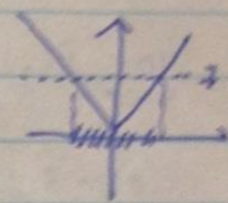
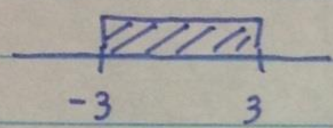
Ejercicio 1

(1) $|3x-6|=12$ → $3x-6=12 \rightarrow 3x=18 \rightarrow x=6$

$3x-6=-12 \rightarrow 3x=-6 \rightarrow x=-2$

(2) $|x^2-2| \leq 7 \Leftrightarrow \begin{cases} -7 \leq x^2-2 \\ \text{y} \\ x^2-2 \leq 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5 \leq x^2 \ \checkmark \text{ siempre} \\ \text{y} \\ x^2 \leq 9 \rightarrow -3 \leq x \leq 3 \end{cases}$





(3) cotas superiores: $[3,+\infty)$ cotas inferiores: $(-\infty,-3]$

supremo: 3 ínfimo: -3

máximo: 3 mínimo: -3

Ejercicio 2

(1) sí, pues cada elemento de A posee una única imagen: $1 \rightarrow c$, $2 \rightarrow d$, $3 \rightarrow d$, $4 \rightarrow b$

(2) no, pues $2 \neq 3$ pero $f(2)=f(3)=d$

(3) no, pues $f^{-1}(a)=\emptyset$; a no tiene preimagen

(4) $R^{-1} = \{(c,1),(d,2),(d,3),(b,4)\}$ no es función pues d posee dos imágenes

Ejercicio 3

(1) a_n es estrictamente creciente: $a_{n+1} > a_n \Leftrightarrow \frac{3(n+1)}{(n+1)+1} > \frac{3n}{n+1} \Leftrightarrow 3(n+1)^2 > 3n(n+2) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3n^2+6n+3 > 3n^2+6n \Leftrightarrow 3>0 \ \checkmark$

(2) • como a_n es estrictamente creciente y $a_1 = \frac{3}{2}$, $a_n \geq 3/2 \ \forall n$] está acotada

• veamos que $a_n \leq 3$: $\frac{3n}{n+1} \leq 3 \Leftrightarrow 3n \leq 3n+3 \ \checkmark$

(3) $a_n \nearrow$ y acotada superiormente $\Rightarrow$ converge

(4) $\lim_{n \to +\infty} \frac{3n}{n+1} = \lim_{n \to +\infty} \frac{3n}{n} = 3$

Ejercicio 4

(a) $\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^+} \ln(x-1) = \ln(1) = 0$

$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-} 3x+a = 6+a$ $\Rightarrow 0 = 6+a \Rightarrow a = -6$

$f(2) = 3.2+a = 6+a$

(b) $\lim_{x\to +\infty} f(x) = \lim_{x\to +\infty} \ln(x-1) = +\infty$

$\lim_{x\to -\infty} f(x) = \lim_{x\to -\infty} 3x-6 = -\infty$

(c) $f'(x) = \begin{cases} 3 & \text{si } x < 2 \\ \frac{1}{x-1} & \text{si } x > 2 \end{cases}$ es derivable en $\mathbb{R} - \{2\}$

y $f'(2) = \begin{cases} 3 & \text{si } x < 2 \\ 1 & \text{si } x > 2 \end{cases} \Rightarrow \nexists$

(d) $\nearrow$ + | $\nexists$ | $\nearrow$ +

2

(e) $f''(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 2 \\ \frac{-1}{(x-1)^2} & \text{si } x > 2 \end{cases}$

0 | $\nexists$ | −

2

y $f''(2) \nexists$

(f)