

El parcial es sobre un total de 60 puntos. Es individual y se puede usar cuaderno y calculadora. Debe elegir el primer ejercicio y 4 de los siguientes para entregar. Cada ejercicio vale 12 puntos.

Por favor sea prolijo. Éxitos!

### Ejercicio 1

Considere la función  $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1}$

Realice su estudio analítico (dominio, continuidad, derivabilidad, derivada primera y segunda, límites, etc.) y represente gráficamente esta función.

### Ejercicio 2

Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , (a) determine (en caso que exista)  $A^{-1}$

(b) Resuelva el sistema  $A \cdot X = B$  con A la matriz recién definida y  $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

### Ejercicio 3

Demuestre que  $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \ddots & \dots & 1 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \ddots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 2 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 2 \end{vmatrix}_{n \times n} = 2^n$

### Ejercicio 4

(a) De una ecuación paramétrica y una reducida de la recta (r) que pasa por los puntos (0,0,0) y (1,3,2)

(b) De una ecuación paramétrica y una reducida de la recta (s) que pasa por (1,1,1) y posee como vector director (-1,0,-1)

(c) Determine la intersección de r y s

**Ejercicio 5**

- (a) De una ecuación paramétrica y una reducida del plano ( $\Pi$ ) que pasa por los puntos  $(0,0,0)$ ,  $(1,3,2)$  y  $(1,1,1)$
- (b) De una ecuación paramétrica y una reducida del plano ( $\Pi'$ ) que pasa por los puntos  $(0,0,0)$ ,  $(1,1,1)$  y posee dirección  $(-1, 0, -1)$
- (c) Determine la intersección de  $\Pi$  y  $\Pi'$

**Ejercicio 6**

Considere el sistema de ecuaciones 
$$\begin{cases} x + az = b_1 \\ x + y + az = b_2 \\ x + 2y + a^2z = b_3 \end{cases}$$
 con  $a, b_1, b_2, b_3$  constantes.

Discuta en función de los parámetros cuándo el sistema es compatible determinado, cuando es compatible indeterminado y cuando es incompatible.