

**El examen consiste de 3 ejercicios, uno de 40 puntos y dos de 30. Es individual y sin material. Para aprobar el mismo es necesario obtener un puntaje de 50 puntos o superior.**

### Ejercicio 1 (40 puntos)

Considere la función:  $f : D \rightarrow \mathfrak{R} : f(x) = \frac{x-3}{x^2-1}$

- Determine el conjunto  $D$ , dominio de la función  $f$  y sus raíces.
- Determine el conjunto de puntos donde  $f$  es continua.
- Determine su derivada primera y su derivada segunda. ¿Son ambas continuas?
- Determine los puntos críticos de  $f$ .
- Estudie el crecimiento de  $f$  (donde es creciente y donde decreciente) y el de su derivada.
- Determine  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$  y los límites laterales de los puntos que no pertenecen al dominio.
- Realice un esbozo del gráfico de  $f$  con la información anterior.
- ¿Es  $f$  inyectiva? ¿Sobreyectiva? Biyectiva?

### Ejercicio 2 (30 puntos)

Considere el sistema de ecuaciones 
$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 3x + z = 4 \\ -3x - 3y + z = -8 \end{cases}$$

- Clasifique el sistemas de ecuaciones según su compatibilidad. Indique si es compatible determinado, indeterminado o incompatible.
- La solución del sistema tiene una correlación con un objeto geométrico. Indique si la solución es un punto, una recta o un plano. Para los casos en que la solución es una recta o un plano, determinar las ecuaciones reducidas y paramétricas.

- Considere la matriz  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \\ -3 & -3 & 1 \end{pmatrix}$  ¿Es invertible esta matriz? En caso afirmativo, determine su matriz inversa

### Ejercicio 3 (30 puntos)

Considere la sucesión  $a_{n+1} = \sqrt{3a_n + 1}$  con  $a_0 = 0, n \geq 1$ .

- Estudiar la monotonía de la sucesión indicando si es creciente o decreciente.
- Estudiar la acotación de la sucesión. En el caso que existan dar al menos una cota superior y una cota inferior.
- Determine el limite de la sucesión.