Teoría de Vigas

1era parte

Teoría de vigas

- Introducción
- Ejemplos
- Relación entre cargas y solicitaciones
- Deformaciones por flexión y curvatura
- Esfuerzos normales en flexión
- Relación momento-curvatura
- Dimensionado de vigas
- Deflexiones en vigas
  - Métodos de resolución

Bibliografía:

<u>Gere, 5ª Ed. (2002):</u>
4.1 a 4.5, 5.1 a 5.7 y 5.12, 9.1 a 9.5

<u>Beer, 3ª Ed. (2004):</u>
<u>4.1 a 4.5, 4.12, 5.1 a 5.4, 9.1 a 9.3, 9.7</u>

<u>Ortiz Berrocal, 3ª Ed. (2007):</u>
4.1 a 4.5, 5.1 a 5.2, 5.4 a 5.5

Introducción: Vigas

Las **vigas** son **barras** sometidas principalmente a **cargas (fuerzas o momentos) con la dirección de sus vectores ortogonales al eje de la viga**.

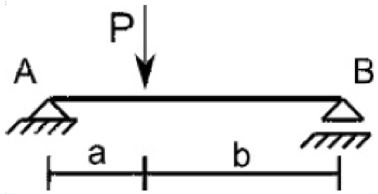
En la viga se transmitirán momentos y cortantes (también directa).

Vamos a estudiar la relación entre **cargas**, **solicitaciones** (cortantes y momentos), **deformaciones, giros** y **desplazamientos** (descensos) **en vigas**.

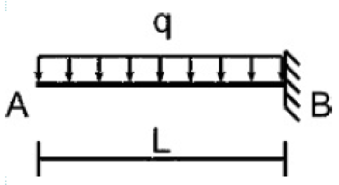
Flexión en estructuras tipo

Vigas

1) Simplemente apoyada (S.A.)



2) En ménsula



3) Bi-empotrada

4) Continua

5) S.A. con voladizo

6) Vigas Gerber

Pórticos

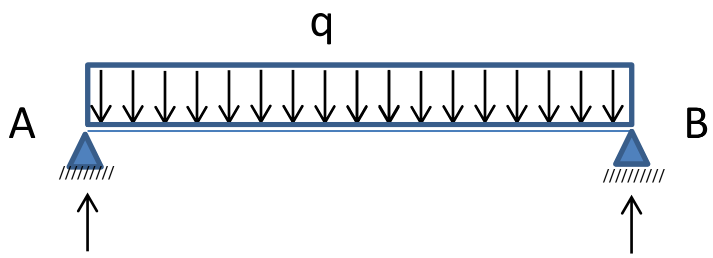
7) Pórtico simplemente apoyado

8) Pórticos múltiples

9) Arco de 3 articulaciones

Carga distribuida

Carga distribuida (q): Carga por unidad de longitud de barra. Ejemplos: el peso propio de los materiales en barras horizontales, o el peso de un material que se apoya en éstas, la presión de líquidos o el viento. Unidad: [N/m] (usualmente: [kN/m])



La fuerza en un diferencial de largo de barra **dx** estará dada por: **dF = q * dx**.
Por lo tanto, en un tramo de barra de largo **L**, la **resultante** de la carga distribuida se obtiene integrando los **dF**, y su posición igualando los momentos de ésta, con los de la carga distribuida.

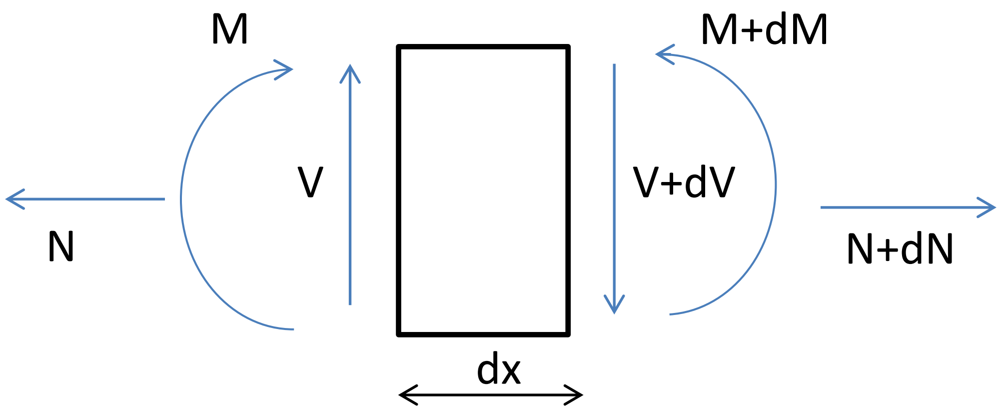
Gráficamente: La **resultante** está dada por el **área bajo el diagrama** de carga **q(x)**, y su **línea de acción**, pasa por el **centro de gravedad** de dicha área.

