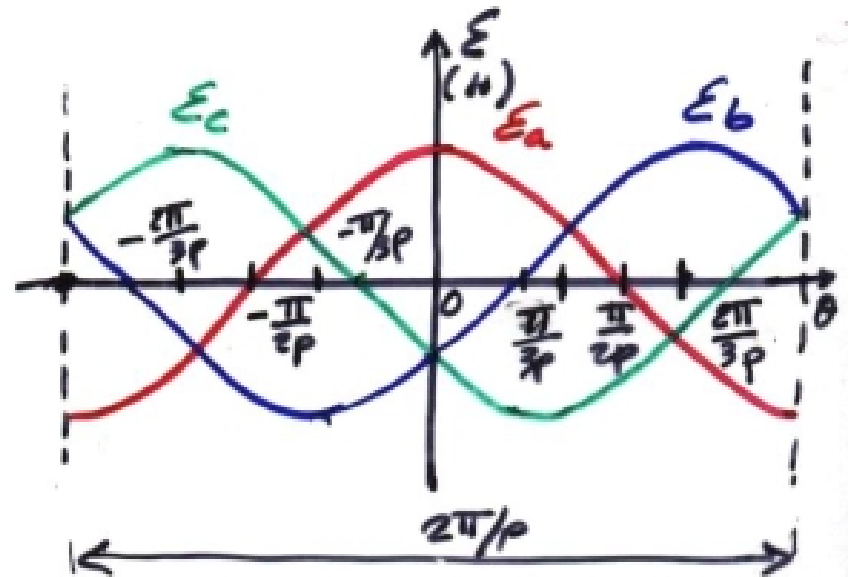
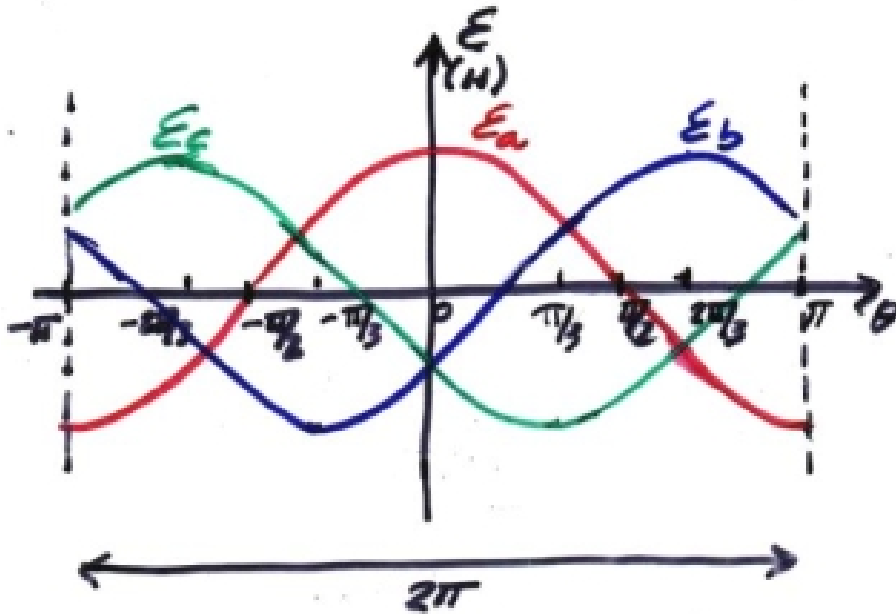
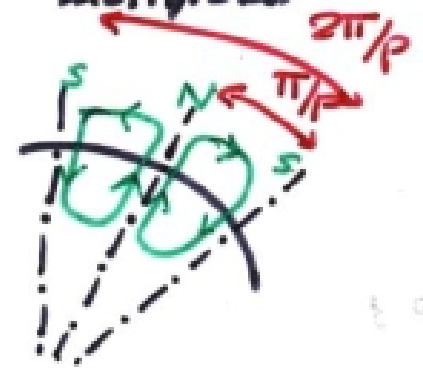
bipolar



cuadrupolar



multipolar



$$E_a(\theta, t) = \frac{4}{\pi} n'_s i_a(t) \cos p\theta$$

$$E_b(\theta, t) = \frac{4}{\pi} n'_s i_b(t) \cos p(\theta - \frac{2\pi}{3})$$

$$E_c(\theta, t) = \frac{4}{\pi} n'_s i_c(t) \cos p(\theta - \frac{4\pi}{3})$$

$$i_a(t) = I_s \sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi)$$

$$i_b(t) = I_s \sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3})$$

$$i_c(t) = I_s \sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3})$$

$$E(\theta, t) = E_a(\theta, t) + E_b(\theta, t) + E_c(\theta, t)$$

$$= \frac{4}{\pi} n'_s I_s \sqrt{2} \left[\cos p\theta \cos(\omega t - \varphi) + \right. \\ \left. + \cos(p\theta - \frac{2\pi}{3}) \cos(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}) + \right. \\ \left. + \cos(p\theta - \frac{4\pi}{3}) \cos(\omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3}) \right]$$

$$E(\theta, t) = \frac{4}{\pi} n'_s I_s \sqrt{2} \frac{1}{2} \left[\cos(p\theta + \omega t - \varphi) + \cos(p\theta - \omega t + \varphi) + \right.$$

$$+ \cos(p\theta + \omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3}) + \cos(p\theta - \omega t + \varphi) + \\ \left. + \cos(p\theta + \omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}) + \cos(p\theta - \omega t + \varphi) \right]$$

$$\boxed{E(\theta, t) = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{\pi} n'_s I_s \sqrt{2} \cos(\omega t - p\theta - \varphi)}$$

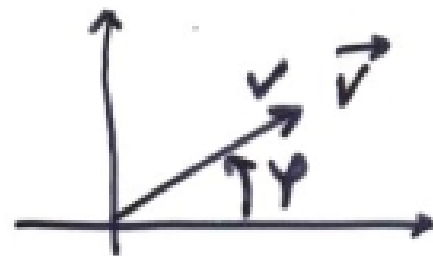
Velocidad de sincronismo: $\boxed{\Omega_s = \frac{\omega}{p}}$

$p\theta = \theta_e = \text{ángulo eléctrico}$

5) Representación fasorial o vectorial

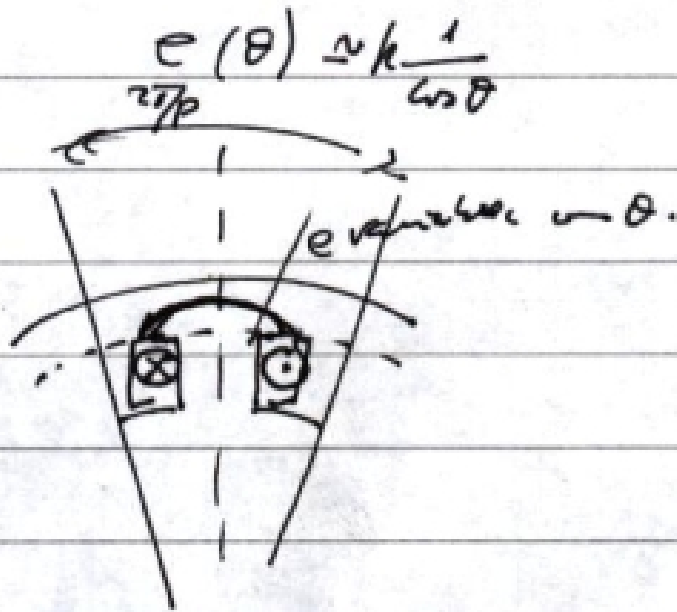
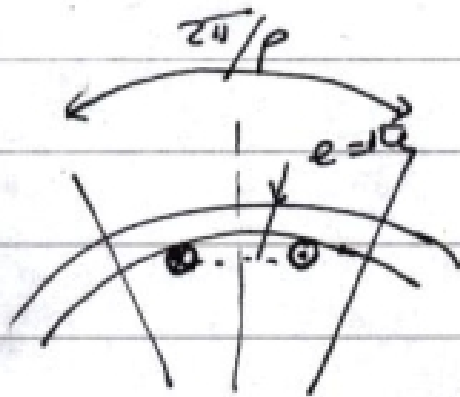
$$\begin{aligned} v(t) &= V\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi) = \text{Re}(V\sqrt{2} e^{j(\omega t + \varphi)}) \\ &= \text{Re}(V\sqrt{2} e^{j\varphi} \cdot e^{j\omega t}) \end{aligned}$$

$$v(t) \Leftrightarrow \underbrace{V\sqrt{2}}_{\vec{V}} \angle \varphi \quad (\text{ó } V\sqrt{2} \angle \varphi)$$



$$E_r = H_r \cdot e$$

→ con un E_r "onda cuadrada" que se puede aproximar con H_r (o B_r , $B_r = \mu_0 H_r$) que se \approx sinusoidal, dando "forma" a \underline{e}



con $\Omega_3 = \frac{\omega}{r}$

ambos campos E_r y E_z

giran a la misma velocidad (aunque no necesariamente en H_r)

$$E(\theta, t) = E_{\text{máx}} \cos(\omega t - \theta - \varphi)$$

Para cada $\theta = \theta_0$ se tendrá una magnitud sinusoidal en t .
 \Rightarrow Nº infinito de fases. \leftarrow Pero todas correlacionadas

Se elige (por convención) $\theta = \theta_0 = 0$

$$\Rightarrow \boxed{E(\theta, t) \leftrightarrow \vec{E} = E_{\text{máx}} \angle -\varphi}$$

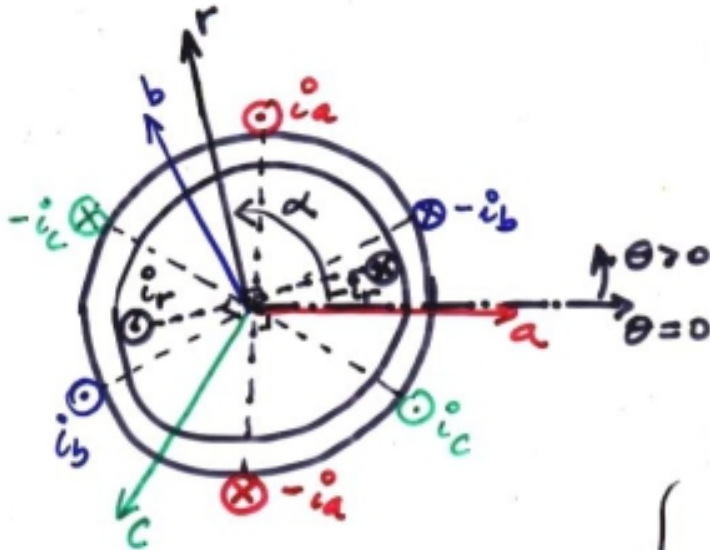
- Se eligió (por convención) definir la fase de las corrientes respecto de una de ellas, la fase a.
- Se cuentan los ángulos de posición en el entrelazado a partir del eje de la fase a.
- Para $\theta_0 = 0$, la "fase" del campo sinusoidal es igual a la fase de la corriente en la fase a.

MÁQUINA SINCRÓNICA POLOS LISOS en RÉGIMEN LINEAL

1) Descripción e hipótesis

Polos lisos = entrehierro constante = rotor cilíndrico.

Rotor: monofásico
Estator: trifásico



$$\alpha = \alpha(\theta) = \Omega_s t + \alpha_0$$

↑
posición del eje del rotor

Inductancia propia rotor: L_r

Inductancias mutuas rotor-estator:

$$M_{ar}(\alpha) = M_{rs} \cos \alpha$$

$$M_{br}(\alpha) = M_{rs} \cos \left(\alpha - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$M_{cr}(\alpha) = M_{rs} \cos \left(\alpha - \frac{4\pi}{3} \right)$$

Hipótesis

(pero es posible demostrar y calcular las inductancias)

Inductancias propias y mutuas de las bobinas estatoricas

$$L_a = L_b = L_c$$

$$M_{ab} = M_{bc} = M_{ca}$$

indep. de α .

Notación • $i_r =$ corriente del rotor $= i_f$ ("field")

$$\Rightarrow M_{rs} = M_{fs} = M_{sf}$$

$$\left. \begin{array}{l} L_{aa} = L_a ; L_{bb} = L_b , L_{cc} = L_c \\ L_{ab} = M_{ab} , L_{bc} = M_{bc} , \dots \text{etc.} \end{array} \right\} [L_{ss}]$$

matriz de inductancias estator.

→ Régimen lineal ($\mu_{rFe} \approx \infty$)

⇒ Se aplica superposición de los efectos del rotor y del estator.

