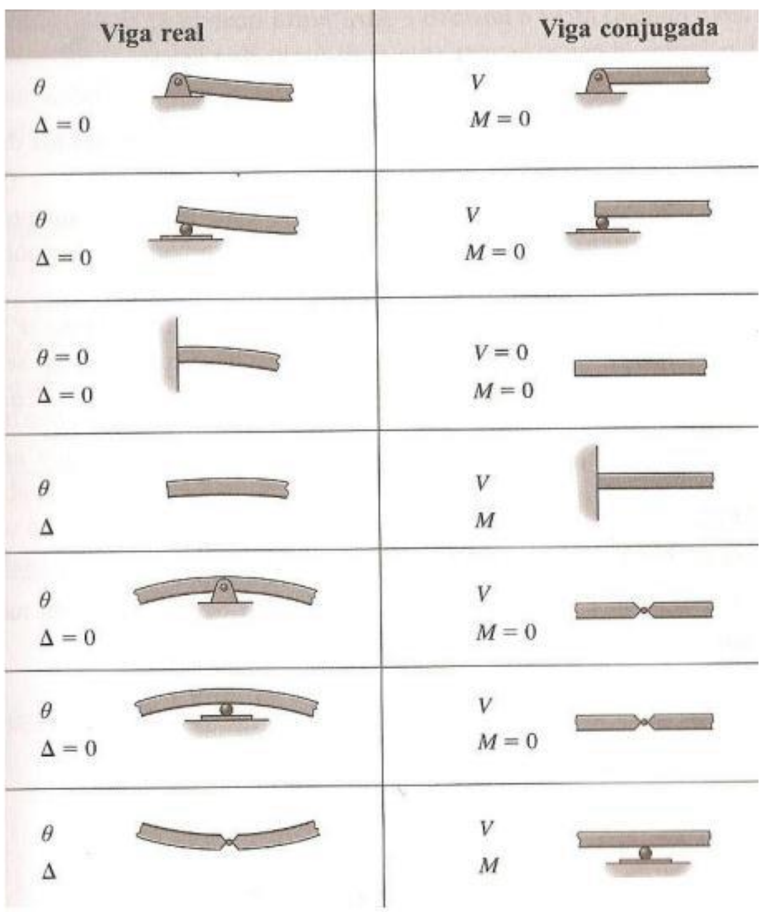
Introducción

Continuando con el estudio de vigas, empezamos el estudio de los desplazamientos (deflexiones) en las mismas. Para esto consideramos la relación vista en teórico:

$$\frac{M}{EI} = v''$$

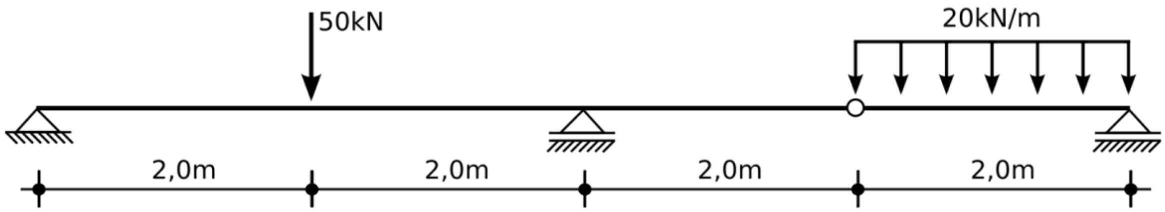
Si conocemos el diagrama de momentos, podemos integrar dos veces y obtener la expresión de $v(x)$, determinando el desplazamiento de cada punto. Para ello debemos tener en cuenta dos constantes de integración. A partir de aquí surgen dos formas de proceder:

- Método de superposición: Para casos conocidos (o típicos), utilizaremos la superposición de los efectos para obtener la deformada de la viga. Para este fin, utilizaremos tablas donde se encuentran ya resueltas las expresiones del efecto de cada tipo de carga sobre la viga.
- Viga análoga: Se establece una relación con el teorema fundamental de vigas. "Cargamos" la viga con la curvatura, y dadas las relaciones entre las diferentes funciones, el diagrama de momentos de esta "carga" corresponde a la expresión de la deflexión. Resulta muy útil en casos de sección variable. En el cuadro siguiente se ve como se debe trabajar con la analogía:



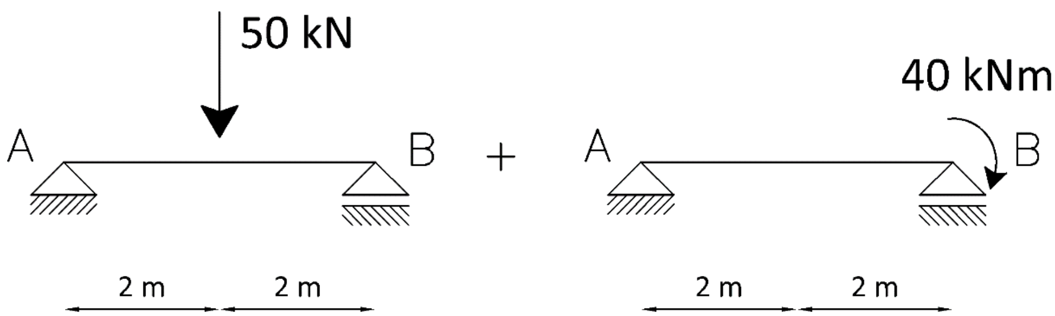
Ejemplo 1

Vamos a resolver calcular descensos y giros en la articulación de la viga del ejercicio 5.7. Para esto utilizaremos el método de superposición. Para esto utilizaremos el PNI24 dado por la solución.



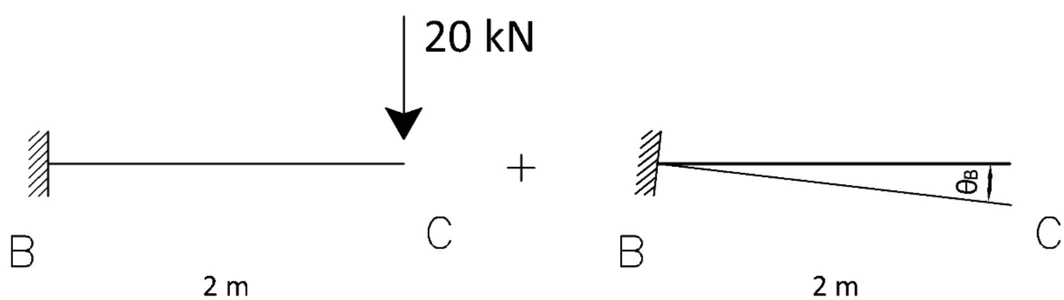
$$I = 4250\ cm^4$$

Separaremos la viga en tres tramos: viga simplemente apoyada (a tierra), voladizo, y viga simplemente apoyada (apoyada en el voladizo).



De este tramo nos interesa el giro en el punto B, para esto lo calculamos (considerando antihorario positivo):

$$\theta_D^1 = \frac{PL^2}{16EI} = 5.60x10^{-3}\ rad$$
$$\theta_D^2 = -\frac{ML}{3EI} = -5.98x10^{-3}\ rad$$
$$\theta_D = -3.73x10^{-4}\ rad$$



Para calcular el descenso debido al giro, tomaremos como aproximación a la tangente del ángulo, el mismo ángulo.

$$\delta_C^1 = -\theta_D \, 2\,m = 7.47x10^{-4}\,m \downarrow$$

$$\delta_C^2 = \frac{PL^3}{3EI} = 5.98x10^{-3}\,m \downarrow$$

$$\delta_C = 6.72x10^{-3}\,m \downarrow$$

A su vez podemos calcular el giro por izquierda en C:

$$\theta_{C,izq}^1 = \theta_D$$

$$\theta_{C,izq}^2 = \frac{PL^2}{2EI} = 4.48x10^{-3}\,rad$$

$$\theta_{C,izq} = 4.86\,x10^{-3}\,rad$$

Queda por lo tanto analizar el giro por derecha.

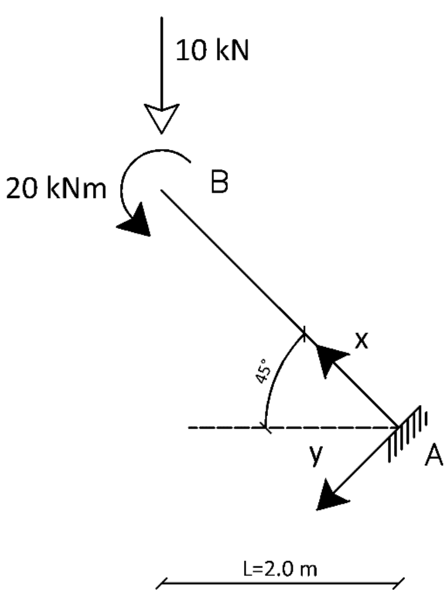
$$\theta_{C,Der}^1 = +\frac{\delta_C}{2\,m} = 3.36x10^{-3}\,rad$$

