

**El examen consiste de 3 ejercicios, uno de 40 puntos y dos de 30. Es individual y sin material. Para aprobar el mismo es necesario obtener un puntaje de 50 puntos o superior.**

**Ejercicio 1 (40 puntos)**

Considere la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : f(x) = \sqrt[3]{x-2}$

- (a) Determine sus raíces.
- (b) Determine los puntos donde  $f$  es continua.
- (c) Determine su derivada primera y su derivada segunda. ¿Son ambas continuas?
- (d) Determine los puntos críticos de  $f$ .
- (e) Estudie el crecimiento de  $f$  (donde es creciente y donde decreciente) y el de su derivada.
- (f) ¿Cuáles son los límites de  $f$  en  $\pm\infty$ ?
- (g) ¿Es  $f$  inyectiva? ¿Sobreyectiva? Biyectiva?
- (h) Realice un esbozo del gráfico de  $f$  con la información anterior.

**Ejercicio 2 (30 puntos)**

Considere el sistema de ecuaciones 
$$\begin{cases} x - 9y + 5z = 33 \\ x + 3y - z = -9 \\ x - y + z = 5 \end{cases}$$

- (a) Determine si es compatible determinado, indeterminado o incompatible.
- (b) Es la solución un punto, una recta o un plano? En caso que sea un punto, de sus coordenadas; en caso que sea una recta o un plano, de sus ecuaciones paramétricas Y reducidas.

(c) Considere la matriz  $\begin{pmatrix} 1 & -9 & 5 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ . Determine su determinante. ¿Es invertible esta matriz?

En caso afirmativo, determine su matriz inversa.

**Ejercicio 3 (30 puntos)**

Considere la sucesión  $a_n = \frac{n+2}{2n-1}$  con  $n \geq 1$ .

- (a) ¿Es  $a_n$  creciente? ¿Decreciente?
- (b) ¿Está acotada inferiormente? ¿Superiormente?
- (c) ¿Tiene límite? En caso afirmativo, determínelo.