

Nombre: \_\_\_\_\_ CI: \_\_\_\_\_ # \_\_\_\_\_  
Nombre completo Cédula HOJAS

- Escribir nombre y cédula en cada hoja.
- Escribir las hojas de un solo lado.
- Comenzar un nuevo ejercicio en una nueva hoja.

1. (20 puntos) Discutir según el parámetro  $\lambda$  el siguiente sistema: 
$$\begin{cases} x + y + \lambda z = \lambda \\ x + \lambda y + z = \lambda \\ \lambda x + y + z = \lambda \end{cases}$$

2. (20 puntos)

(a) Sean  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ .

- Calcular  $A.B$  y  $B^t$ .
- Hallar, por el método de Gauss,  $A^{-1}$ .

(b) Sea  $D = \begin{pmatrix} \alpha & 0 & 1 & 1 \\ -1 & \alpha & 1 & 0 \\ 0 & -\alpha & -1 & 2 \\ 1 & \alpha + 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

Determinar para que valores de  $\alpha \in \mathbb{R}$  resulta que  $D$  es invertible.

(c) Sean  $A, B \in \mathcal{M}_{3 \times 3}$  tales que  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -2 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix}$ .

Si se sabe que  $B$  es una matriz invertible y  $\det(3A.B^t) = \det(A^t.B)\det(B)$ .  
Calcular  $\det(B)$ .

3. (20 puntos) Considerar los siguientes planos:

$$(\pi_1) \quad 3x + 2y + z = 0 \quad \text{y} \quad (\pi_2) \quad \begin{cases} x = -2 + 2\lambda - \mu \\ y = 2 - \lambda + \mu \\ z = -1 - \lambda \end{cases}$$

- Demostrar que los planos  $(\pi_1)$  y  $(\pi_2)$  no son paralelos ni coincidentes. Encontrar la recta  $(r)$  intersección de dichos planos.
- Probar que el punto  $A = (1, -1, -1)$  pertenece a la recta  $(r)$ .
- Hallar la recta  $(s)$  que pasa por el punto  $A$ , está contenida en el plano  $(\pi_2)$  y es perpendicular a la recta  $(r)$ .
- Hallar la distancia del punto  $P = (-2, 2, -1)$  al plano  $(\pi_1)$