

Segundo parcial de Matemática 1

Tecnólogo mecánico y Tecnólogo en cartografía

Lunes 27 de junio de 2016

Ejercicio 1 (12 puntos)

Dados los siguientes sistemas de ecuaciones

$$\textcircled{1} \begin{cases} 2x - y + z = 6 \\ -10x + y + 3z = 6 \\ 4x + 7y - z = 6 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} x - y = 0 \\ x + \lambda y + z = 8 \\ 6x - 2z = -2\lambda \end{cases} \quad \text{con } \lambda \in \mathbb{R}$$

- 1) Resolver el sistema $\textcircled{1}$.
- 2) Resolver el sistema $\textcircled{2}$, discutiendo la solución según el valor de λ ($\lambda \in \mathbb{R}$).
- 3) Hallar, si existe, el valor de λ para que ambos sistemas tengan la misma solución.

Ejercicio 2 (15 puntos)

Considerar las matrices A y $B \in \mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$

- 1) Hallar A tal que $A^2 = -(I)_{2 \times 2}$
- 2) Hallar B tal que $B^2 = (0)_{2 \times 2}$ con $B \neq (0)_{2 \times 2}$
- 3) Se define $C = (A \cdot B - B \cdot A) + (I)_{2 \times 2}$. Determinar si C es invertible. En caso afirmativo, hallar su inversa y verificar el cálculo.

Ejercicio 3 (15 puntos)

Dada las siguientes rectas

$$(r) = \begin{cases} x = 5 + 4\lambda \\ y = 2 - \lambda \\ z = 3 + 2\lambda \end{cases}$$

$$(s) = \begin{cases} x = -5 + 4\mu \\ y = 8\mu \\ z = -1 \end{cases}$$

$$(t) = \begin{cases} x = 14 - 4y \\ z = 19 - 2y \end{cases}$$

- 1) Mostrar que (r), (s) y (t) no son rectas coplanares.
- 2) Averiguar las posiciones relativas por un lado entre (r) y (s) y por otro lado entre (r) y (t).
- 3) Hallar las ecuaciones paramétricas y reducidas del plano (π) que contiene a las rectas (r) y (t).

Ejercicio 4 (8 puntos)

Dados los siguientes números complejos

$$\begin{cases} z_1 = 2 - 3i \\ z_2 = -1 - i \\ z_3 = -4 + 3i \end{cases}$$

- 1) Realizar las siguientes operaciones

a) $z_1 + z_2$

b) $z_2 \cdot z_3$

c) $(\bar{z}_1 + \bar{z}_3)^2$

Expresar los resultados en forma cartesiana (parte real y parte imaginaria) y en forma polar (módulo y argumento).

- 2) Resolver en \mathbb{C} la siguiente ecuación sabiendo que $x = 5$ es solución

$$36x^3 - 168x^2 - 55x + 7 = 32$$