$i_r = (i_f) =$ corriente continua

$$i_a(t) = I_s \sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi)$$

$$i_b(t) = I_s \sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3})$$

$$i_c(t) = I_s \sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3})$$

Caso ii) Sólo rotor

$$\begin{array}{l} i_r = I_r \neq 0 \\ I_s = 0 \end{array}$$

"Mag. Simétricas
en vacío"

Flujos estador

$$\psi_a(t) = M_{rs} I_r \cos \alpha(t) \rightarrow \vec{\psi}_a$$

$$\psi_b(t) = M_{rs} I_r \cos \left(\alpha(t) - \frac{2\pi}{3} \right) \rightarrow \vec{\psi}_b$$

$$\psi_c(t) = M_{rs} I_r \cos \left(\alpha(t) - \frac{4\pi}{3} \right) \rightarrow \vec{\psi}_c$$

para $\alpha(t) = \Omega_s t + \alpha_0$, pero $\Omega_s = \omega$ (bipolar)

Como en todas las dispositivos y refinerías trifásicas equilibradas,
el funcionamiento se puede caracterizar por el de una fase

$$\text{Def: } \boxed{\vec{\psi}_s = \vec{\psi}_a}$$

$$\left(\begin{array}{l} \vec{\psi}_b = \vec{\psi}_s e^{-j \frac{2\pi}{3}} \\ \vec{\psi}_c = \vec{\psi}_s e^{-j \frac{4\pi}{3}} \end{array} \right)$$

$$\psi_a(t) = M_{rs} I_r \cos(\omega t + \alpha_0) \Rightarrow \vec{\psi}_s = \vec{\psi}_a = M_{rs} I_r \angle \alpha_0$$

Def: $\vec{I}_r = I_r \angle \alpha_0$

Atención: $i_r(t)$ sinusoidal.

Pero $\Rightarrow \vec{\Psi}_s = M_{rs} \vec{I}_r$

Notación: $i_f = i_r$

$$\vec{I}_f = I_f \angle \alpha_0$$

$$\vec{\Psi}_s = M_{fs} \vec{I}_f$$

Flojo rotor: $\Psi_r = L_r I_r$ es una magnitud indep. de t.

Def. $\vec{\Psi}_r = L_r \vec{I}_r$

Def. $\vec{u}_r = 1 \angle \alpha_0$

$\Rightarrow \Psi_r = \vec{I}_r \cdot \vec{u}_r$

Caso ii) $\vec{I}_r = I_r = 0$
 $I_s \neq 0$

Flojos estator:

$$\Psi_a(t) = L_a i_a(t) + M_{ab} i_b(t) + M_{ac} i_c(t)$$

$$\Psi_b(t) = M_{ba} i_a(t) + L_b i_b(t) + M_{bc} i_c(t)$$

$$\Psi_c(t) = M_{ca} i_a(t) + M_{cb} i_b(t) + L_c i_c(t)$$

Simetría de construcción:

$$L_a = L_b = L_c = L_s$$

$$M_{ab} = M_{bc} = M_{ca} = M_{ba} = M_{cb} = M_{ac} = M_{ss}$$

$$\Rightarrow \psi_a(t) = \underbrace{(L_s - M_{ss})}_{L_s} \sqrt{2} I_s \cos(\omega t - \varphi)$$

$L_s = \text{inductancia cíclica directa}$

$$\psi_a(t) = L_s \sqrt{2} I_s \cos(\omega t - \varphi)$$

Def: $\vec{I}_s = \sqrt{2} I_s \angle -\varphi$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{\psi}_s = \vec{\psi}_a = L_s \vec{I}_s}$$

Flujo del rotor

$$\begin{aligned} \psi_r(t) &= M_{ar} i_a + M_{br} i_b + M_{cr} i_c \\ &= M_{rs} I_s \sqrt{2} \left[\cos \alpha \cos(\omega t - \varphi) + \right. \\ &\quad \left. + \cos\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) + \right. \\ &\quad \left. + \cos\left(\alpha - \frac{4\pi}{3}\right) \cos\left(\omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right) \right] \end{aligned}$$

$$\alpha = \omega t + \alpha_0$$

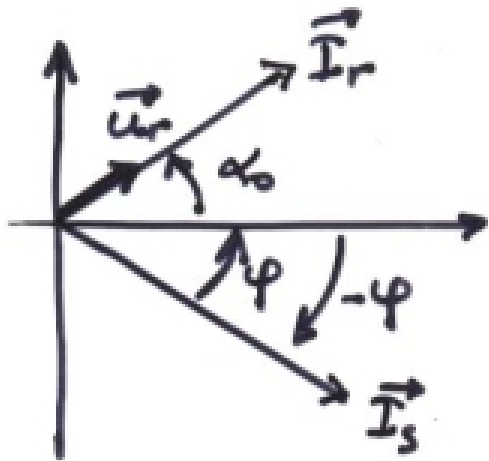
$$\begin{aligned} \psi_r(t) = M_{rs} I_s \sqrt{2} & \left[\cos(\omega t + \alpha_0) \cos(\omega t - \varphi) + \right. \\ & + \cos\left(\omega t + \alpha_0 - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) + \\ & \left. + \cos\left(\omega t + \alpha_0 - \frac{4\pi}{3}\right) \cos\left(\omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi_r(t) = \frac{1}{2} M_{rs} I_s \sqrt{2} & \left[\cos(2\omega t + \alpha_0 - \varphi) + \cos(\alpha_0 + \varphi) + \right. \\ & + \cos\left(2\omega t + \alpha_0 - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right) + \cos(\alpha_0 + \varphi) + \\ & \left. + \cos\left(2\omega t + \alpha_0 - \varphi - \frac{8\pi}{3}\right) + \cos(\alpha_0 + \varphi) \right] \end{aligned}$$

$$\boxed{\psi_r(t) = \frac{3}{2} M_{rs} I_s \sqrt{2} \cos(\alpha_0 + \varphi)} \quad \text{independiente de } t.$$

notación: $M_{rs} = \frac{3}{2} M_{rs}$

obs. $I_s \sqrt{2} \cos(\alpha_0 + \varphi) = \vec{I}_s \cdot \vec{u}_r$



Definimos $\boxed{\vec{\Psi}_r = M_{rs} \vec{I}_s}$

A priori no tiene sentido físico salvo que

$$\psi_r = \vec{\Psi}_r \cdot \vec{u}_r$$

(caso iii)

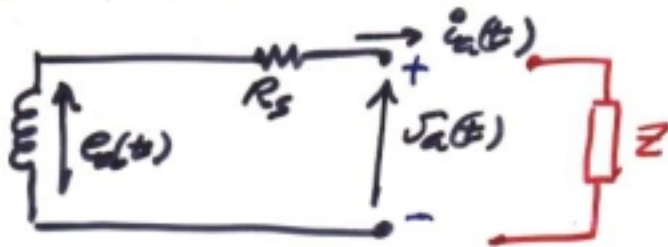
$$\boxed{\begin{matrix} I_r \neq 0 \\ I_s \neq 0 \end{matrix}}$$

Superposición \Rightarrow

$$\boxed{\begin{matrix} \vec{\Psi}_r = L_r \vec{I}_r + M_{rs} \vec{I}_s \\ \vec{\Psi}_s = M_{rs} \vec{I}_r + L_s \vec{I}_s \end{matrix}}$$

$\vec{\Psi}_s$ es un fasor "verdadero" (flujos estator son sinusoidales)
 $\vec{\Psi}_r$ " " " " Ficticio" (flujo físico en el rotor es dc, indep. de t)

2) Diagrama fasorial de la MS.



$$v_a(t) = e_a(t) - R_s i_a(t)$$

$$e_a(t) = - \frac{d\psi_a(t)}{dt}$$

Todo lineal y sinusoidal, si Z es carga lineal

$$\Rightarrow v_a(t) \rightarrow \vec{V}_s ; e_a(t) \rightarrow \vec{E}_s = -j\omega \vec{\Psi}_s$$

$$\vec{V}_s = -j\omega \vec{\Psi}_s - R_s \vec{I}_s$$

$$\vec{V}_s = -j\omega M_{rs} \vec{I}_r - j\omega L_s \vec{I}_s - R_s \vec{I}_s$$

$$\vec{V}_s + R_s \vec{I}_s + j\omega L_s \vec{I}_s = -j\omega M_{rs} \vec{I}_r$$

$$\omega L_s = X_s = X_d$$

"reactancia sincrónica"

\vec{E}_s = tensión en bornes del estator, en vacío.

$$\boxed{\vec{V}_s + R_s \vec{I}_s + jX_s \vec{I}_s = \vec{E}_s}$$

"Modelo de Behn-Eschewburg"

