

PRIMER PARCIAL.

**Ejercicio 1**

Se consideran los puntos  $P = (3, 1, 2)$ ,  $Q = (1, 0, 1)$ ,  $R = (0, 1, 0)$  y  $S = (3, 1, 0)$ .

1. Probar que  $P$ ,  $Q$  y  $R$  no están alineados.
2. Hallar una ecuación reducida del plano  $\pi$  que contiene a  $P, Q$  y  $R$ .
3. Averiguar si  $S$  pertenece a  $\pi$  y hallar las ecuaciones paramétricas de la recta  $r$  que pasa por  $S$  y es perpendicular a  $\pi$ .
4. Hallar  $r \cap \pi$  y calcular la distancia de  $S$  a  $\pi$ .
5. Hallar el volúmen del paralelepípedo que tiene por aristas los vectores  $PQ$ ,  $PR$  y  $PS$ .

**Ejercicio 2**

Se considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -6 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Probar que  $A$  es invertible.
2. Hallar  $\lambda$  para que la matriz

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & \lambda \\ -1/2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

sea la inversa de  $A$ .

3. Calcular el  $\det(5A^5(A^{-1})^t)$  y  $\det(A + AB)$  siendo  $B$  una matriz  $3 \times 3$  tal que  $\det(I + B) = 2$ .
4. Resolver el siguiente sistema discutiendo según  $a \in \mathbb{R}$ :

$$\begin{cases} 2x - 6y = 1 \\ x + az = 1 \\ x + ay = 0 \end{cases}$$

**Ejercicio 3**

Se considera un conjunto  $A = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  de vectores y el conjunto  $B = \{w_1, w_2, w_3, w_4\}$  siendo  $w_1 = v_1 - v_3$ ,  $w_2 = v_4 + v_1 - v_2$ ,  $w_3 = v_3 + v_2$ ,  $w_4 = v_4 + v_2$ .

1. Siendo el conjunto  $A$  l.i., estudiar la dependencia lineal del conjunto  $B$ .
2. Si el conjunto  $A$  genera  $\mathbb{R}^4$ , estudiar si el conjunto  $B$  genera  $\mathbb{R}^4$ .