

Nombre: _____ CI: _____ # _____
Nombre completo Cédula HOJAS

- Escribir nombre y cédula en cada hoja.
- Escribir las hojas de un solo lado.
- Comenzar un nuevo ejercicio en una nueva hoja.

1. (25 puntos) Se considera la sucesión $(a_n)_{n \geq 1}$ definida por recurrencia: $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = \sqrt{2a_{n-1} + 3}, \text{ para } n \geq 2 \end{cases}$

- Probar que $1 \leq a_n \leq 3$ para todo $n \geq 1$.
- Probar que $(a_n)_{n \geq 1}$ es monotonamente creciente.
- Mostrar que la sucesión $(a_n)_{n \geq 1}$ es convergente y calcular su límite.

2. (25 puntos) Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que

$$f(x) = 4.L \left| \frac{x+1}{x-2} \right| + 3x + 1$$

- Hallar el dominio de f y calcular los límites correspondientes.
- Calcular $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- Estudiar el crecimiento y los extremos relativos de f .
- Estudiar la concavidad de f .
- Bosquejar el gráfico de f .

3. (25 puntos)

- Resolver y clasificar el siguiente sistema de ecuaciones: $\begin{cases} x - y - z = 2 \\ 3x - 2y + 2z = 16 \\ 2x - y - z = 9 \end{cases}$
- Considere la siguiente matriz A con $a, b, c \in \mathbb{R}$,

$$A = \begin{pmatrix} ab & 2ac & 8a^2 \\ 2b^2 & bc & ab \\ 2bc & c^2 & 2ac \end{pmatrix}$$

Calcular, utilizando propiedades, el determinante de A . Justificar cada paso del cálculo realizado.

- Encontrar el conjunto de los $x \in \mathbb{R}$, que satisfacen la siguiente inequación: $|x - 1| < 2|x - 3|$
- Hallar los $z \in \mathbb{C} / z^2 = \bar{z}$. Expresar los resultados en forma polar y cartesiana.

4. (25 puntos)

- Determinar la recta r que contiene al punto $P = (-1, 0, 1)$ y es paralela a la recta $(s) \begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = 2 - \lambda \\ z = -2 \end{cases}$
- Determinar el plano (π) que contiene al punto P y es perpendicular a la recta r
- Hallar el punto Q , intersección del plano π y la recta s
- Calcular la distancia entre los puntos P y Q .