Solicitaciones: Cortante y Momento

Acciones internas (solicitaciones): Fuerzas que se transmiten internamente por un elemento. Se pueden visualizar “cortando” y aislando imaginariamente una parte de un elemento.

Si trabajamos en el plano, las acciones internas transmitidas se pueden reducir a un torsor (una fuerza y un momento) aplicado en el eje de la sección.

En base a este torsor, se pueden definir cada una de las **solicitaciones**:
N-Fuerza axial (o ***directa***, o ***fuerza normal***): componente de la fuerza del torsor en la dir. del eje.
V-Fuerza cortante (o simplemente ***cortante***): componente de la fuerza en dir. perpendicular al eje.
M-Momento flector (o simplemente ***momento***): momento del torsor.



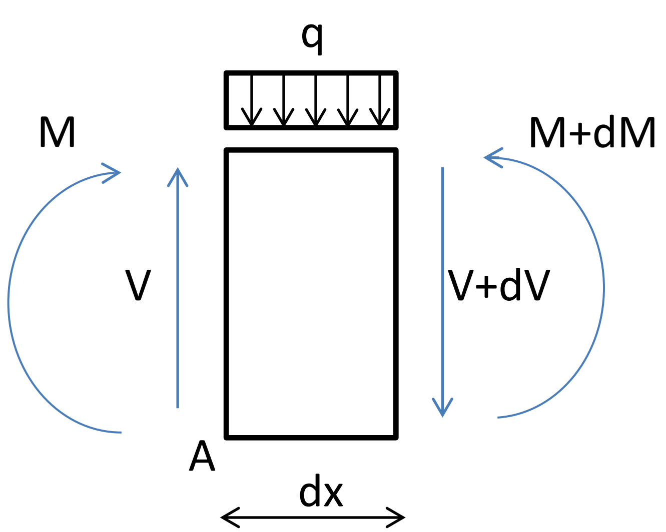
Relación entre q, V y M

Estableceremos la relación matemática entre **q**, **V** y **M**.

Teorema Fundamental de Vigas:

Caso de carga distribuida q:

$$-q = \frac{dV}{dx} = \frac{d^2M}{dx^2}$$



Suma de F verticales =0

V-(V+dV)-q*dx=0

$$\boxed{q = -\,dV/dx}$$

Suma de M_A =0

M-M-dM+q*dx*dx/2 +(V+dV)*dx=0

-dM+q*dx*dx/2 +(V+dV)*dx=0

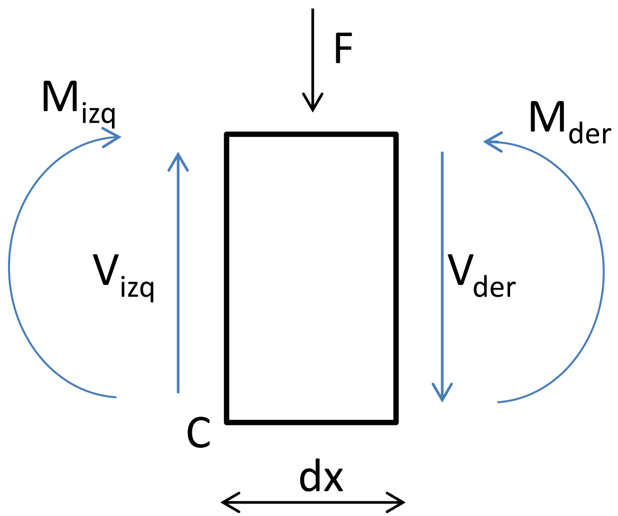
Despreciando los términos dif. de 2do orden

