

Nombre: \_\_\_\_\_ CI: \_\_\_\_\_ # \_\_\_\_\_  
Nombre completo Cédula HOJAS

- Escribir nombre y cédula en cada hoja.
- Escribir las hojas de un solo lado.
- Comenzar un nuevo ejercicio en una nueva hoja.

1. **(11 puntos)** Resolver el siguiente sistema discutiendo según los valores de  $\lambda$  y  $\mu \in \mathbb{R}$ . En caso de ser compatible, expresar la solución en función de  $\lambda$  y  $\mu$

$$\begin{cases} \mu x + (\lambda - 1)y + (\lambda - 1)z = \lambda - 1 \\ \mu x + (2\lambda - 1)y + (\lambda + 1)z = (2\lambda + 1) \\ \mu x - y + (3\lambda - 1)z = 3 \end{cases}$$

2. **(12 puntos)** Dadas las siguientes matrices cuadradas:

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ c & d \end{pmatrix}$$

- (a) Hallar  $a, b, c$  y  $d \in \mathbb{R}$  para que  $A$  y  $B$  sean matrices inversas
- (b) Calcular la matriz  $C = A.(A + B).B$ . Determinar si existe su matriz inversa  $C^{-1}$  y en caso afirmativo hallarla.
- (c) Sea  $D \in M_{(2 \times 2)}(\mathbb{R})$ , tal que  $\det(D) = -2$  ¿cuál es el determinante de  $3.(C^2).D$ ? ¿Es esta matriz invertible?
3. **(15 puntos)** Se consideran las siguientes rectas  $r_1$  y  $r_2$  y planos  $\pi_1$  y  $\pi_2$ :

$$r_1 : \begin{cases} x - 2y + z = 5 \\ x + z = 3 \end{cases}$$

$$\pi_1 : \begin{cases} x = 1 + 2\alpha + 2\beta \\ y = -3 + \alpha - \beta \\ z = \alpha + \beta \end{cases}$$

$$r_2 : \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = 2 - \lambda \\ z = -2 + \lambda \end{cases}$$

$$\pi_2 : 2x - 3y + 4z + 2 = 0$$

- (a) Determinar la posición relativa entre  $r_1$  y  $r_2$ . Especificar el vector director de cada una de las rectas
- (b) Determinar la posición relativa entre  $r_1$  y  $\pi_1$ . ¿Cuánto debe valer  $\alpha$  y  $\beta$  para obtener las coordenadas de la intersección?
- (c) Determinar la posición relativa entre  $\pi_1$  y  $\pi_2$ . Si la intersección es una recta, dar las ecuaciones paramétricas y reducidas

4. **(12 puntos)** Dadas la siguientes rectas

$$s : \begin{cases} 2x + y - 4z + 4 = 0 \\ 4x - y - 5z - 1 = 0 \end{cases}$$

$$t : \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 + 4\lambda \\ z = 1 - 4\lambda \end{cases}$$

- (a) Probar que  $s$  y  $t$  son rectas perpendiculares
- (b) Hallar la ecuación del plano  $\pi$  que las contiene
- (c) Hallar la distancia entre el punto  $P = (3, 2, 1)$  y el plano  $\pi$