

Primer parcial

- Escribir nombre y cédula en cada hoja.
- Escribir las hojas de un solo lado.
- Comenzar un nuevo ejercicio en una nueva hoja.

1. (a) Resolver en \mathbb{R} la siguiente inecuación

$$\frac{(x-5)(x+4)(x-2)^2}{(x-3)^3(-2x+1)} \geq 0$$

(b) Resolver en \mathbb{C} el siguiente sistema de ecuaciones $\begin{cases} 3z - w = 14 - 14i \\ -2z + 4w = -6 + 16i \end{cases}$

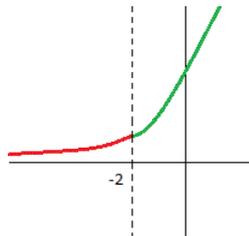
(c) Para los z y w calculados en la parte anterior, realizar la siguiente operación: $\bar{z} \cdot (z + \bar{w})$.
Expresar el resultado en notación binomial y en notación polar.

2. Se define la siguiente sucesión por recurrencia

$$\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}: \begin{cases} a_0 = \frac{1}{3} \\ a_{n+1} = \frac{1}{2-a_n} \end{cases}$$

- (a) Estudiar la monotonía de $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ y demostrarla en caso que corresponda.
- (b) Determinar si $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ está acotada inferiormente y/o superiormente. Demostrarlo.
- (c) Deducir si $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ tiene límite y en caso afirmativo hallarlo.
- (d) ¿Qué se puede decir sobre la convergencia de $\sum_{i=0}^{\infty} a_n$?

3. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{\sqrt[3]{\alpha x^2}} & x \leq -2 \\ (x+2)^2 + 1 & x \geq -2 \end{cases}$



- (a) Determinar α para que la función sea continua.
- (b) ¿Es $f(x)$ una función inyectiva? En caso afirmativo justificar, en otro caso dar un contraejemplo.
- (c) ¿Es $f(x)$ una función sobreyectiva? En caso afirmativo justificar, en otro caso dar un contraejemplo.
- (d) ¿Es $f(x)$ una función biyectiva? Justificar.

4. Realizar el estudio analítico y representación gráfica de la siguiente función $f : D \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \frac{e^{x-1}}{2x+1}$$