

# Introducción

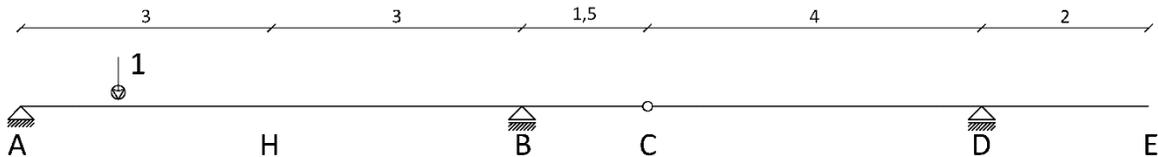
Las líneas de influencia son un grafico que representa el efecto de una carga móvil en un punto fijo. Estos gráficos se suelen realizar para una carga puntual unitaria, pudiendo extrapolarse el concepto para cargas no unitarias y cargas distribuidas. También se pueden realizar los cálculos para lo que se conoce como un tren de cargas, esto consiste en ver el efecto que un grupo de cargas separados entre si tienen en una estructura.

$$LI_{Tren} = \sum_n LI(x_i)P_i$$

Si llevamos este concepto a un caso diferencial (cada carga es una carga diferencial y están separadas una distancia infinitesimal entre sí).

$$LI_q = \int_{x_i}^{x_f} LI(x)q(x)dx$$

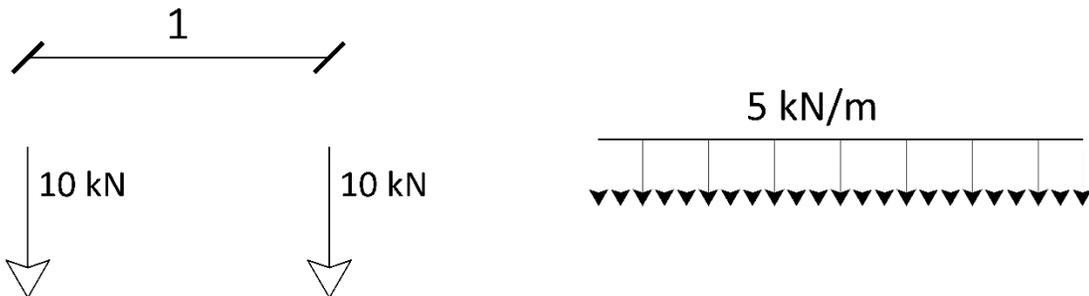
A continuación, veremos un ejemplo para una viga Gerber



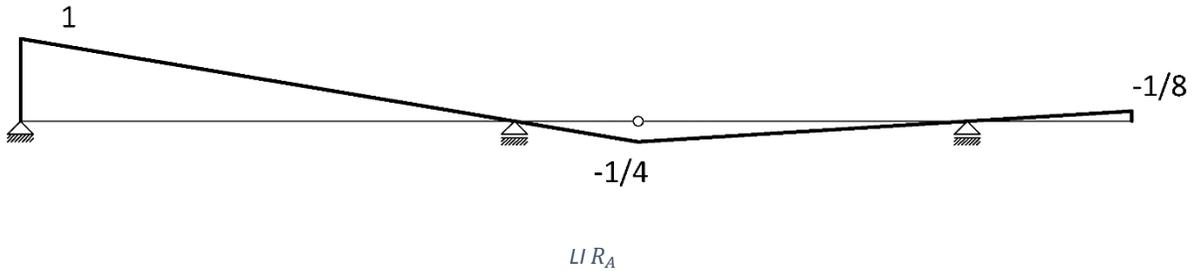
Veremos como calcular las líneas de influencia de:

- $R_A$
- $V_B^{izq}$
- $V_B^{der}$
- $M_H$
- $R_D$

También buscaremos los máximos y mínimos para:



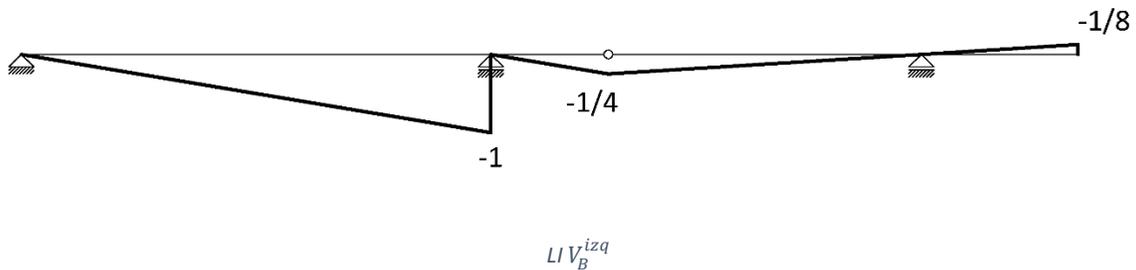
Comenzaremos con la línea de influencia de  $R_A$ , para esto colocaremos la carga en puntos clave y luego uniremos linealmente (estructura isostática). Si la carga se encuentra sobre A, es evidente que toda la carga la toma la reacción del apoyo, análogamente si la carga está en B, dicho apoyo tomara toda la carga. Cuando la carga se posiciona sobre el voladizo (BC), la reacción en A se torna negativa. Cuando la carga pasa al tramo CDE, podemos ver la reacción en A como la reacción debido a una fuerza fija en C. De esta forma tenemos:



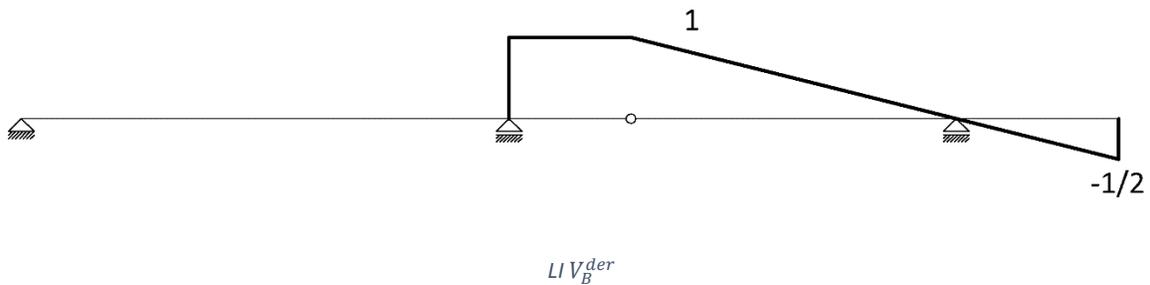
Seguimos con los cálculos necesarios para el cortante por izquierda en B. Si observamos la viga AB, vemos que se trata de una viga simplemente apoyada, pudiendo tener esta una carga puntual (la carga móvil) o no. De esta forma podemos separar dos casos:

$$x < 6 \text{ m} \rightarrow V_B^{izq} = R_A - 1$$

$$x \geq 6 \text{ m} \rightarrow V_B^{der} = R_A$$

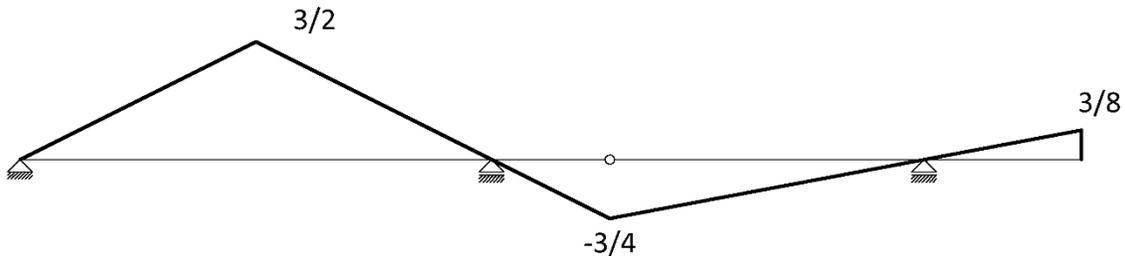


Para el cortante por derecha podemos observar que, si la carga se encuentra en el tramo AB, el voladizo no se ve afectado. Por otro lado, cuando la carga pasa al tramo CDE vemos que es una carga cuyo modulo disminuye acorde se va alejando de C.