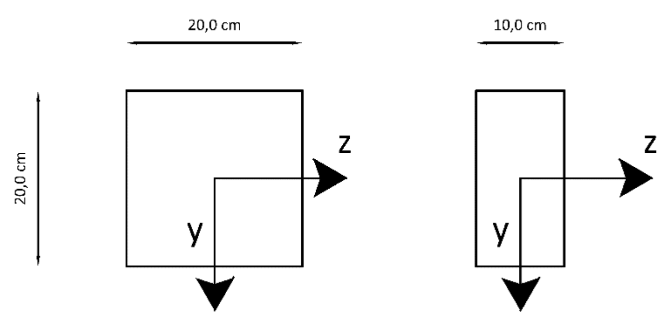
$$\theta_{C,Der}^2 = -\frac{qL^3}{24EI} = -7.47x10^{-4}\,rad$$

$$\theta_{C,Der} = 2.61\,x10^{-3}\,rad$$

Ejemplo 2

Analizaremos ahora el caso de una viga con sección variable, tomaremos el ejemplo del examen de diciembre del 2018. Calcularemos solamente la deflexión por flexión. $E = 30\;GPa$





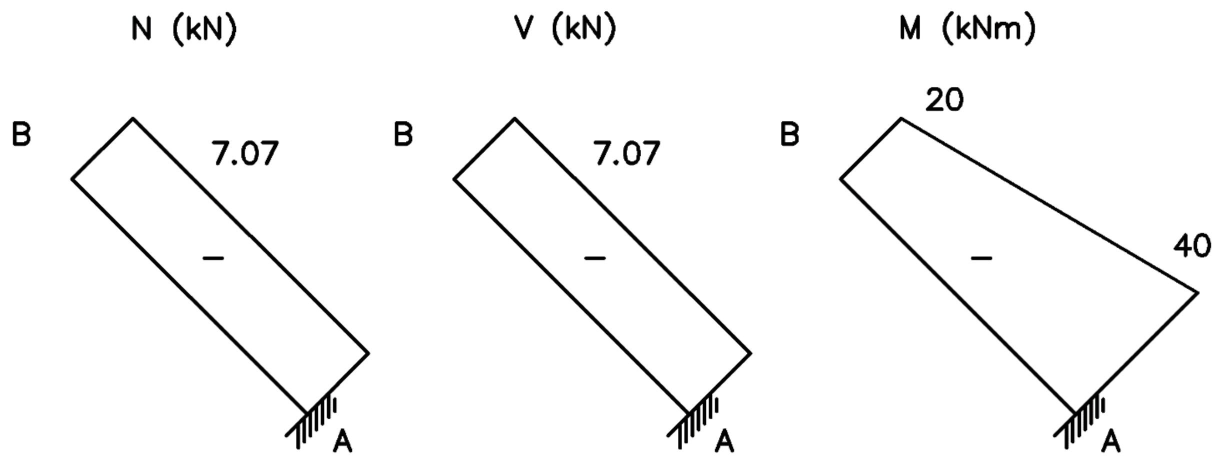
El alto de la viga no cambia, el ancho cambia de forma lineal:

$$b(x) = 0.20 - \frac{0.10\,x}{2\sqrt{2}}$$

$$A(x) = 0.20\left(0.20 - \frac{0.10\,x}{2\sqrt{2}}\right)$$

$$I(x) = \frac{0.20^3}{12}\left(0.20 - \frac{0.10\,x}{2\sqrt{2}}\right)$$

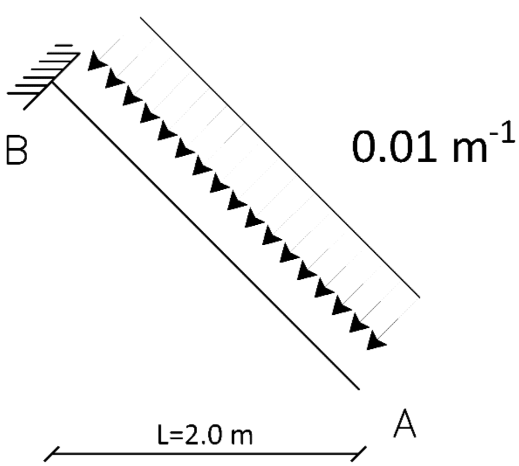
Los diagramas de solicitaciones son:



Como podemos ver, la curvatura se puede calcular como $\frac{M}{EI}$ resultando en una constante (la variación del momento es igual a la variación de la inercia).

$$v'' = 0.01\frac{1}{m}$$

Vemos ahora la viga análoga:



$$\delta_B = 0.01\frac{1}{m}\frac{\left(2\sqrt{2}\,m\right)^2}{2} = 0.04\,m$$