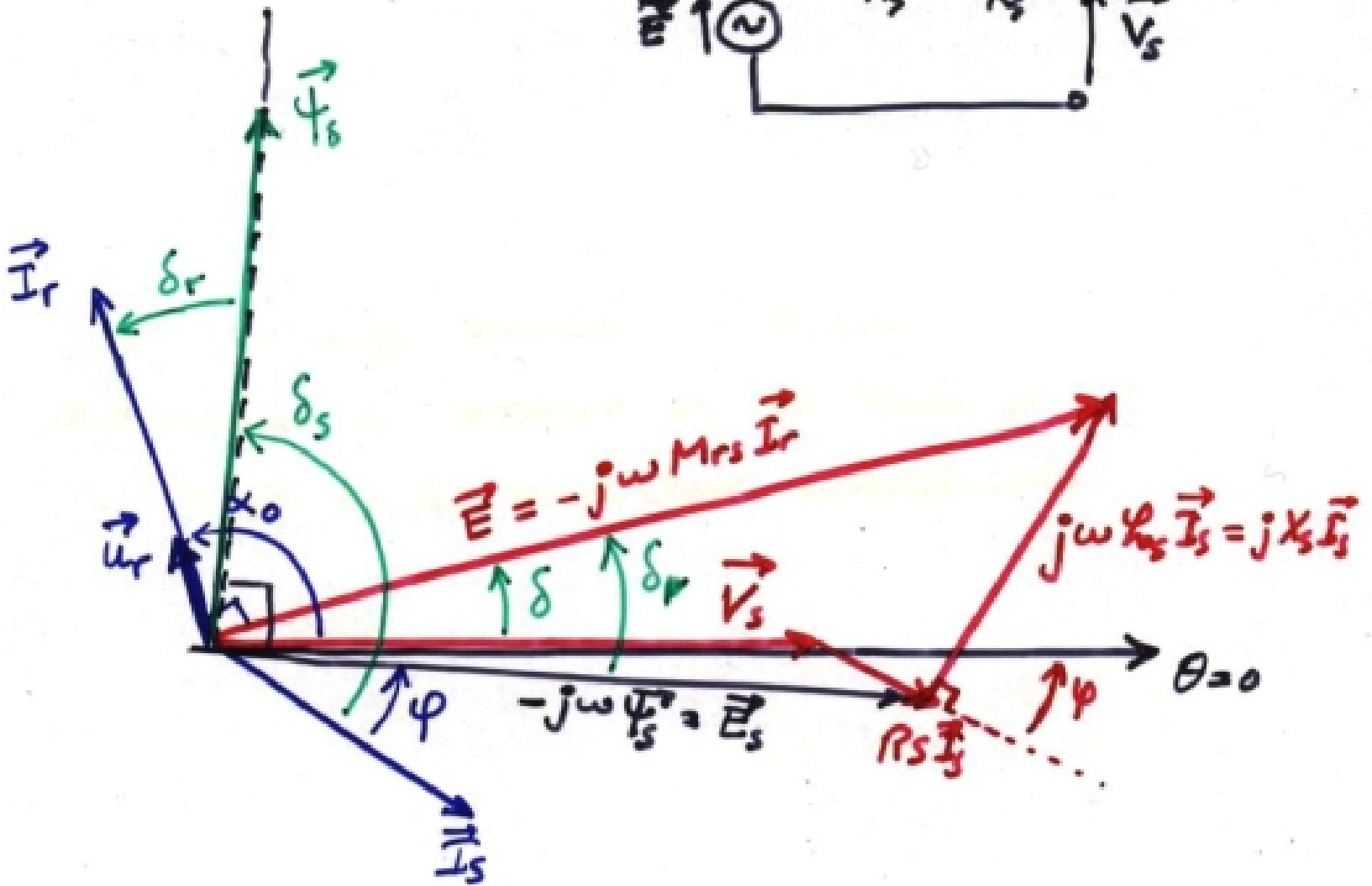
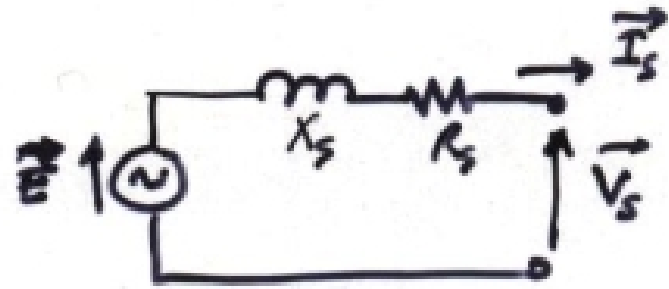
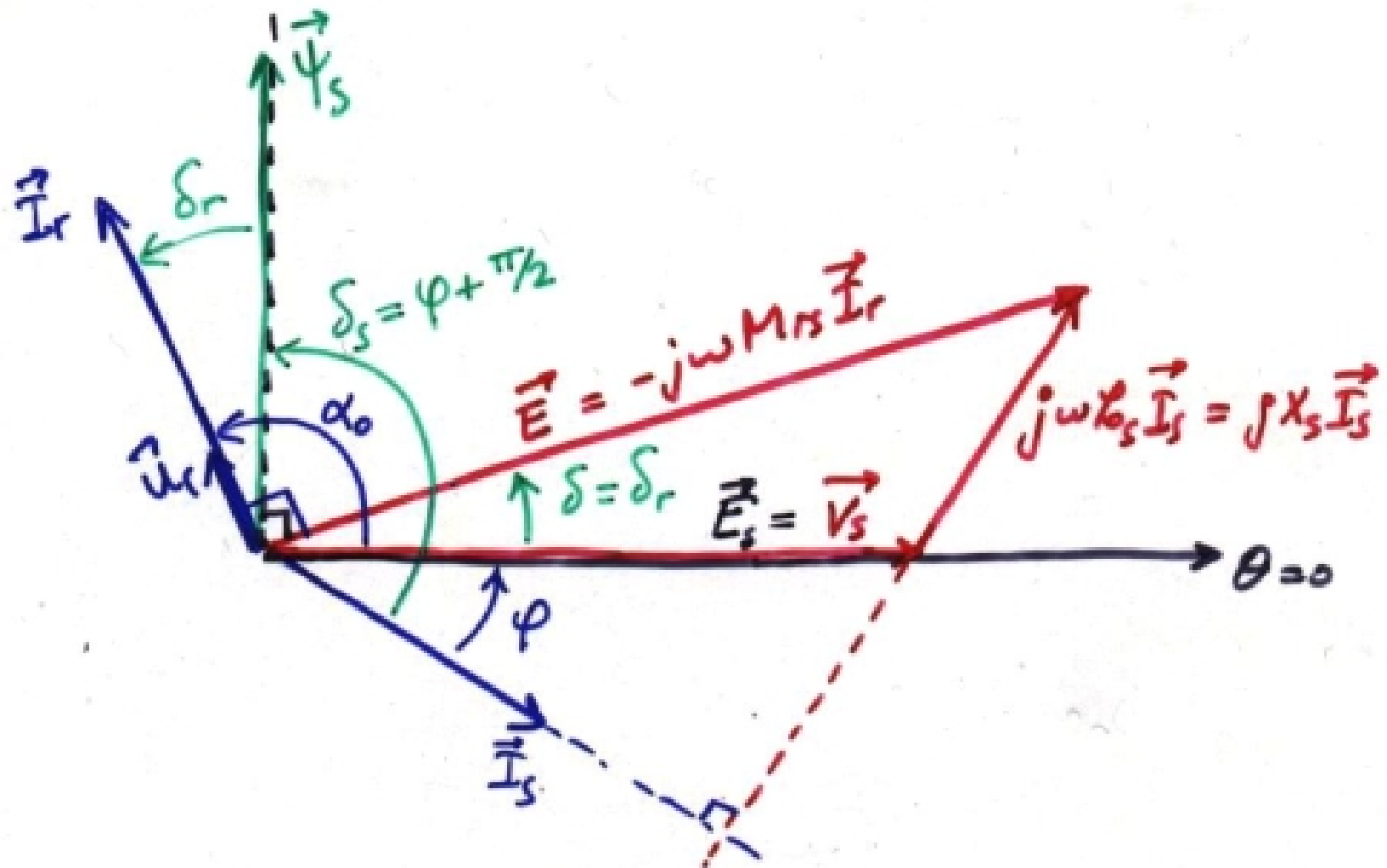
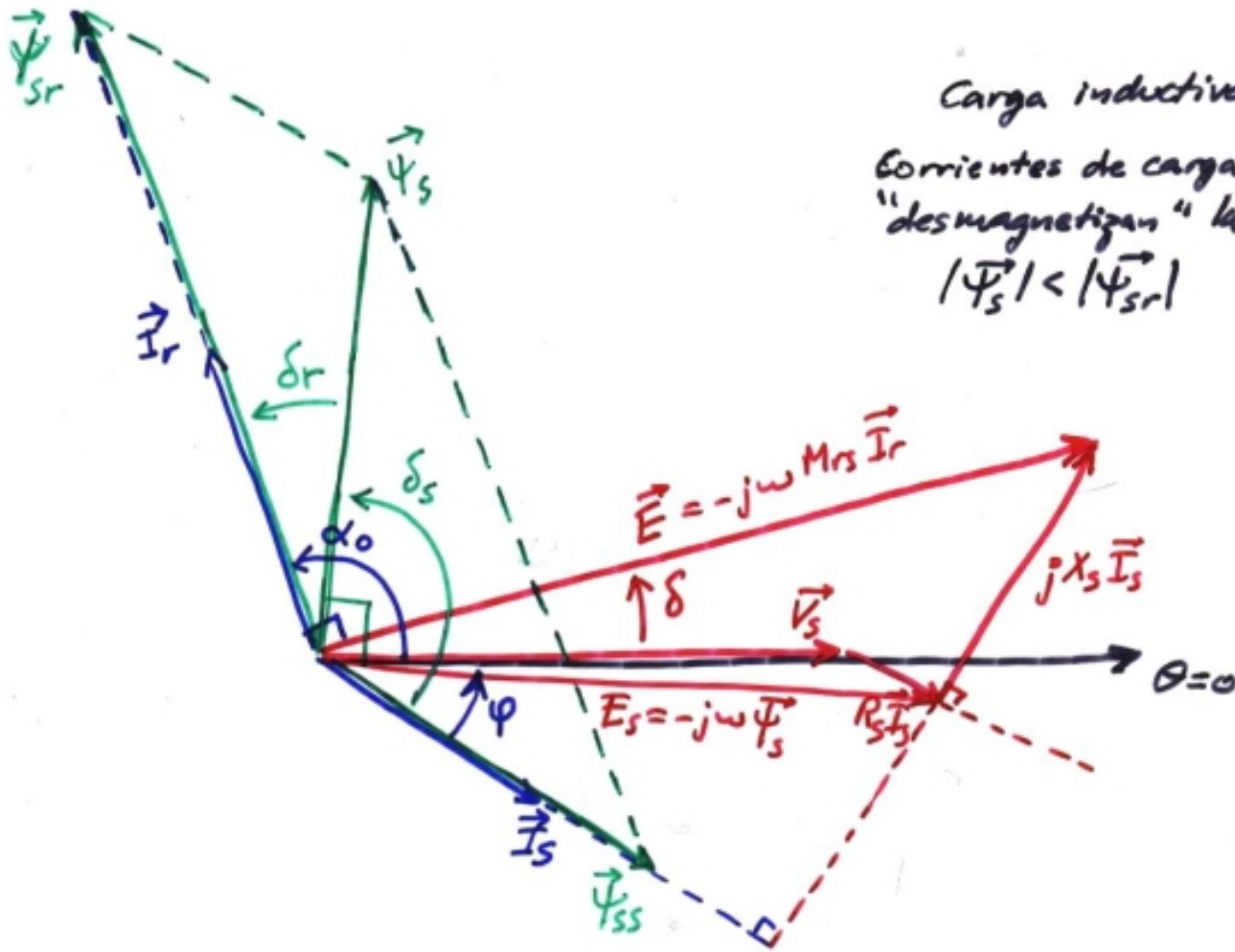


Diagrama simplificado ($R_s \neq 0$)





Carga inductiva:
 Corrientes de carga (\vec{I}_s)
 "desmagnetizan" la máquina
 $|\vec{\Psi}_s| < |\vec{\Psi}_{sr}|$

$$\vec{\Psi}_s = \vec{\Psi}_{sr} + \vec{\Psi}_{ss} \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{\Psi}_{sr} = M_{rs} \vec{I}_r \\ \vec{\Psi}_{ss} = \mathcal{L}_s \vec{I}_s \end{array} \right.$$

$$\vec{\Psi}_s = M_{rs} \vec{I}_r + \mathcal{L}_s \vec{I}_s$$

$$\vec{\Psi}_s = \vec{\Psi}_{sr} + \vec{\Psi}_{ss}$$

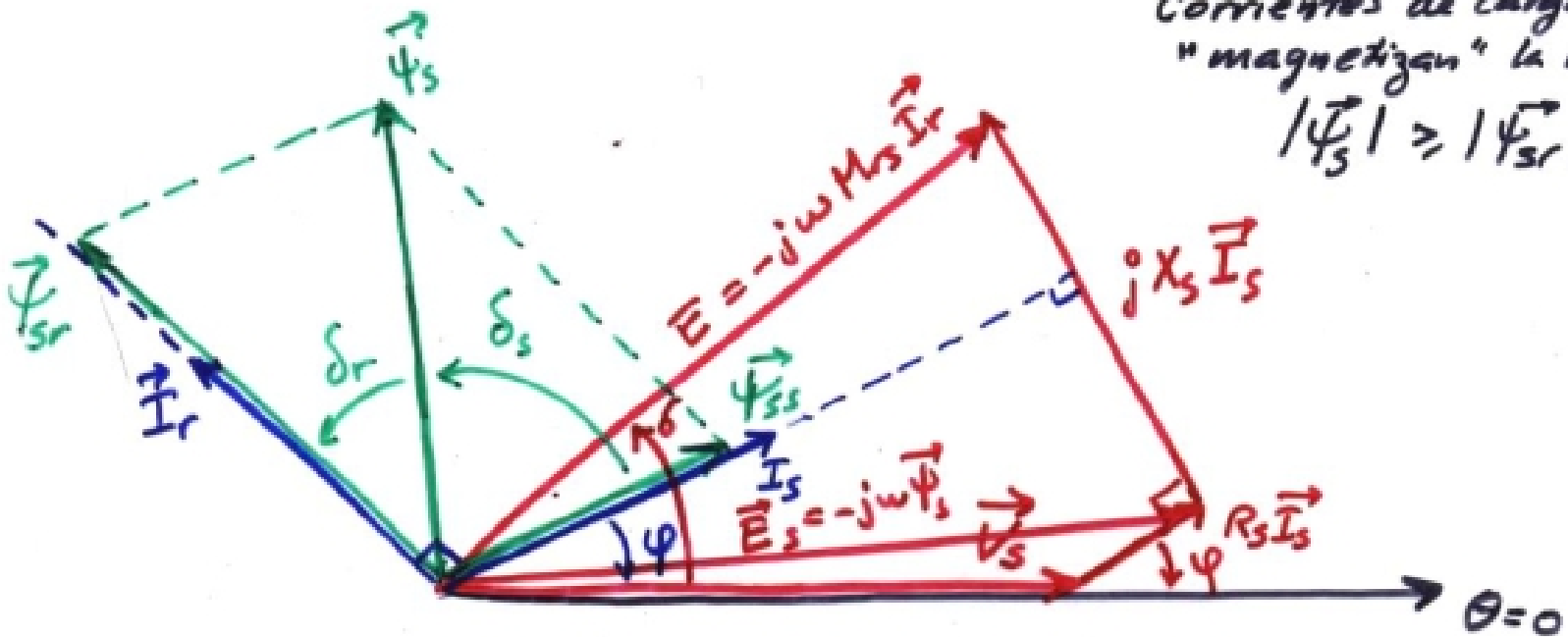
$$\vec{\Psi}_s = M_{rs} \vec{I}_r + L_s \vec{I}_s$$

