

Resultados correspondientes a los ejercicios del Examen de Diciembre.

1. Ejercicio 1

- (a) Utilizando Inducción Completa se prueba $(a_n)^2 - 3a_n + 1 \leq 0$.
- (b) Se verifica que $0 < \frac{1}{3} < \frac{1}{3-a_n} \leq \frac{1}{2} < 1$ para todo $n \geq 1$.
- (c) Se verifica que $a_{n+1} \leq a_n$ para todo $n \geq 1$, utilizando la parte (a).
Como $\{a_n\}_{n \geq 1}$ está acotada y es monótona decreciente sabemos que existe su límite.
Su valor es $L = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$.

2. Ejercicio 2

- (a) El dominio de f es $\mathcal{D}(f) = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
Los límites laterales valen:
- $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$
 - $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty$
- (b) Los límites infinitos valen:
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
 - $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$.
- (c) La derivada primera vale $f'(x) = \frac{2x^2 - 5x + 2}{x + 1}$.
Se tiene un máximo relativo en $x = \frac{1}{2}$ con valor $f(\frac{1}{2}) \cong 0,39$ y un mínimo relativo en $x = 2$ con valor $f(2) \cong -0,11$.
- (d) Con los datos anteriores se realiza el bosquejo.
- (e) La función f no es inyectiva pero si es sobreyectiva. La función f no es biyectiva.
- (f) Para que g sea continua es necesario que $a = 0$.

3. Ejercicio 3

- Si $\lambda \neq 30$ el sistema es incompatible.
- Si $\lambda = 30$ el sistema es compatible indeterminado. La calle BC resulta ser la que tiene menor circulación de bicicletas, $20 + w$, con $w \geq 0$.

4. Ejercicio 4

- (a) La recta (r) pasa por el punto $(1, 1, 1)$ y tiene vector director $(1, 4, 2)$.
- (b) Las rectas r y t se cruzan.
- (c) La distancia de R a (r) es $d(R, r) = \sqrt{\frac{2}{3}}$.