

Resultados correspondientes a los ejercicios del Examen de Julio.

1. Ejercicio 1

- (a) Utilizando Inducción Completa se prueba $1 \leq a_n \leq 2$ para todo $n \geq 0$.
- (b) Se verifica que $a_n \leq a_{n+1}$ para todo $n \geq 0$.
- (c) Como $\{a_n\}_{n \geq 0}$ está acotada superiormente y es monótona creciente existe el límite. Su valor es $L = 2$.

2. Ejercicio 2

- (a) El dominio de f es $\mathcal{D}(f) = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$.
Los límites laterales valen:
 - $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty$
 - $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty$.
- (b) Los límites infinitos valen:
 - $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$
 - $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$.
- (c) La derivada primera vale $f'(x) = \frac{-4x^2 + 4}{x^2 - 4}$.
Se tiene un máximo relativo en $x = -1$ con valor $f(-1) \cong 0,7$ y un mínimo relativo en $x = 1$ con valor $f(1) \cong -0,7$.
- (d) La derivada segunda vale $f''(x) = \frac{24x}{(x^2 - 4)^2}$.
Se tiene un punto de inflexión en $x = 0$ con valor $f(0) = 0$.

3. Ejercicio 3

- (a) El determinante vale $\det(A) = 2(a(d - \sqrt{2}) - c(b + \sqrt{2}))$.
- (b) Existen dos posibles soluciones para z y w :
 - $z = -1 + (2 + \sqrt{2})i$, $w = 2 + (2 - \sqrt{2})i$
 - $z = -1 + (2 - \sqrt{2})i$, $w = 2 + (2 + \sqrt{2})i$.
- (c) Con los valores hallados en la parte anterior se tiene:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Como $\det(A) = -12 \neq 0$ existe la matriz inversa de A . Se tiene:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

4. Ejercicio 4

- (a) Las rectas r y s se cruzan.
- (b) Una ecuación reducida del plano π es $x - y - z = 1$.
- (c) La intersección entre t y π es el punto $(2, \frac{3}{5}, \frac{2}{5})$.
- (d) La distancia de π a R es $d(\pi, R) = \frac{1}{\sqrt{3}}$.