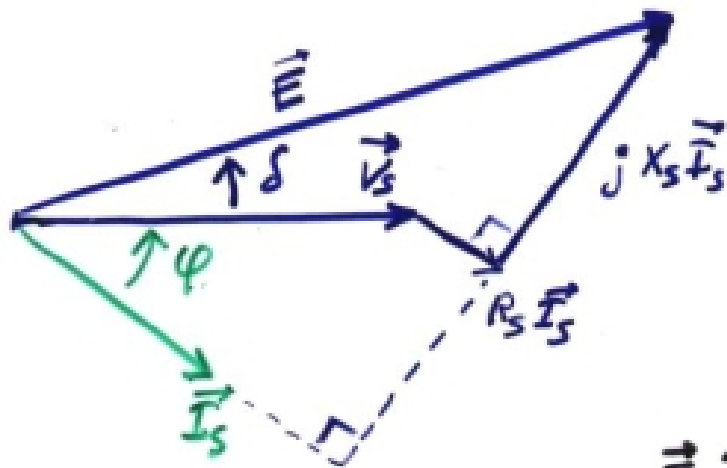
$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\Psi}_{sr} = M_{rs} \vec{I}_r \\ \vec{\Psi}_{ss} = L_s \vec{I}_s \end{array} \right.$$

Carga capacitiva

Corrientes de carga
"magnetizan" la máquina

$$|\vec{\Psi}_s| \geq |\vec{\Psi}_{sr}|$$

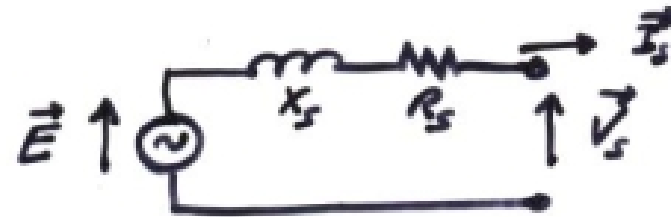




$$\vec{V}_s = V_s \angle 0 = V_s$$

$$\vec{I}_s = I_s \angle -\varphi = I_s e^{-j\varphi}$$

$$\vec{E} = E \angle \delta = E e^{j\delta}$$



$$\vec{S} = 3 \vec{V}_s \vec{I}_s^*$$

$$= P + jQ$$

$$P = \text{Re}(3 \vec{V}_s \vec{I}_s^*)$$

$$Q = \text{Im}(3 \vec{V}_s \vec{I}_s^*)$$

$$\vec{S} = 3 V_s \left(\frac{E e^{j\delta} - V_s}{R_s + jX_s} \right)^* = 3 V_s \frac{E e^{-j\delta} - V_s}{R_s - jX_s}$$

$$\vec{V}_s = \vec{E} - (R_s + jX_s) \vec{I}_s$$

$$\vec{I}_s = \frac{\vec{E} - \vec{V}_s}{R_s + jX_s}$$

$$\vec{S} = 3 V_s \left(\frac{E e^{j\delta} - V_s}{R_s + jX_s} \right)^* = 3 V_s \frac{E e^{-j\delta} - V_s}{R_s - jX_s}$$

$$\vec{S} = 3 \frac{V_s}{R_s^2 + X_s^2} (E \cos \delta - j E \sin \delta - V_s)(R_s + jX_s)$$

$$\vec{S} = \frac{3V_s}{R_s^2 + X_s^2} \left\{ (EX_s \sin \delta + ER_s \cos \delta) + j [X_s(E \cos \delta - V_s) - ER_s \sin \delta] \right\}$$

$$P = \frac{3V_s}{R_s^2 + X_s^2} (EX_s \sin \delta + ER_s \cos \delta)$$

$$Q = \frac{3V_s}{R_s^2 + X_s^2} [X_s(E \cos \delta - V_s) - ER_s \sin \delta]$$

Si $R_s = 0$

$$P = \frac{3V_s E}{X_s} \sin \delta$$

$$Q = \frac{3V_s}{X_s} (E \cos \delta - V_s)$$

EN EL CASO DE RÉGIMEN PERMANENTE A VELOCIDAD SINCROÓNICA, EL PAR MECÁNICO, SI DESPRECIAMOS γ_s , ES IGUAL A LA POTENCIA ELÉCTRICA DE SALIDA DIVIDIDA POR LA VELOCIDAD DE GIRO (CONSTANTE)

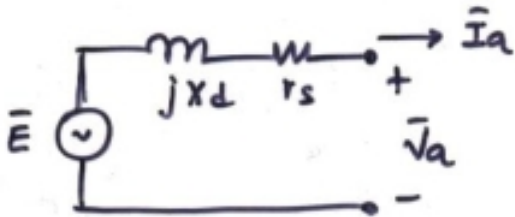
EL PAR MECÁNICO ES PROPORCIONAL AL $\sin \delta$

$$\gamma_s \approx 0 \quad P_{\text{mecánica}} = P_{\text{eléctrica}}$$

$$P_{\text{ar}} = \frac{P_{\text{eléctrica}}}{\omega_0} = \frac{3VE}{\omega_0 X_d} \sin \delta$$

(recordar que todo el análisis realizado es para una máquina bipolar: $p=1$)

MODOS DE FUNCIONAMIENTO

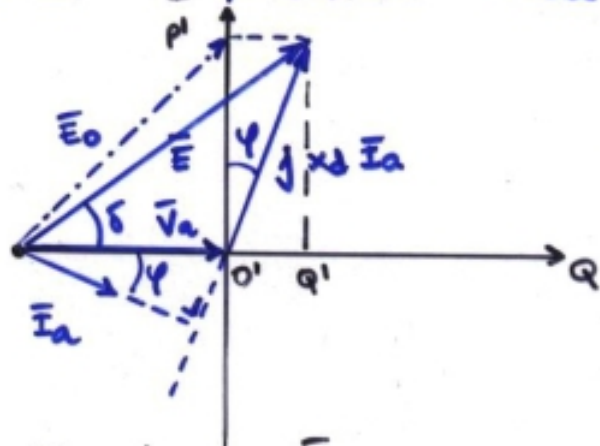


CONVENCIÓN DE SIGNOS: GENERADOR

$P > 0$ VALORES ENTREGADOS A
 $Q > 0$ LA RED POR EL
 GENERADOR

ASUNTO $r_s \approx 0$

CASO 1. GENERADOR SOBRE-EXCITADO



• I_a atrasa a V_a

$$\overline{O'P'} = X_d I \cos \varphi = \left(\frac{X_d}{3V} \right) 3VI \cos \varphi$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_P$

$$\overline{O'Q'} = X_d I \sin \varphi = \left(\frac{X_d}{3V} \right) 3VI \sin \varphi$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_Q$

$$\overline{O'P'} = E \sin \delta$$

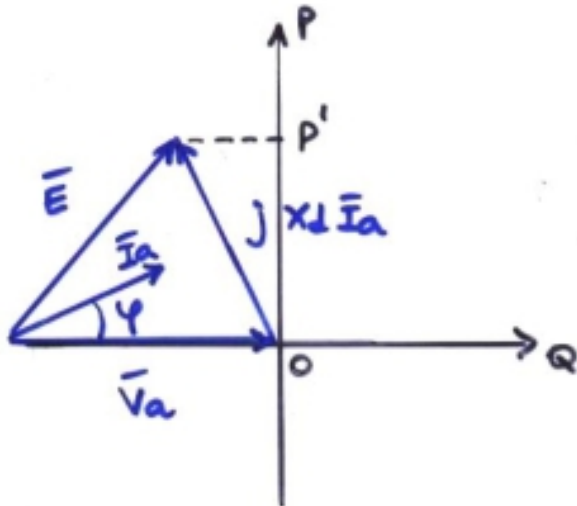
$$P = \frac{\overline{O'P'}}{\left(\frac{X_d}{3V} \right)} = \frac{3VE \sin \delta}{X_d}$$

\bar{E}_0 fase para la que \bar{I}_a en fase con \bar{V}_a y $P_0 > 0$
con $Q_0 = 0$.

SE OBSERVA QUE $|E| > |E_0|$

LA CARGA SE VE COMO INDUCTIVA Y EL GENERADOR SE VE COMO UN CAPACITOR QUE ALIMENTA DICHA CARGA. LA EXCITACIÓN ES MAYOR QUE LA QUE SE REQUIERE PARA ENTREGAR LA MISMA P PERO CON $Q = 0$

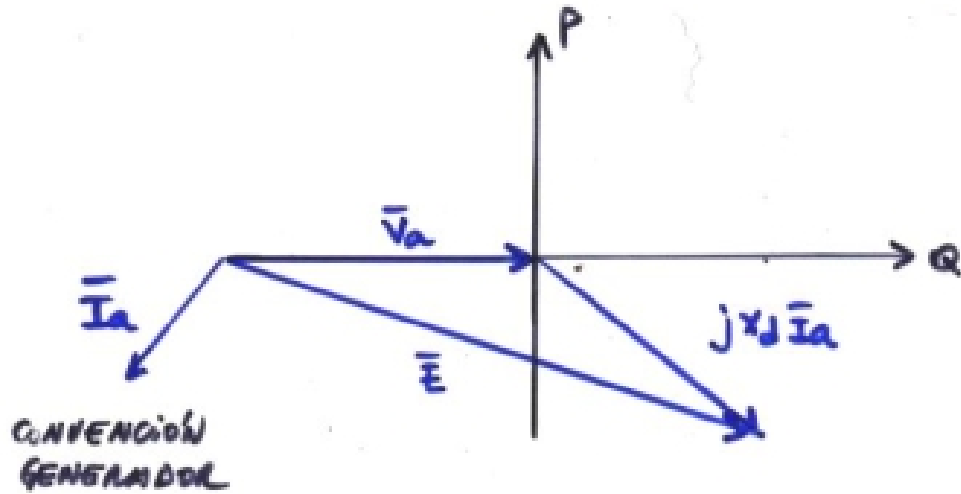
CASO 2. GENERADOR SUB-EXCITADO



$P > 0$
 $Q < 0$

EL GENERADOR
ABSORBE REACTIVA
SE VE COMO UNA
INDUCTANCIA

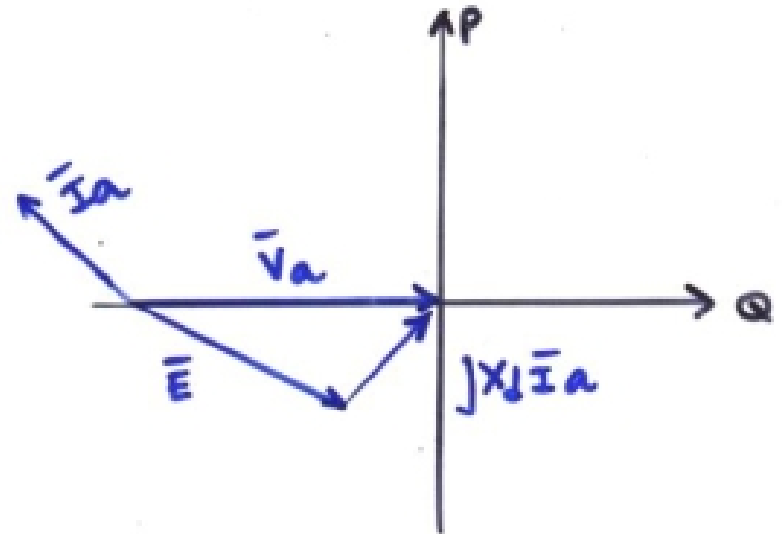
CASO 3 MOTOR SOBRE-EXCITADO



$P < 0$
 $Q > 0$

CASO 4 MOTOR SUB-EXCITADO

$P < 0$
 $Q < 0$



Vínculo entre el ángulo δ (= "ángulo de par" o "ángulo interno") y el desajuste dinámico de la máquina.