-dM+V*dx=0

$$\boxed{V = dM/dx}$$

Relación entre q, V y M

Caso carga puntual:



Suma de F verticales =0

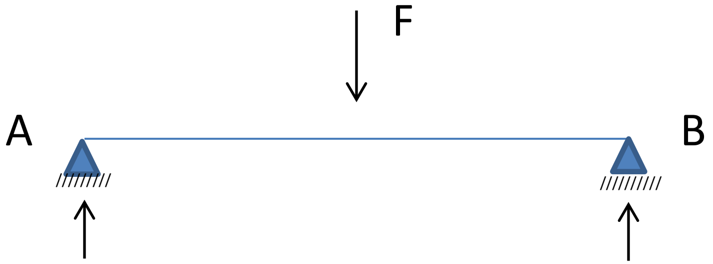
V_{izq}-V_{der}-F=0 V_{der}=V_{izq}- F

Suma de Mc =0

M_{izq}-M_{der}+dx*V_{der}+ F*dx/2= 0 M_{izq}= M_{der}

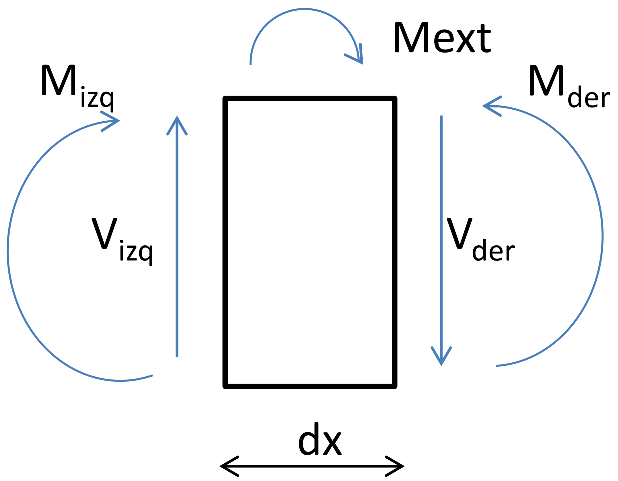
Convención de signos para el Cortante:

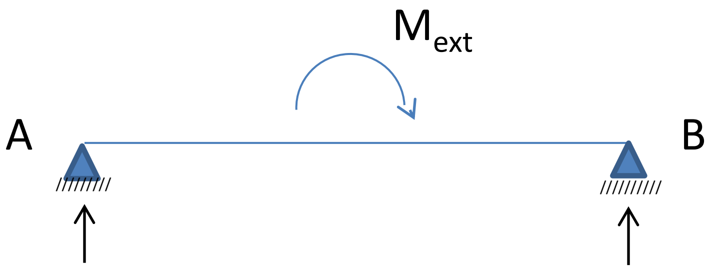
Una fuerza cortante positiva actúa en sentido horario contra el material. Una negativa lo hace en sentido antihorario.



Relación entre q, V y M

Caso Momento puntual:





Suma de M =0

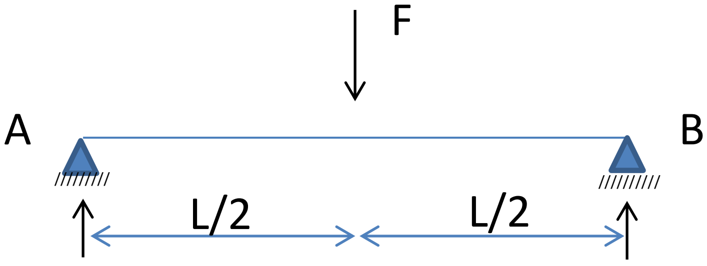
$M_{izq}-M_{der}+M_{ext}+dx*V_{der}=0$

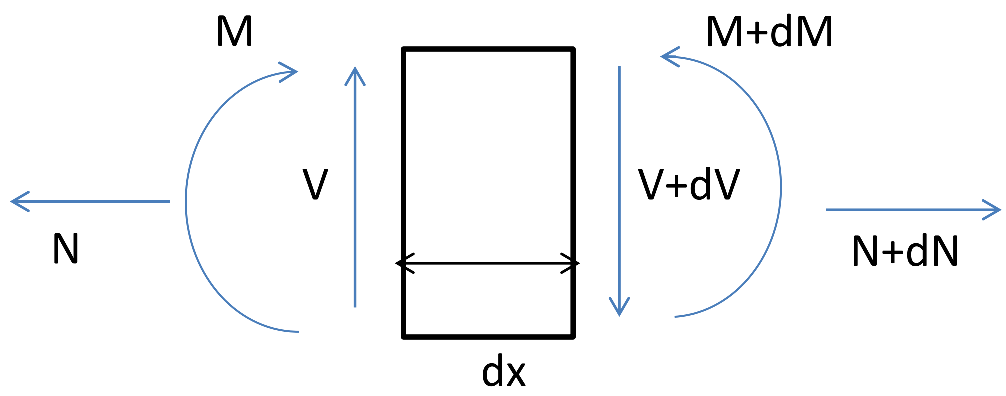
$M_{der} = M_{izq}+M_{ext}$

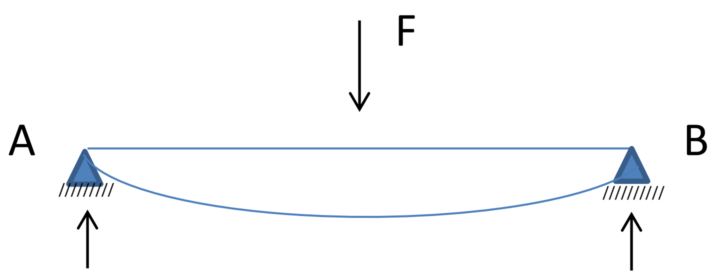
Suma de V =0

$V_{der}=V_{izq}$

Ejemplo



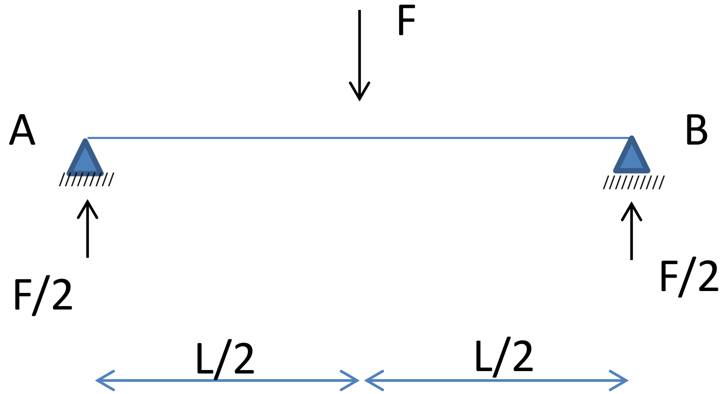


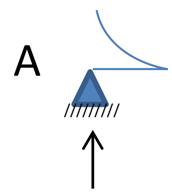


IMPORTANTE:

Por convención, el momento se dibuja del lado de la fibra traccionada. Le decimos momento positivo aunque lo dibujemos del lado inferior del eje de la viga.
Y le decimos momento negativo cuando tracciona las fibras superiores.

