

Nombre: _____ CI: _____ # _____
Nombre completo Cédula HOJAS

Escribir nombre y cédula en cada hoja.

Escribir las hojas de un solo lado.

Comenzar un nuevo ejercicio en una nueva hoja.

1. **(35 puntos)** Sea $f : D \rightarrow \mathfrak{R}$ tal que $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+3x}{2x-2} & x < 0 \\ x^2 & x \geq 0 \end{cases}$

(a) Estudiar:

- i. El dominio de la función f .
- ii. Signo de la función f .
- iii. Límites infinitos y límites laterales en los puntos que corresponda.
- iv. Crecimiento de la función f .
- v. Bosquejar la función f .

- (b) i. Es continua la función en $x = 0$? Justificar la respuesta.
ii. Es derivable la función en $x = 0$? Justificar la respuesta.

2. **(30 puntos)** Sea la sucesión $(a_n)_{n \geq 0}$ definida por recurrencia: $a_0 = \frac{3}{2}$ y $a_{n+1} = \frac{2}{3-a_n}$.

- (a) Escribir los primeros 4 términos de la sucesión.
- (b) Probar que $a_n < 2$ y $a_n > 0$ para todo $n \geq 0$.
- (c) Estudiar monotonía de la sucesión $(a_n)_{n \geq 0}$.
- (d) Justificar que $(a_n)_{n \geq 0}$ es una sucesión convergente. Halla el límite de $(a_n)_{n \geq 0}$.

3. **(35 puntos)** Se consideran las rectas $r_1 = \begin{cases} y = 0 \\ z = 1 \end{cases}$ y $r_2 = \begin{cases} x = 0 \\ y + z = 2 \end{cases}$

- (a) Hallar la recta s que pasa por el punto $A = (1, 1, -1)$ y que corta a las rectas r_1 y r_2 .
- (b) Hallar la ecuación de un plano π paralelo a las rectas r_1 y r_2 y además, que equidiste de ambas.