Posición del rotor $\rightarrow \alpha(t)$ (continuamente creciente).

$$\alpha(t) = \underbrace{\Omega_s t}_{\uparrow \text{vel. sinc.}} + \underbrace{\delta(t)}_{\alpha_0'} + (\alpha_0' - \delta_0)$$

$$\Omega(t) = \frac{d\alpha}{dt} = \Omega_s + \frac{d\delta}{dt}$$

$$J \frac{d\Omega}{dt} = C_m - C_r$$

Alternativa

$$J \Omega \frac{d\Omega}{dt} = P_m - P_r$$

$P_m = \text{Potencia mecánica en el eje} = \text{Pot. motriz}$
 $P_r = \text{Pot. resistente} = \text{Potencia generada.}$

$$= P_m - P_e$$

$$\rightarrow \text{en régimen } \Omega = \Omega_s \Rightarrow P_m = P_r$$
$$\frac{d\Omega}{dt} = 0$$

$$J\Omega \frac{d\Omega}{dt} = P_m - P_e$$

$$J\Omega \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - \frac{3V_s E}{X_s} \sin\delta$$

||
||
||

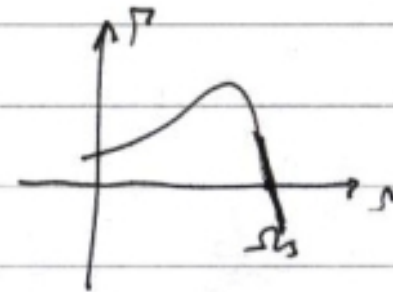
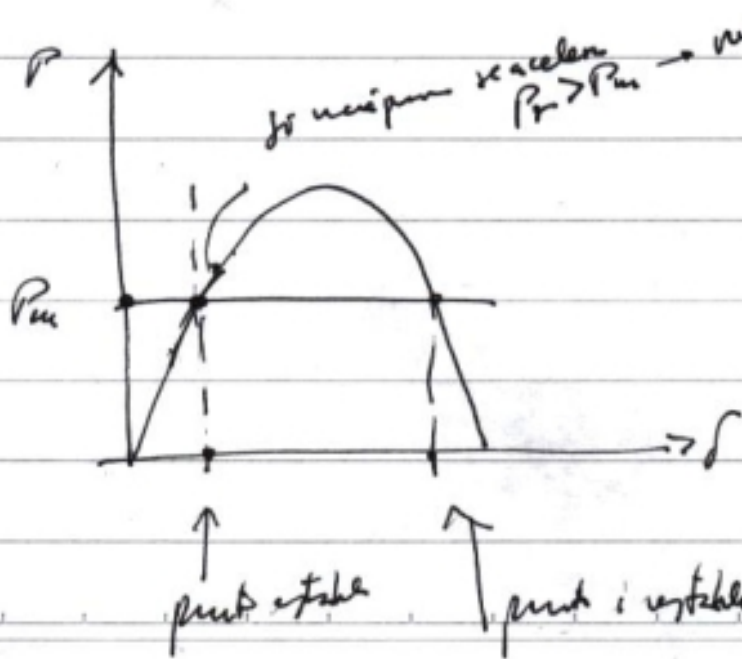
||
||
||

$$J\Omega_s = M$$

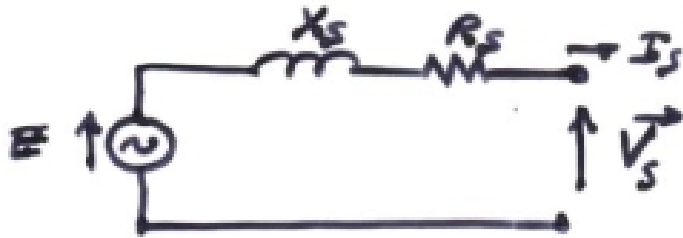
$$\ddot{\delta} \approx \frac{P_m}{M} - \frac{1}{M} \frac{3V_s E}{X_s} \sin\delta$$

fișo eq. de pîndele
oscilațiilor.

rol de amortizor



REACTANCIA SINCRÓNICA Y RELACIÓN DE CORTOCIRCUITO



Def.: $X_s = \omega L_s (= X_d)$
↑
"reactancia sincrónica"

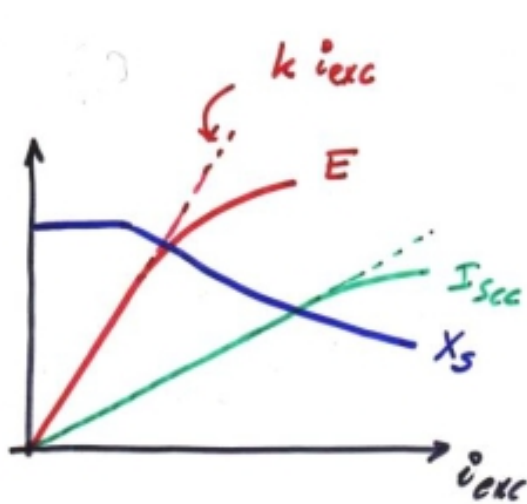
En régimen lineal (∅ saturación) $|E| = k \dot{i}_{exc}$

$$\vec{V}_s = \vec{E} - j X_s \vec{I}_s \quad (\text{si } R_s \neq 0)$$

En vacío ($I_s = 0$) $\Rightarrow \vec{V}_{s0} = \vec{E} \quad ; \quad |\vec{E}| = k \dot{i}_{exc}$

En c.c. ($V_s = 0$) $\Rightarrow 0 = \vec{E} - j X_s \vec{I}_{sc} \Rightarrow |\vec{E}| = X_s |\vec{I}_{sc}|$

$$\Rightarrow \boxed{X_s = \frac{|\vec{E}|}{|\vec{I}_{sc}|}}$$



$$X_s = \frac{|\vec{E}|}{|\vec{I}_{scc}|}$$

Antes de alcanzar la saturación, $X_s = \text{cte}$

Con saturación $X_s(i_{exc})$
 $i_{exc} \uparrow \Rightarrow X_s \downarrow$

Definición: Relación de corto-circuito de una MS. (k_{cc})

$$k_{cc} \stackrel{\text{def.}}{=} \frac{\text{Corriente de inductor tal que } |\vec{V}_{s0}| = V_{nom}}{\text{Corriente de inductor tal que } |\vec{I}_{scc}| = I_{snom}}$$

$$k_{cc} = \frac{i_{exc0\ nom.}}{i_{exc\ cc\ nom.}}$$

En régimen lineal ($R_s \approx 0$):

$$\begin{cases} V_{s0} = V_{snom} = k i_{exc0\ nom.} & (\text{vacío}) \\ k i_{exc\ cc\ nom.} = X_s I_{snom} & (\text{c.c.}) \end{cases}$$

$$k_{cc} = \frac{k i_{exc0\ nom.}}{k i_{exc\ cc\ nom.}} = \frac{V_{snom}}{X_s I_{snom}} = \left(\frac{X_s}{\left(\frac{V_{snom}}{I_{snom}} \right)} \right)^{-1} = \frac{1}{Z_s \text{ (p.u.)}}$$

INFLUENCIA DE LA SATURACIÓN

MÉTODO DE POTIER

El método de Potier no tiene por objeto realizar un modelo detallado de cómo la saturación del hierro afecta el desempeño de la MS, sino:

Dada una carga conocida, a tensión y frecuencia dadas, determinar la corriente de excitación para alimentar esa carga en las condiciones establecidas.

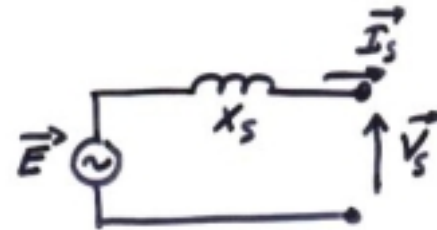
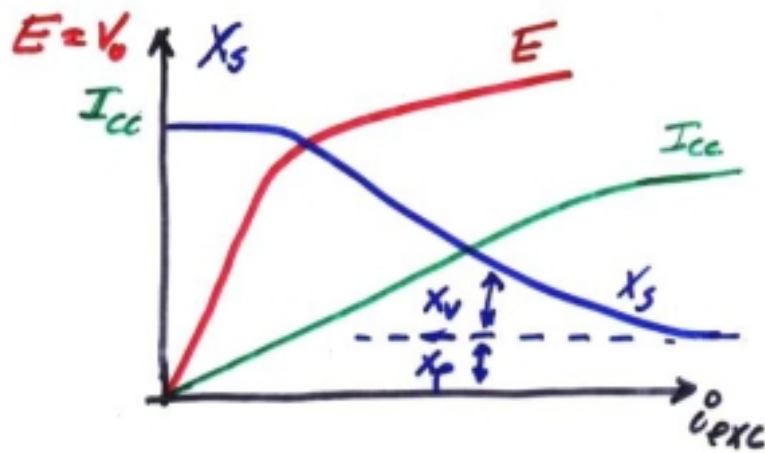
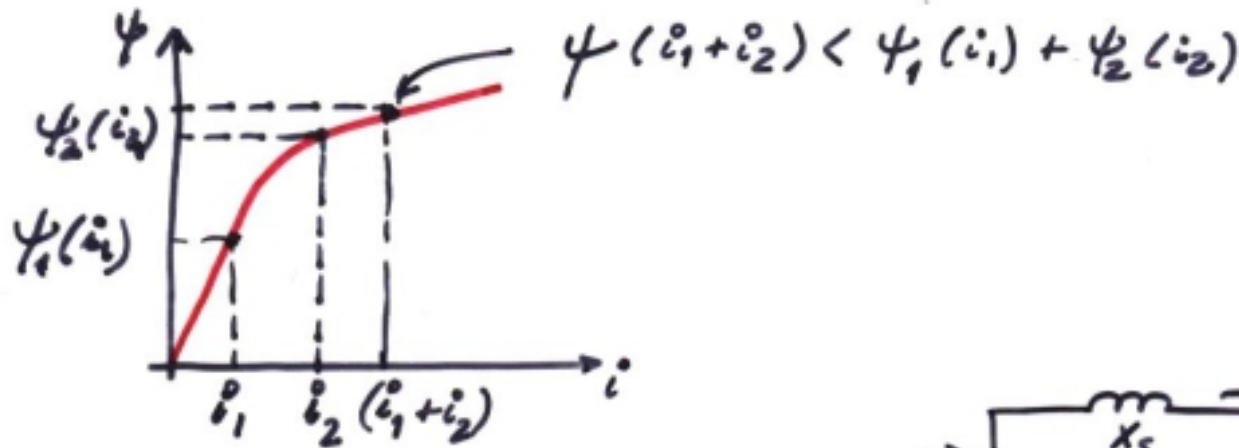
En régimen lineal:

$$\left. \begin{aligned} \vec{\Psi}_r &= L_r \vec{I}_r + M_{rs} \vec{I}_s \\ \vec{\Psi}_s &= M_{rs} \vec{I}_r + L_s \vec{I}_s \end{aligned} \right\}$$

resultados obtenidos aplicando el método de superposición:

$$\left. \begin{aligned} i_1 &\rightarrow \psi_1(i_1) \\ i_2 &\rightarrow \psi_2(i_2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \psi(i_1+i_2) = \psi_1 + \psi_2$$

Con saturación:



$$\vec{V}_s = \vec{E} - j X_s \vec{I}_s$$

En cortocircuito:

$$0 = \vec{E} - j X_s \vec{I}_{sc}$$

$$X_s = \frac{E(i_{exc})}{I_{sc}}$$

Hip. de Potier:
(1)

$$X_s = X_s(i_{exc}) = X_p + X_v(i_{exc})$$

En régimen lineal:

$$\vec{V}_s = - \frac{d\vec{\Psi}_s}{dt} - R_s \vec{I}_s$$

Siempre es cierto (con o sin saturación):

$$v_s(t) = - \frac{d\psi_s(t)}{dt} - R_s i_s(t)$$

Pero: Saturación $\Rightarrow v_s(t)$ sinusoidal $\Rightarrow \begin{cases} \psi_s(t) \\ i_s(t) \end{cases}$ No sinusoidal

$$\text{Si } |R_s i_s(t)| \ll |v_s(t)| \Rightarrow v_s(t) \approx - \frac{d\psi_s(t)}{dt}$$

Se admitirá que si $v_s(t)$ sinusoidal, $\psi_s(t)$ es (aprox.) también sinusoidal, e $i_s(t)$ también sinusoidal (aprox. mala)

$$\Rightarrow \boxed{\vec{V}_s = -j\omega \vec{\Psi}_s - R_s \vec{I}_s} \quad \text{aun con saturación} \\ \text{(Hip. de Pótier) (2)}$$

Si se tuviere régimen lineal:

$$\vec{\Psi}_S = M_{rs} \vec{I}_r + L_S \vec{I}_S$$

$$\vec{V}_S = -j\omega M_{rs} \vec{I}_r - \underbrace{j\omega L_S}_{\omega X_p + X_v} \vec{I}_S - R_S \vec{I}_S$$

$$\vec{V}_S + R_S \vec{I}_S + jX_p \vec{I}_S = -j\omega M_{rs} \vec{I}_r - jX_v \vec{I}_S$$

Cuando hay saturación, el 1º miembro de la ecuación quedaría igual, (no depende de la saturación), mientras que en el segundo miembro aparece la suma de flechas, lo que no es válido

$$\vec{V}_S + R_S \vec{I}_S + jX_p \vec{I}_S = \vec{E}_r$$

\vec{E}_r es una tensión resultante, que depende de la saturación

$$E_r = E_r(I_r, I_s)$$

← En realidad E_r depende de la f.m.m. de entrehierro resultante, que es una combinación vectorial (fasorial) de \vec{I}_r e \vec{I}_s

$$\vec{E}_r \stackrel{\text{def}}{=} -j\omega \vec{\Psi}_{rr},$$

$$\text{con } |\vec{\Psi}_{rr}| = \Psi_{rr} = \Psi_{rr}(\vec{I}_{rr})$$

$$\boxed{\vec{I}_{rr} \stackrel{\text{def}}{=} \vec{I}_r + \alpha \vec{I}_s}$$

I_{rr} = corriente de rotor equivalente a la suma (módulo y fase) de las corrientes de rotor y estator.