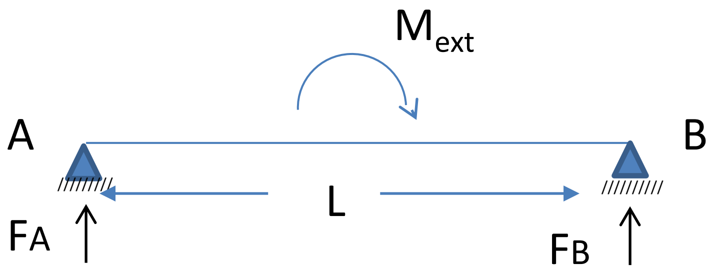
Ejemplo





$\boxed{V = dM/dx}$

Ejemplo



V

Suma F = 0

$F_A + F_B = 0$

$F_A = -F_B$

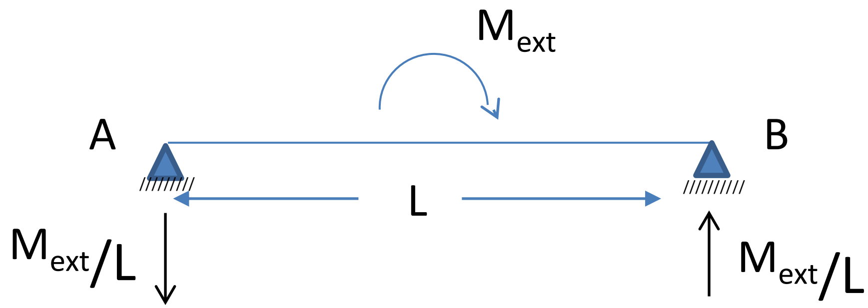
Suma M = 0

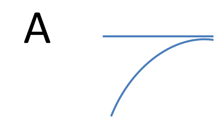
$M_{ext} - L.\ F_B = 0$

$F_B = M_{ext} / L$

EJEMPLEO

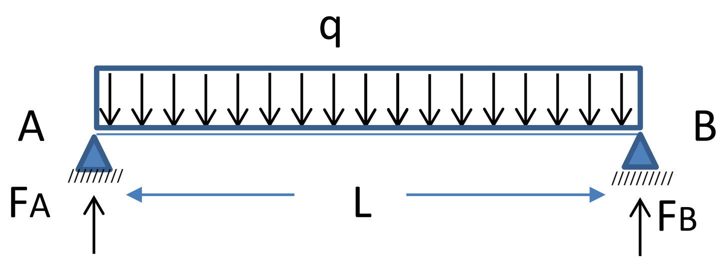
$\boxed{V = dM/dx}$





M

Ejemplo



$\boxed{q = -\,dV/dx}$

V

$\boxed{V = dM/dx}$

M

Suma F = 0

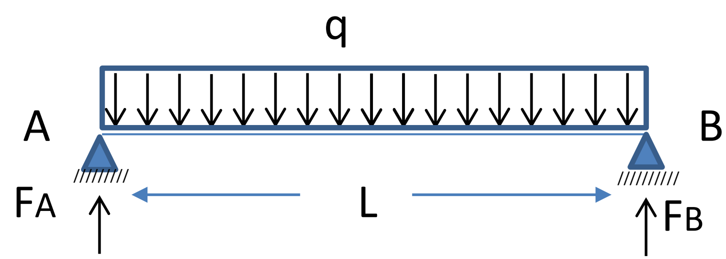
$F_A + F_B = qL$

Suma M = 0

$qL.L/2 - L.\ F_B = 0$

$F_B = qL/2$

Ejemplo



Suma F = 0
$F_A+F_B = qL$

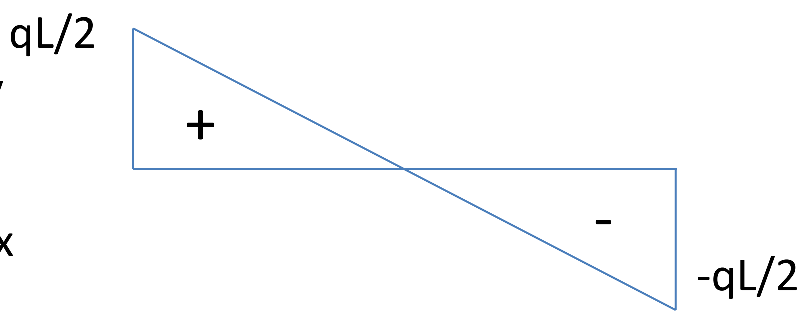
Suma M = 0

$qL.L/2 - L.\ F_B=0$

$F_A = qL/2$
$F_B = qL/2$

$\boxed{q= - dV/dx}$

V



$V(x)= qL/2-qx$

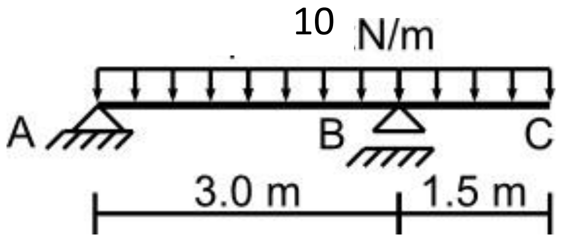
$\boxed{V= dM/dx}$

M

V(L/2)=0
dM/dx= 0
En L/2 hay un
máximo de M

Ejemplo

Ejemplo:



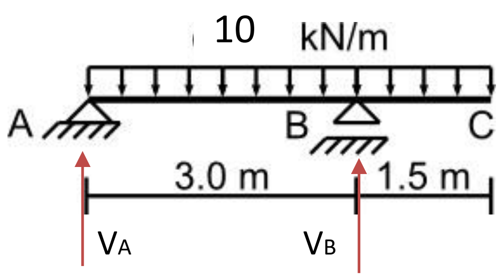
- Hallar Reacciones
- Diagrama de V y M
- Bosquejar deformada.

Condición de Equilirio

Suma de Fuerzas = 0

Suma de Momentos = 0

Ejemplo



Condición de Equilirio

Suma de Fuerzas = 0

$V_A + V_B = (3\text{ m}+1.5\text{ m}).\ 10\text{ kN/m}$

$\rightarrow V_A + V_B = 45\text{ kN}$

Suma de Momentos = 0

$M_A = 0$

$45\text{ kN} * (4.5/2) - V_B\ .3\text{ m}=0$

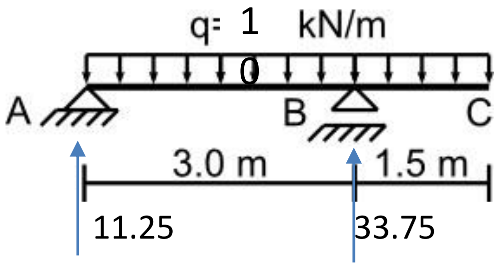
$V_B = 45.\ 2.25/3 \rightarrow V_B = 33.75\text{ kN}$

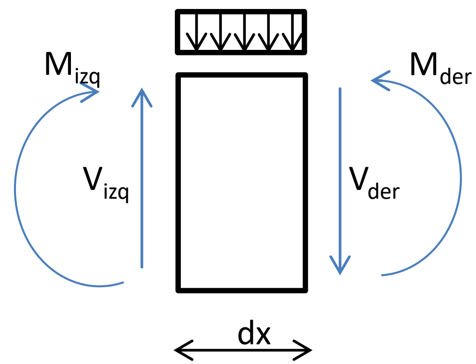
$V_A = 45 - 33.75 = 11.25\text{ kN}$

Ejemplo

$q = -\,dV/dx$

$V = dM/dx$

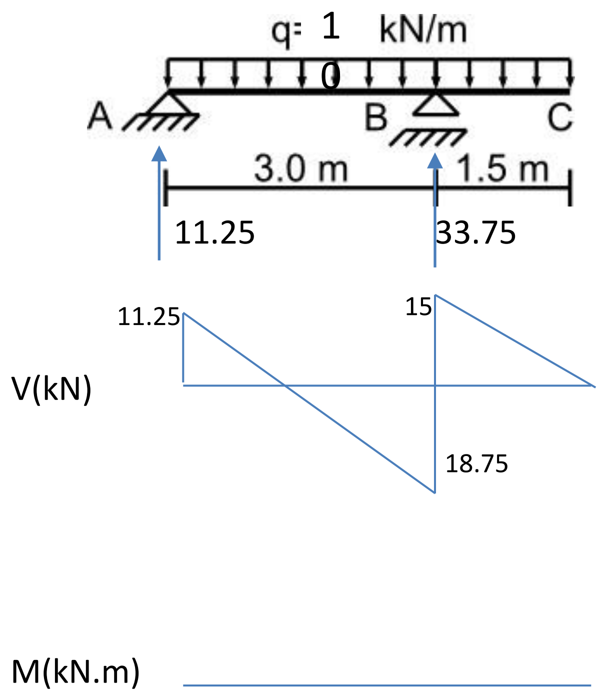


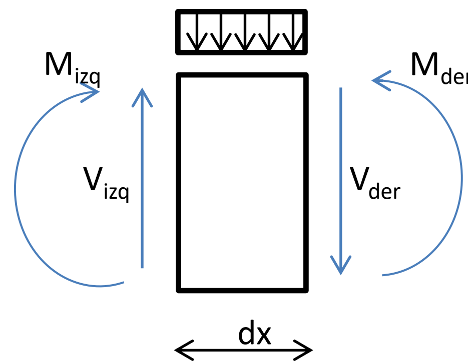


V(kN)

