

**El examen consiste de 3 ejercicios, uno de 40 puntos y dos de 30. Para aprobar el mismo es necesario obtener 50 puntos o más.**

### Ejercicio 1 (40 puntos)

Considere la función:  $f : \mathbb{R} - \{-3, 3\} \rightarrow \mathbb{R} : f(x) = e^{\frac{2}{x^2-9}}$

- (a) Determine sus raíces.
- (b) Determine los puntos donde  $f$  es continua.
- (c) Determine su derivada primera y su derivada segunda. ¿Son ambas continuas?
- (d) Determine los puntos críticos de  $f$ .
- (e) Estudie el crecimiento de  $f$  y su concavidad.
- (f) Determine los límites de  $f$  en  $\pm\infty$ , en  $-3^\pm$  y en  $3^\pm$
- (g) Realice un esbozo del gráfico de  $f$  con la información anterior.
- (h) ¿Es  $f$  inyectiva? ¿Sobreyectiva? ¿Biyectiva? Justifique.

### Ejercicio 2 (30 puntos)

Considere el sistema de ecuaciones 
$$\begin{cases} 3x + y - z = 1 \\ x + 2y + \lambda z = 4 \\ x + 2y + 2z = \lambda \end{cases}$$

- (a) Discuta si el sistema es compatible determinado, indeterminado o incompatible, según el parámetro  $\lambda$
- (b) Para  $\lambda = 2$  ¿Es la solución un punto, una recta o un plano? En caso que sea un punto, de sus coordenadas; en caso que sea una recta o un plano, de sus ecuaciones paramétricas y reducidas.

- (c) Considere la matriz  $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$  ¿Es invertible esta matriz? En caso afirmativo, determine su matriz inversa

### Ejercicio 3 (30 puntos)

Considere la sucesión  $a_{n+1} = \frac{1}{3-a_n}$  con  $a_1 = 2$ .

- (a) ¿Es la sucesión monótona? En caso de serlo, demostrar e indicar si es creciente o decreciente.
- (b) ¿Está acotada la sucesión? En caso afirmativo, demostrar.
- (c) ¿Tiene límite? En caso afirmativo, determínelo.