Factor de corrección α : \Rightarrow equivalencia de f.m.m.

$$E_s = \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} (K_{bs} n_s) I_s \sqrt{2} \cos(\omega t - \theta - \varphi)$$

$$E_r' = \frac{4}{\pi} (K_{br} n_r) I_r' \cos(\omega t - \theta + \alpha_0)$$

$$|E_s| = |E_r'| \Rightarrow (K_{br} n_r) I_r' = \frac{3}{2} (K_{bs} n_s) I_s \sqrt{2}$$

$$I_r' = \underbrace{\frac{3\sqrt{2}}{2} \left(\frac{K_{bs} n_s}{K_{br} n_r} \right)}_{\alpha} \cdot I_s = \alpha I_s$$

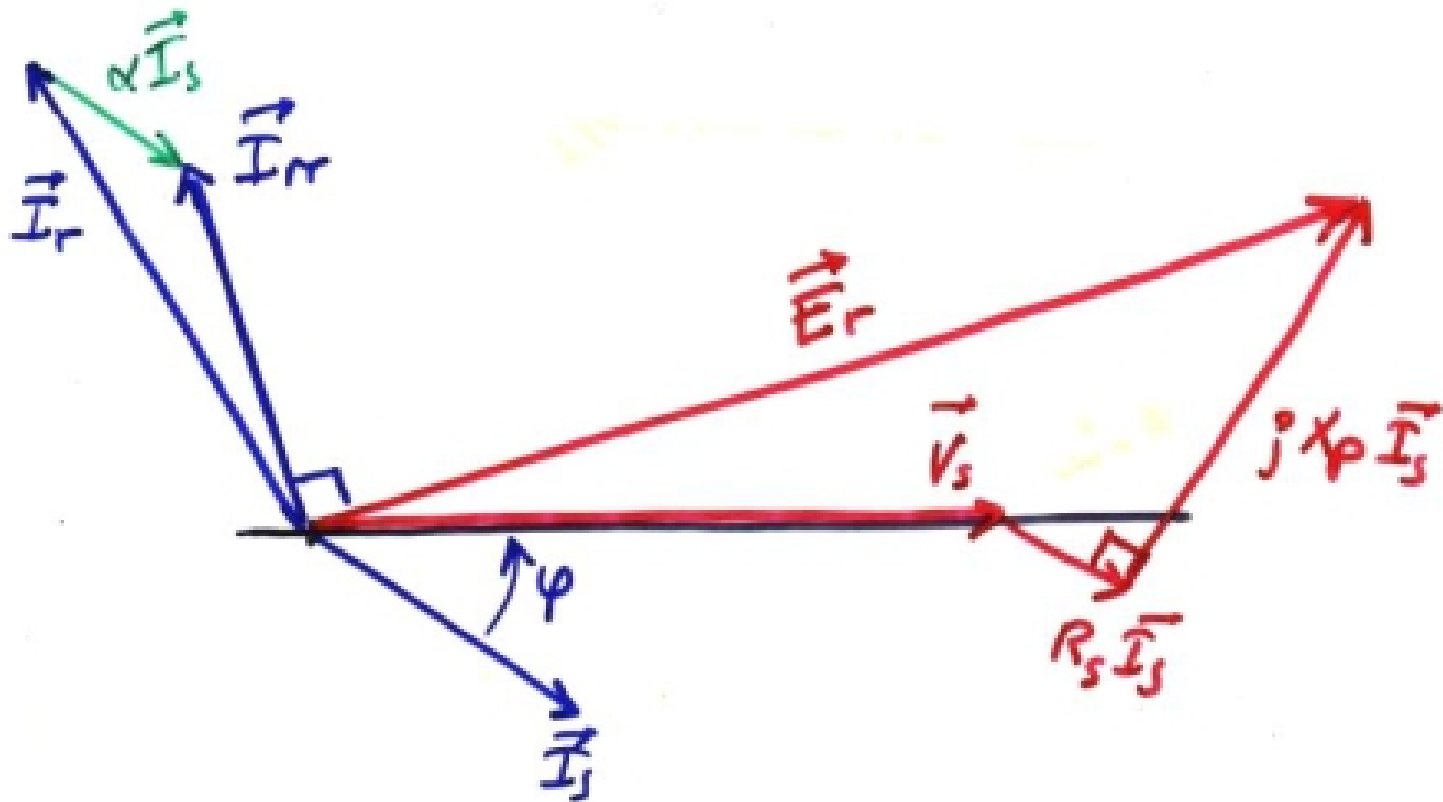
$$\vec{\Psi}_{rr} = L(I_{rr}) \vec{I}_{rr}$$

$$\vec{E}_r = -j\omega \vec{\Psi}_{rr} = -j\omega L(I_{rr}) \vec{I}_{rr} \Rightarrow \vec{E}_r \perp \vec{I}_{rr}$$

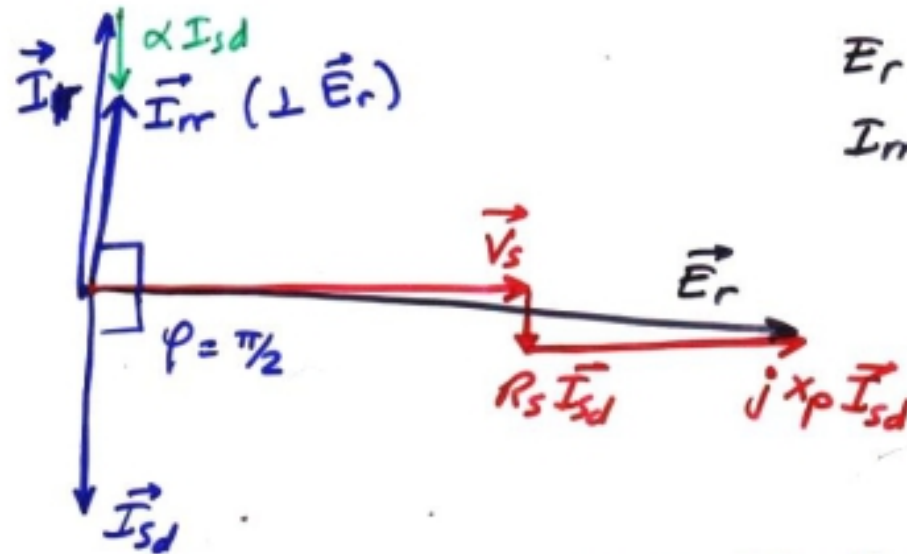
$$E_r = |\vec{E}_r| \Rightarrow \boxed{E_r(I_{rr})?}$$

$$\boxed{E_r(I_{rr}) \equiv E(I_r) \equiv V_o(i_{exc})} \quad (\text{Hip. de Potter})(3)$$

$$\begin{cases} \vec{V}_s + R_s \vec{I}_s + j X_p \vec{I}_s = \vec{E}_r & ; E_r(I_r) \\ \vec{I}_{rr} = \vec{I}_s + \alpha \vec{I}_s \end{cases}$$

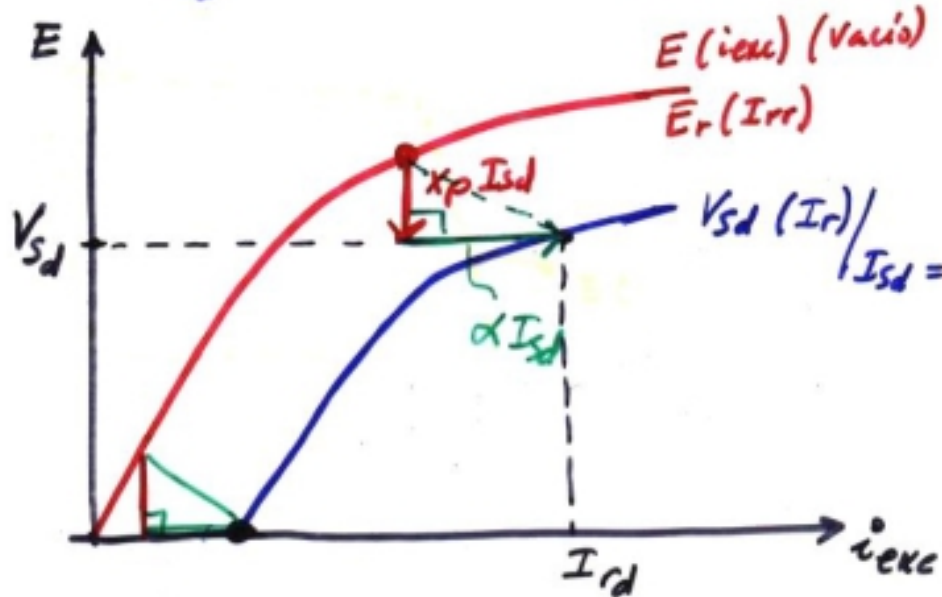


Ensayo en "devanado" ($P=0, Q \neq 0$)



$$E_r = V_s + x_p I_{sd}$$

$$I_{rr} = I_r - \alpha I_{sd}$$

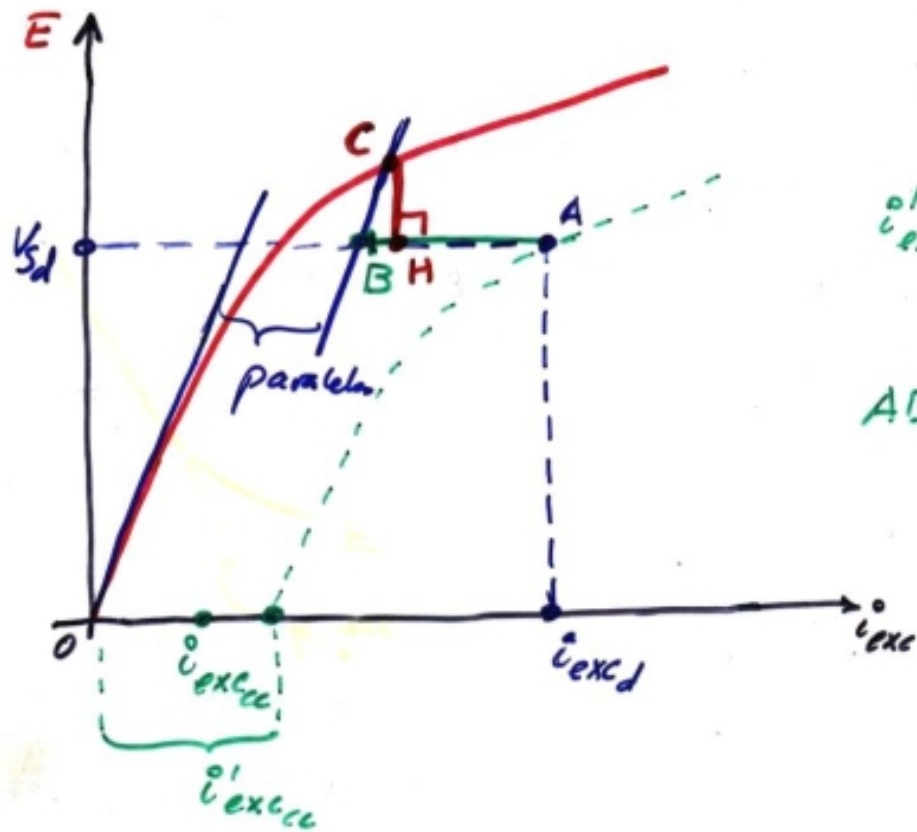


$$V_{sd} = E_r - x_p I_{sd}$$

$$I_r = I_{rr} + \alpha I_{sd}$$

DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DE α Y X_p

Datos:
 { Ensayo en devorado $V_{sd}, I_{sd}, i_{exc_d}$
 { Ensayo en cortocircuito $I_{sc}, i_{exc_{cc}}$
 { Curva de vacío $V_s \approx E$ como $f(i_{exc})$



