

**El examen consiste de 3 ejercicios, uno de 40 puntos y dos de 30. Es individual y sin material. Para aprobar el mismo es necesario obtener un puntaje de 50 puntos o superior.**

### Ejercicio 1 (40 puntos)

Considere la función:  $f : \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R} : f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{(x-1)^2}$

- (a) Determine sus raíces.
- (b) Determine los puntos donde  $f$  es continua.
- (c) Determine su derivada primera y su derivada segunda. ¿Son ambas continuas?
- (d) Determine los puntos críticos de  $f$ .
- (e) Estudie el crecimiento de  $f$  (donde es creciente y donde decreciente) y el de su derivada.
- (f) ¿Cuáles son los límites de  $f$  en  $\pm\infty$ ? ¿y en  $1^\pm$ ?
- (g) ¿Es  $f$  inyectiva? ¿Sobreyectiva? Biyectiva?
- (h) Realice un esbozo del gráfico de  $f$  con la información anterior.

### Ejercicio 2 (30 puntos)

Considere el sistema de ecuaciones 
$$\begin{cases} 3x + y - z = 0 \\ 6x + 3y - z = 2 \\ y + z = 2 \end{cases}$$

- (a) Determine si es compatible determinado, indeterminado o incompatible.
- (b) Es la solución un punto, una recta o un plano? En caso que sea un punto, de sus coordenadas; en caso que sea una recta o un plano, de sus ecuaciones paramétricas Y reducidas.

(c) Considere la matriz  $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 6 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  Determine su determinante. ¿Es invertible esta matriz?

En caso afirmativo, determine su matriz inversa

### Ejercicio 3 (30 puntos)

Considere la sucesión  $a_n = 1 - \frac{n+1}{n^2}$  con  $n \geq 1$ .

- (a) ¿Es creciente? ¿Decreciente?
- (b) ¿Está acotada inferiormente? ¿Superiormente?
- (c) ¿Tiene límite? En caso afirmativo, determínelo