Ejemplo

$\boxed{V = dM/dx}$



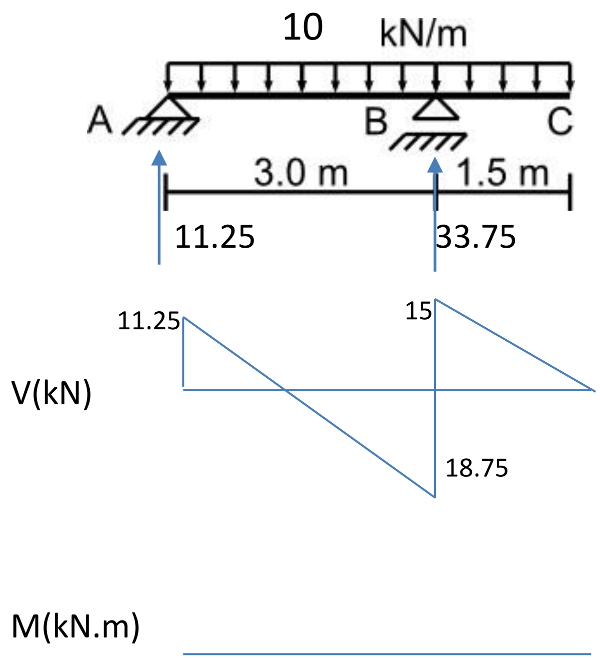


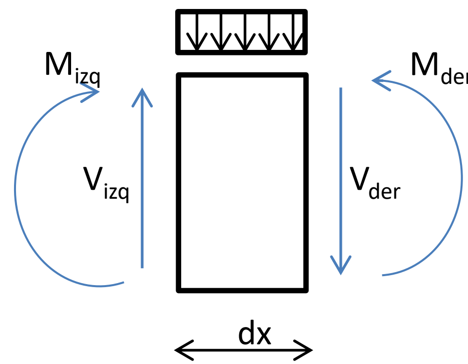
IMPORTANTE:

Por convención, el momento se dibuja del lado de la fibra traccionada. Y le decimos momento negative cuando tracciona las fibras superiores

Ejemplo

V= dM/dx



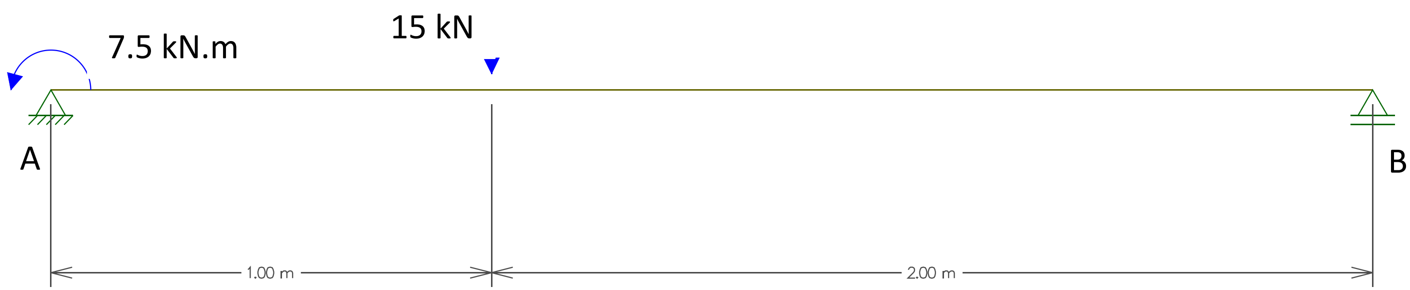


IMPORTANTE:

Por convención, el momento se dibuja del lado de la fibra traccionada. Le decimos Momento positive cuando tracciona la fibra inferior y momento negative cuando tracciona la fibra superior

M_{max}= 11.25*1.125/2 = 6.328 kN.m

Ejemplo

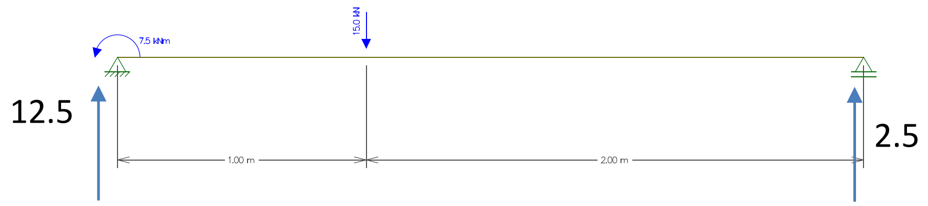


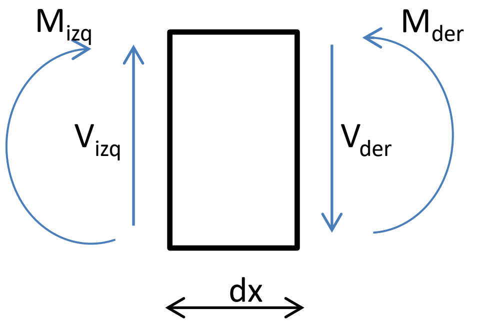
Suma F_V=0
Suma M_A=0

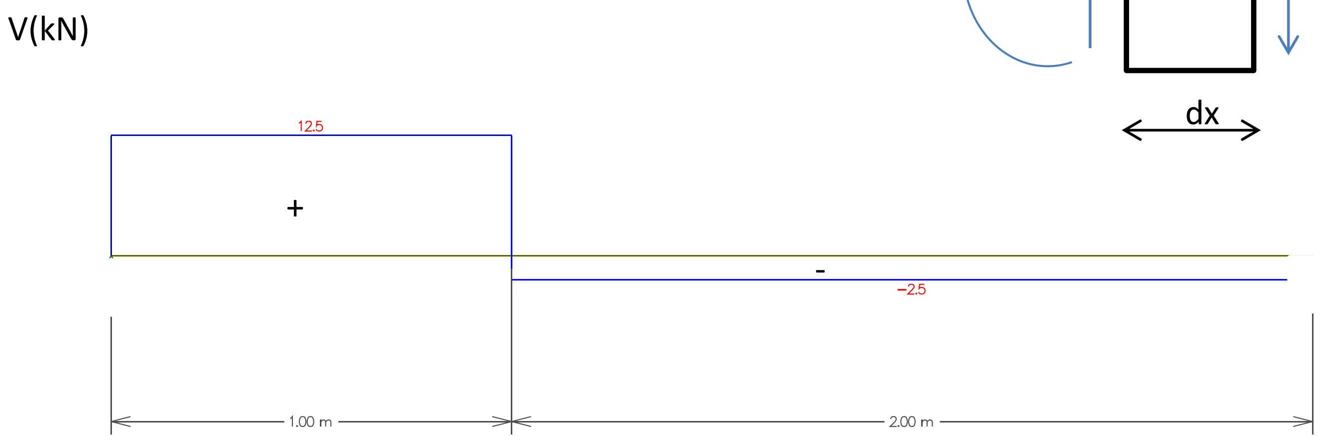
FA= 12.5 kN
FB= 2.5 kN

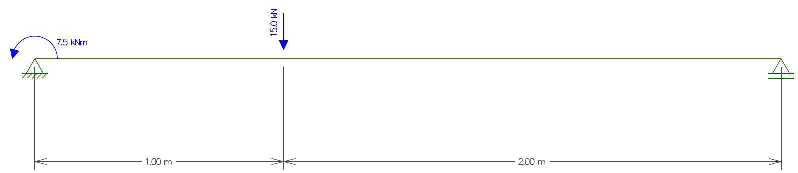
Cortante

$\boxed{q = -\,dV/dx}$









12.5

M(kN,m)

V= dM/dx