$$i'_{exc_{cc}} = i_{exc_{cc}} \frac{I_{sd}}{I_{sc}}$$

$$AB = i'_{exc_{cc}}$$

$$CH = X_p I_{sd}$$

$$AH = \alpha I_{sd}$$

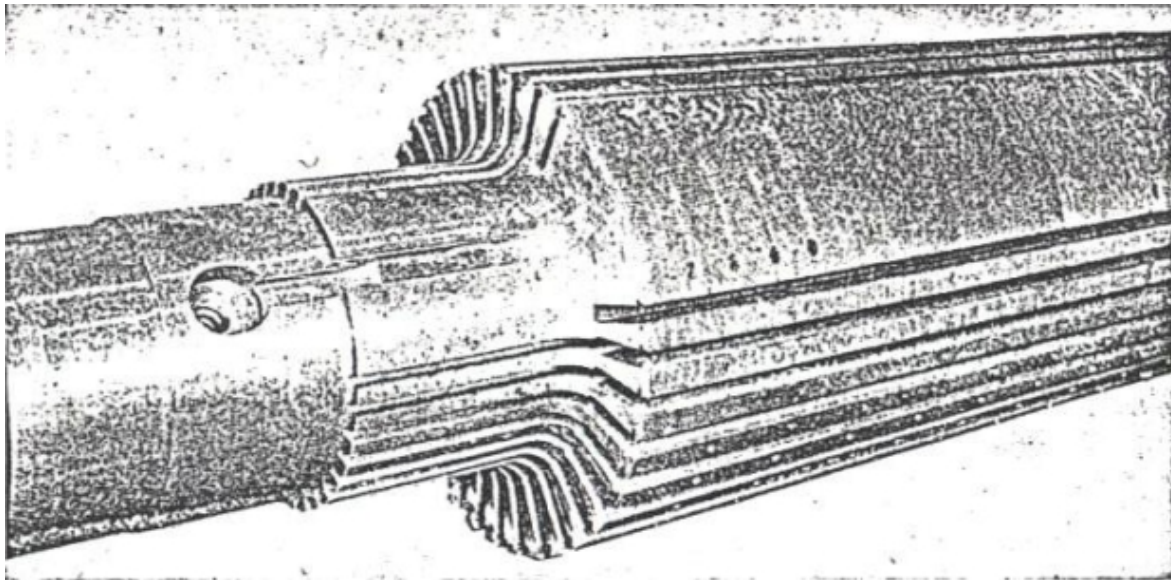


Fig. 5h Rotor forging, showing slots and ventilating holes. (*Westinghouse Electric Corporation*)

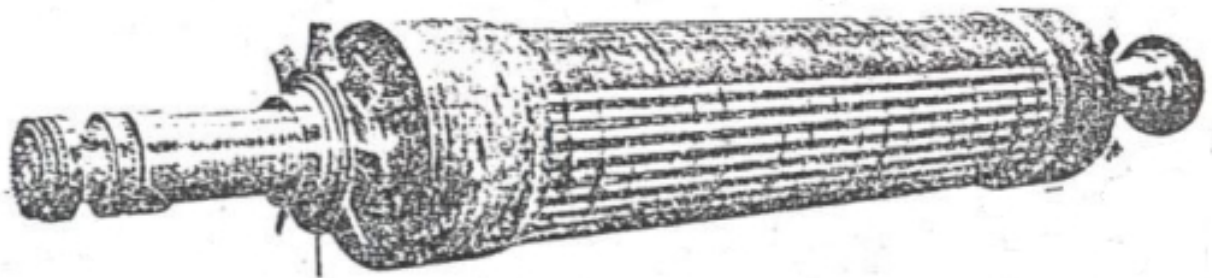


Fig. 5f Completed two-pole rotor, showing cooling fans, slip rings, and retaining rings. (*Westinghouse Electric Corporation*)

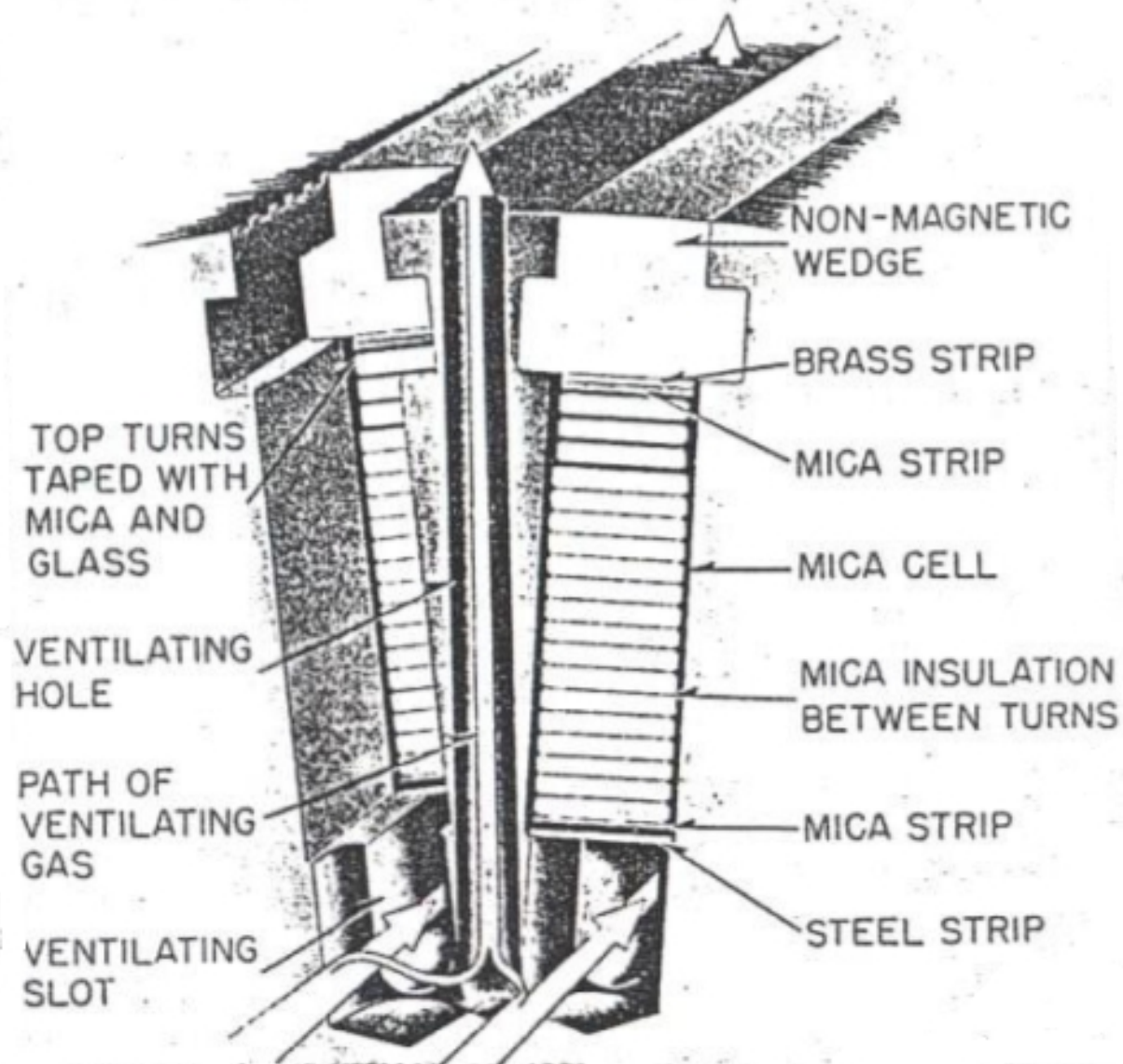


Fig. 5i Cross-section through the field windings. (Westinghouse Electric Corporation)

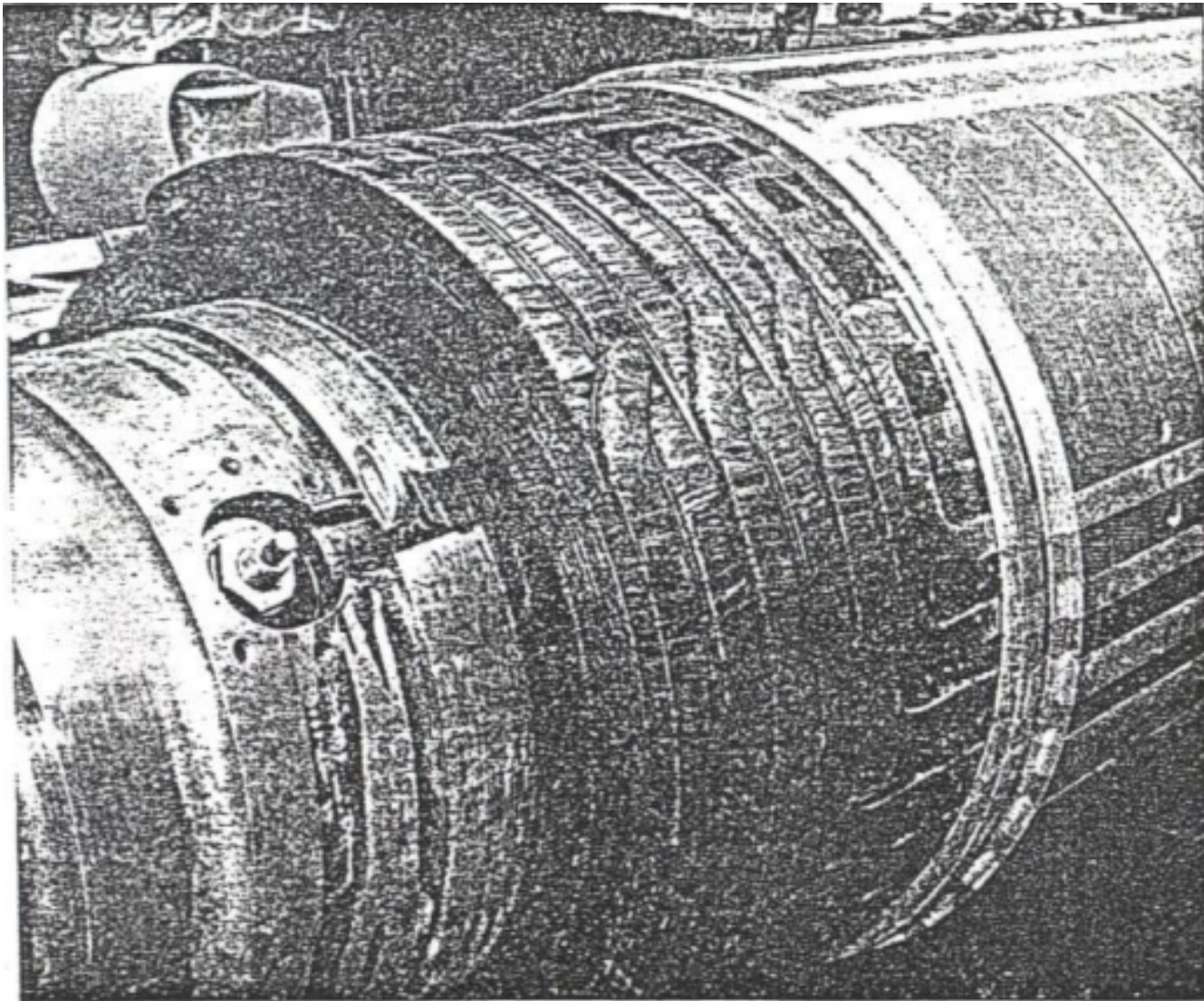


Fig. 5g Detail of the field winding at the end of the rotor, showing one of the leads which goes through the hollow shaft to the slip ring. (*Westinghouse Electric Corporation*)

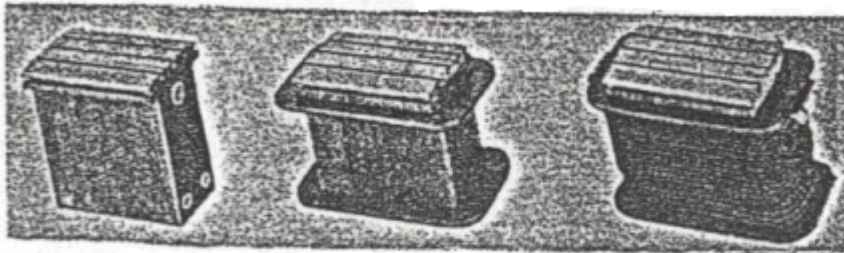


FIG. 30-7. Polos salientes en tres etapas de armado

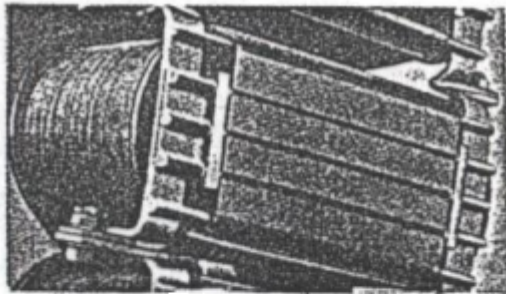


FIG. 30-8. Detalles de un arrollamiento amortiguador

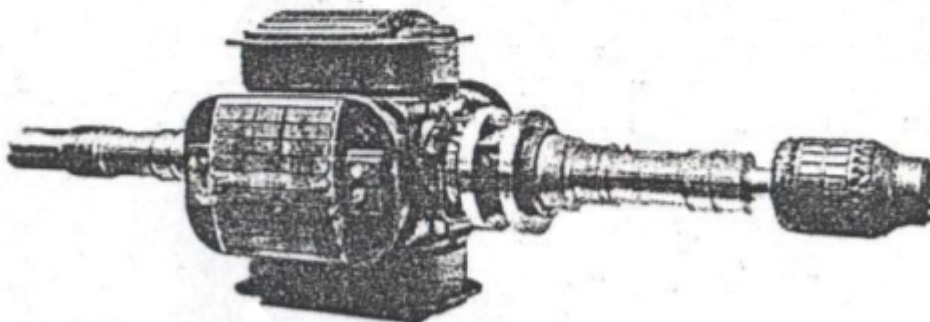


FIG. 30-9. Rotor completo de una máquina síncrona, de polos salientes, de 4 polos

