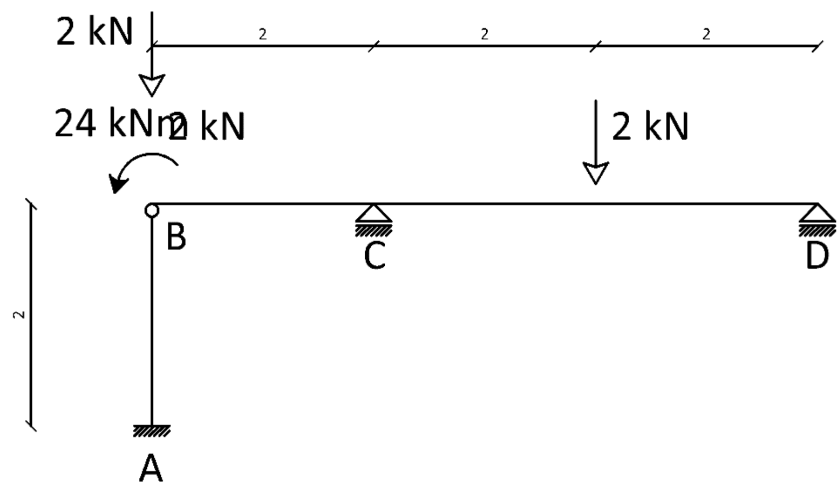
Introducción

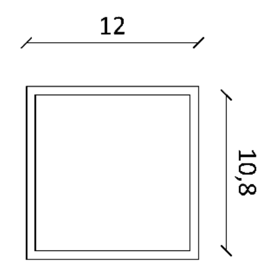
Cuando tratamos con vigas hiperestáticas nos encontramos con un nuevo problema a la hora de calcular las reacciones, ya no alcanza con las ecuaciones de equilibrio (tenemos mas restricciones que grados de libertad). Dada esta problemática, debemos encontrar una nueva forma de trabajar para poder resolver estos problemas. Surge entonces la posibilidad de utilizar la compatibilidad de desplazamientos para la resolución de estas estructuras.

La compatibilidad de los desplazamientos viene dada por la continuidad de las vigas y sus vínculos internos, normalmente trabajamos con el giro sobre los apoyos. Al ser continua la viga:

$$\theta_{izq} + \theta_{der} = 0$$

A modo de ejemplo vamos a resolver la siguiente estructura:





La estructura está construida en aluminio ($E = 70\ GPa$) y se consideran deformaciones por directa. Las unidades de la sección están dadas en centímetros.

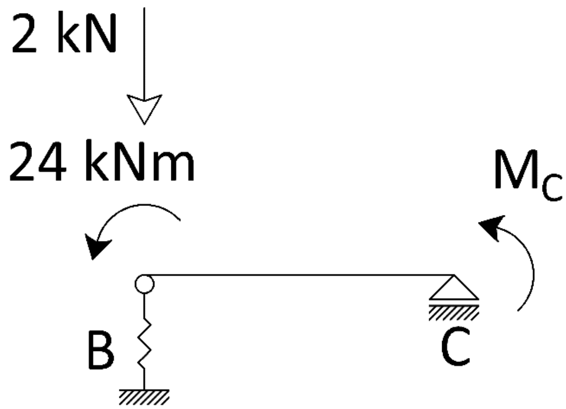
$$A = (120\ mm)^2 - (108\ mm)^2 = 2736\ mm^2 = 2.736\ x\ 10^{-3} m^2$$

$$I = \frac{(120\ mm)^4}{12} - \frac{(108\ mm)^4}{12} = 5942592\ mm^4 = 5.94\ x\ 10^{-6}\ m^4$$

Dado que se consideran las deformaciones por directa, debemos tener en cuenta el comportamiento elástico de la columna AB. El mismo lo tomaremos en cuenta considerando el pilar como un resorte. Dado que el material y la sección son constantes:

$$k = \frac{EA}{L} = 9.576\ x 10^7 \frac{N}{m}$$

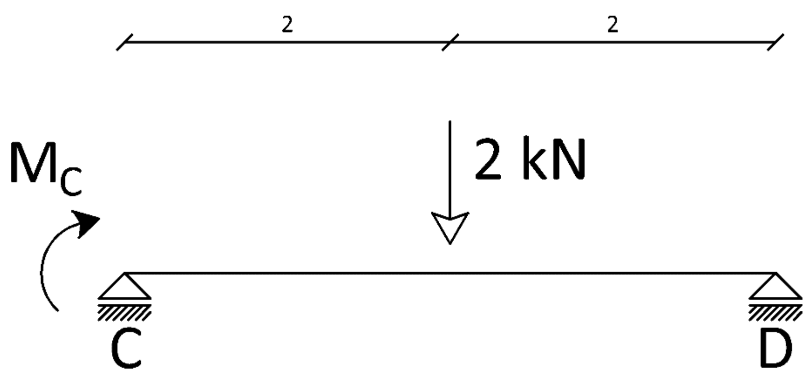
Comenzamos analizando el lado izquierdo de la viga. Debemos tener en cuenta el equilibrio de momentos en el tramo para poder relacionar el descenso en B respecto al momento.



$$\theta_{F,izq} = \frac{-24\;kNm\;2\;m}{6EI} + \frac{R_G}{k}\frac{1}{2\;m} + \frac{M_C\;2\;m}{3EI}$$

$$M_C + 24\;kNm + 2\;kN\;2\;m - R_G\;2\;m = 0 \rightarrow R_G = \frac{M_C + 28\;kNm}{2\;m}$$

$$\theta_{izq} = \frac{-24\;kNm\;2m}{6EI} + \frac{M_C + 28\;kNm}{(2\;m)^2 k} + \frac{M_C\;2\;m}{3EI}$$



$$\theta_{der} = \frac{M_C\;4\;m}{3EI} + \frac{2\;kN\;(4\;m)^2}{16EI}$$

Aplicando la condición de continuidad:

$$\frac{-24\;kNm\;2m}{6EI} + \frac{M_C + 28\;kNm}{(2\;m)^2 k} + \frac{M_C\;2\;m}{3EI} + \frac{M_C\;4\;m}{3EI} + \frac{2\;kN\;(4\;m)^2}{16EI} = 0$$

$$M_C = 2.98\;kNm$$

De igual forma podemos obtener las reacciones en los tramos:

$$R_G = 15.49\;kN$$

$$R_C^{izq} = -\frac{M_C + 24kNm}{2\;m} = 13.49\;kN$$

$$R_C^{der} = 1\ kN - \frac{M_C}{4\ m} = 0.255\ kN$$

$$R_C = 13.24\ kN$$

$$R_D = 1\ kN + \frac{M_C}{4\ m} = 1.75\ kN$$