

El examen consiste de 3 ejercicios, uno de 40 puntos y dos de 30. Para aprobar el mismo es necesario obtener 50 puntos o más.

Ejercicio 1 (40 puntos)

Considere la función: $f : \mathbb{R} - \{-1, 0\} \rightarrow \mathbb{R} : f(x) = L \left| \frac{x+1}{x} \right|$

- (a) Determine sus raíces.
- (b) Determine los puntos donde f es continua.
- (c) Determine su derivada primera y su derivada segunda. ¿Son ambas continuas?
- (d) Determine los puntos críticos de f .
- (e) Estudie el crecimiento de f y su concavidad.
- (f) Determine los límites de f en $\pm\infty$, en -1^\pm y en 0^\pm
- (g) Realice un esbozo del gráfico de f con la información anterior.
- (h) ¿Es f inyectiva? ¿Sobreyectiva? ¿Biyectiva? Justifique.

Ejercicio 2 (30 puntos)

Considere el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} x - y - z = 0 \\ x - 2y = 1 \\ x - 4y + 2z = 3 \end{cases}$$

- (a) Determine si es compatible determinado, indeterminado o incompatible.
- (b) ¿Es la solución un punto, una recta o un plano? En caso que sea un punto, de sus coordenadas; en caso que sea una recta o un plano, de sus ecuaciones paramétricas y reducidas.
- (c) Considere la matriz $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & -4 & 0 \end{pmatrix}$ ¿Es invertible esta matriz? En caso afirmativo, determine su matriz inversa

Ejercicio 3 (30 puntos)

Considere la sucesión $a_{n+1} = \frac{1+a_n}{3}$ con $a_0 = 2$.

- (a) ¿Es la sucesión monótona? En caso de serlo, demostrar e indicar si es creciente o decreciente.
- (b) ¿Está acotada la sucesión? En caso afirmativo, demostrar.
- (c) ¿Tiene límite? En caso afirmativo, determínelo.