Tecnólogo industrial mecánico
Tecnólogo en cartografía

Examen

Matemática 1
7/12/2017

Nombre: _____ CI: _____ #_____
Nombre completo — Cédula — HOJAS

Escribir nombre y cédula en cada hoja.
Escribir las hojas de un solo lado.
Comenzar un nuevo ejercicio en una nueva hoja.

---

1. **(35 puntos)** Considere la función: $f : \mathbb{D} \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R} : f(x) = (2-x).e^{\frac{1}{x-2}}$

   (a) Determinar el valor de α para que la función $h(x)$ sea continua. $h(x) = \begin{cases} \alpha.(\sqrt[x-2]{e}) & x < 5 \\ f(x) & x \geq 5 \end{cases}$

   (b) Realizar el estudio analítico y representación gráfica de $f(x)$

   (c) Resolver la siguiente inecuación: $\begin{cases} f(x) < 0 \\ |-4x+3| \geq 9 \end{cases}$

2. **(30 puntos)**

   (a) Hallar los complejos u, v y w sabiendo que cumplen con las siguientes condiciones. Expresarlos en notación cartesiana y notación polar.

      i. $Re\{u\} = 3$, $Im\{u\} < 0$ y $|u| = 5$

      ii. $v = -\overline{u}$

      iii. $w = u.v$

   (b) Con los complejos hallados, se define la siguiente sucesión por recurrencia:
   $a_n : \begin{cases} a_0 = |u+v+w+19| \\ a_n = \sqrt{2a_{n-1}^2 + 1} \end{cases}$

      i. Estudiar monotonía y en caso afirmativo, demostrarla.

      ii. Demostrar que a_n no está acotada superiormente.

      iii. Deducir, en base a las afirmaciones anteriores, $\lim_{n\to\infty}(a_n)$

3. **(35 puntos)**

   (a) Hallar la ecuación reducida de la recta r que pasa por el punto $A = (1, 1, -1)$, está contenida en el plano $\pi : x + 2y + z = 2$ y se cruza perpendicularmente a la recta $s : \begin{cases} x - y - z = -3 \\ x + y - 3z = 1 \end{cases}$

   (b) Hallar los planos que están a distancia 4 del plano π.

   (c) Considerar π_1 el plano de la parte anterior que tiene menor término independiente. Hallar el punto Q intersección del plano π_1 y la recta s.

   (d) Hallar la ecuación paramétrica de la recta t que contiene a los puntos A y Q.

Para uso del profesor:

1.a	1.b	1.c	2.a	2.b	3.a	3.b	3.c	3.d	Total