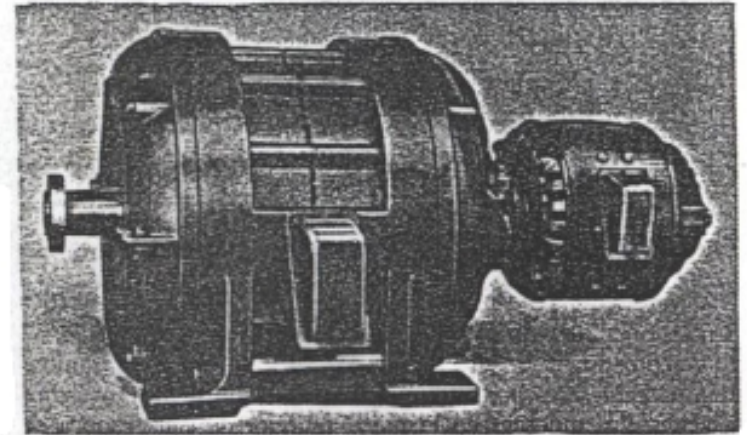
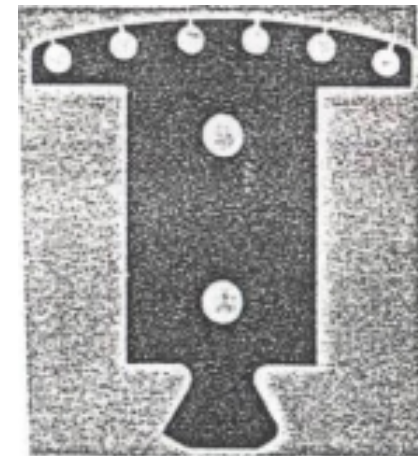
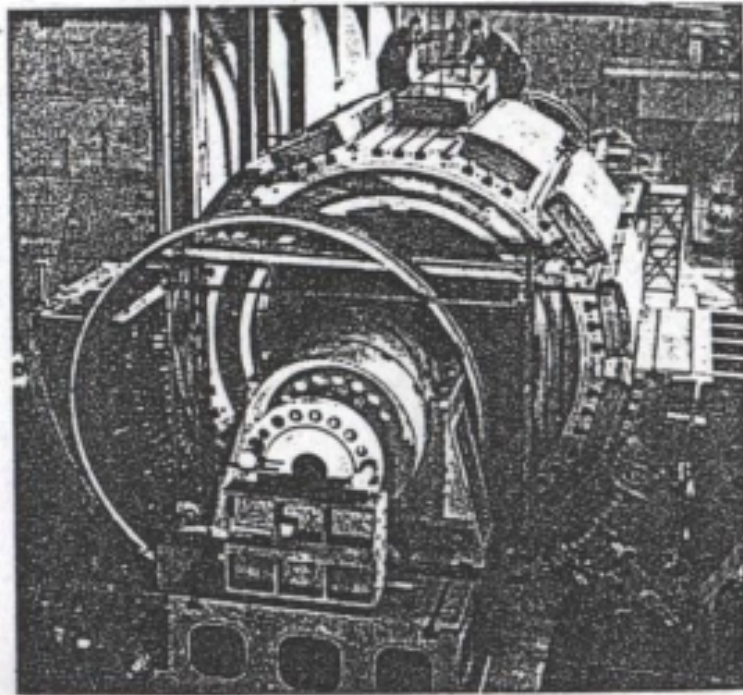
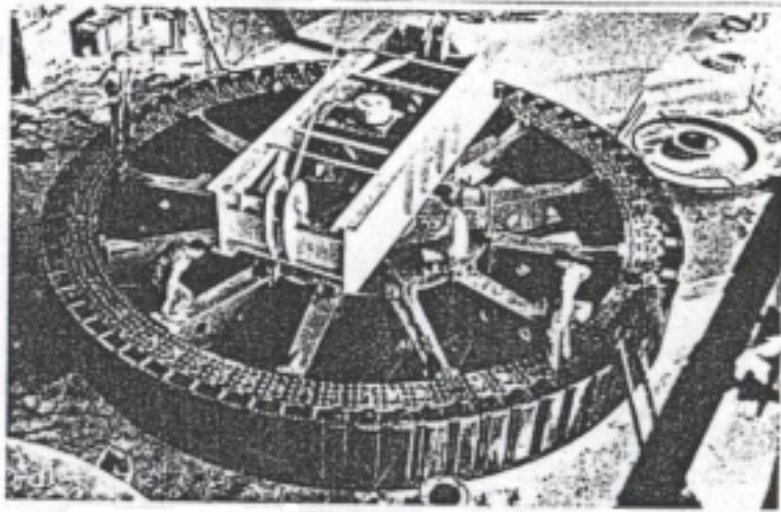
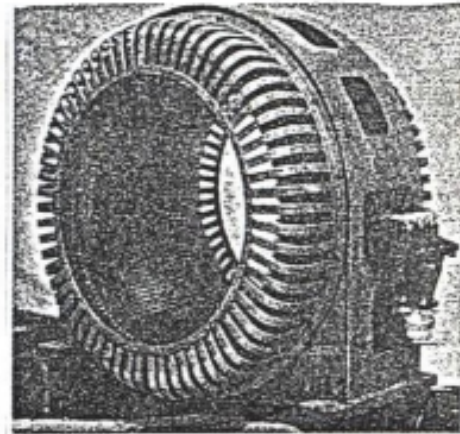
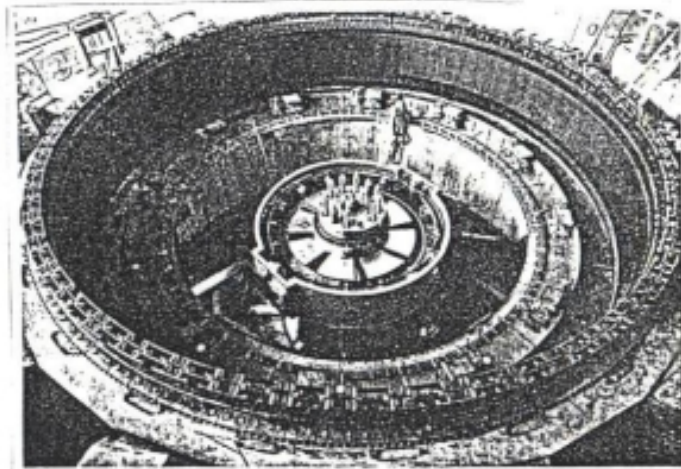
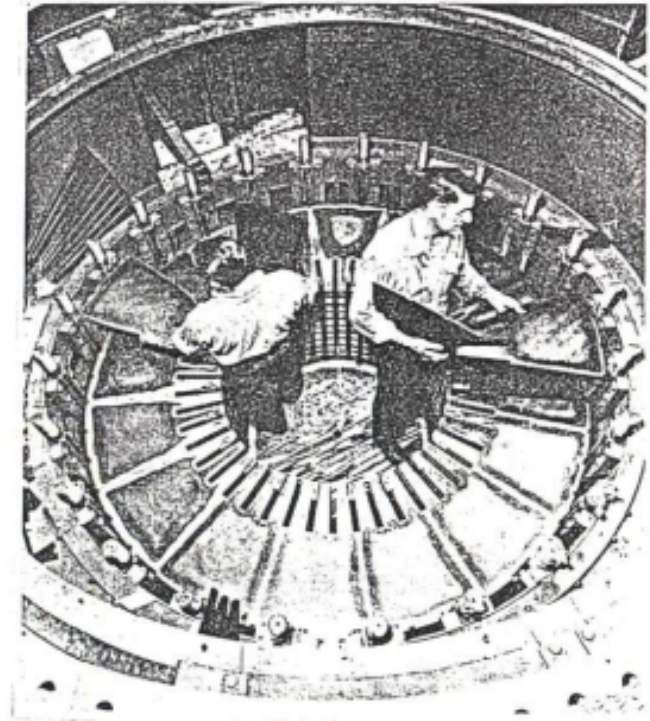
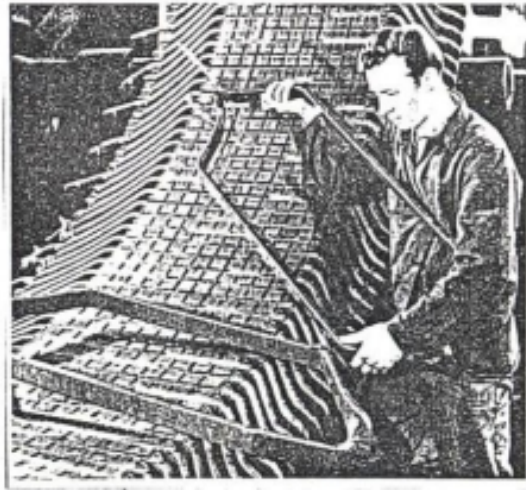


FIG. 30-10. Máquina síncrona completa acoplada con el excitador







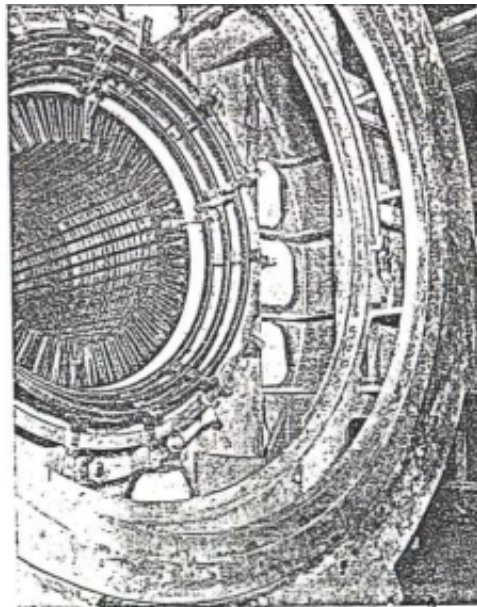


Fig. 5c Stator frame and laminations of a hydrogen-cooled turbo-generator. (General Electric Company)

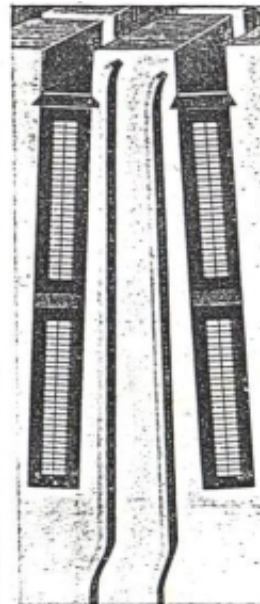


Fig. 5d Cross-section through the armature winding showing conductors, slots, slot wedges, and spacers for the radial cooling ducts. (Westinghouse Electric Corporation)

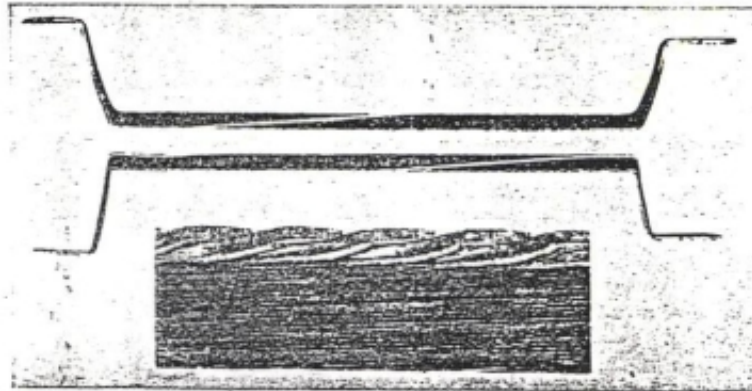


Fig. 5e Insulated armature bars, showing transposed conductors (white chalk line shows path of a single conductor). (General Electric Company)

