

El examen consiste de 3 ejercicios, uno de 40 puntos y dos de 30. Es individual y sin material. Para aprobar el mismo es necesario obtener un puntaje de 50 puntos o superior.

Ejercicio 1 (40 puntos)

Considere la función $f: \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R} : f(x) = \frac{x^2-1}{(x-2)^2}$

- (a) Determine sus raíces.
- (b) Determine los puntos donde f es continua.
- (c) Determine su derivada primera y su derivada segunda. ¿Son ambas continuas?
- (d) Determine los puntos críticos de f.
- (e) Estudie el crecimiento de f (donde es creciente y donde decreciente) y el de su derivada.
- (f) ¿Cuáles son los límites de f en $\pm\infty$?
- (g) ¿Es f inyectiva? ¿Sobreyectiva? Biyectiva?
- (h) Realice un esbozo del gráfico de f con la información anterior.

Ejercicio 2 (30 puntos)

Considere el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} x - 3y + 2z = -1 \\ 4x + 5y - 2z = 6 \\ -x + 2y + z = -2 \end{cases}$$

- (a) Determine si es compatible determinado, indeterminado o incompatible.
- (b) Es la solución un punto, una recta o un plano? En caso que sea un punto, de sus coordenadas; en caso que sea una recta o un plano, de sus ecuaciones paramétricas Y reducidas.

(c) Considere la matriz $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 4 & 5 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. Determine su determinante. ¿Es invertible esta matriz?

En caso afirmativo, determine su matriz inversa.

Ejercicio 3 (30 puntos)

Considere la sucesión $a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n}$ con $n \geq 0, a_0 = 0$

- (a) ¿Es a_n creciente? ¿Decreciente? ¿Está acotada inferiormente? ¿Superiormente?
- (b) ¿Tiene límite? En caso afirmativo, determínelo.