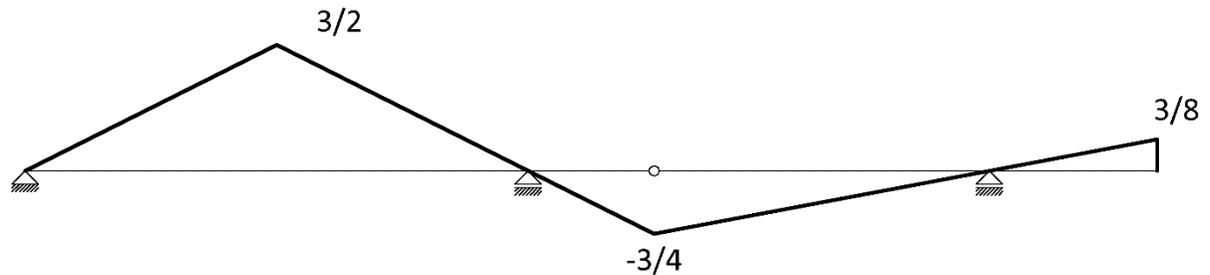
Si vemos la línea de influencia del momento en H, podemos observar que en el tramo AB se corresponde al caso de la viga simplemente apoyada, teniendo un valor  $Pab/(a + b)$  cuando la carga se encuentra sobre H. Cuando la carga pasa de H hacia la derecha, la línea de influencia toma como valor:

$$x > 3 \text{ m} \rightarrow M_H = V_A 3 \text{ m}$$



$LI M_H$

Por último, queremos observar el comportamiento de la reacción en D. Observemos que, si la carga se encuentra en el tramo ABC, el apoyo D no se ve afectado ya que el tramo CDE se encuentra apoyado en el tramo ABC. A partir de ese punto el tramo CDE se comporta como una viga simplemente apoyada con voladizo.



$LI R_E$

La idea ahora es realizar los cálculos para el tren de carga. El método más completo sería trazar las líneas de influencia para el tren de cargas, realizando la suma de dos líneas de influencia. Sin embargo, este método resulta muy tedioso, por lo que en general aplicaremos un método más práctico. Para los cálculos de los máximos y los mínimos tomaremos una de las cargas (si son distintas la mayor), y la colocaremos en el punto con un valor más crítico (el mayor en valor absoluto), y luego para la otra carga veremos donde tiene un efecto más favorable.

A modo de ejemplo para  $R_A$  tendremos:

$$R_A^+ = 1.10 + \frac{5}{6} \cdot 10 = 18.33 \text{ kN}$$

$$R_A^- = -\frac{1}{4} \cdot 10 - \frac{13}{44} \cdot 10 = -4.375 \text{ kN}$$

De esta forma obtenemos todos los máximos y mínimos:

	<b>Max</b>	<b>Min</b>
$R_A$	18.33 kN	-4.375 kN
$V_B^{izq}$	1.875 kN	-18.33 kN
$V_B^{der}$	20 kN	-7.5 kN
$M_H$	25 kNm	-13.125 kNm
$R_E$	27.5 kN	0

Para el caso de la carga distribuida debemos realizar los cálculos teniendo en cuenta las líneas de influencia y debemos elegir donde colocar dicha carga. Afortunadamente en estos casos, las líneas de influencia son lineales (de a tramos) y la carga es uniforme, por lo que procederemos a elegir las zonas donde el área bajo la línea de influencia sea positiva (o negativa) y multiplicar dichas áreas por el valor de la carga distribuida.

	<b>Max</b>	<b>Posición</b>	<b>Min</b>	<b>Posición</b>
$R_A$	15.63 kN	AB-DE	-3.44 kN	BD
$V_B^{izq}$	9 kN	DE	-18.44 kN	AD
$V_B^{der}$	17.5 kN	BD	-2.5 kN	DE
$M_H$	24.38 kNm	AB-DE	-10.31 kNm	BD
$R_E$	22.5 kN	CE	0	-