

Primer Parcial de Matemática I
Curso 2013

El parcial dura dos horas. Resuelva cada problema en una hoja diferente. Numere y escriba sus datos en todas las hojas que vaya a entregar. Por favor sea prolijo. ¡Éxitos!

- Ejercicio 1.**
1.
 - Halle los valores de x que verifiquen la ecuación $|2x - 4| = 4$
 - Halle los valores de x que verifiquen la inecuación $|x^2 - 2| \geq 4$. Representélos como intervalos.
 - Indique cotas, supremos, ínfimos, máximos y mínimos del conjunto definido en el ítem anterior.
 2. Considere la relación \mathcal{R} de $A = \{1, 2, 3, 4\}$ en $B = \{a, b, c\}$ definida por $\mathcal{R} = \{(1, c), (2, b), (3, a), (4, c)\}$.
 - ¿Es \mathcal{R} una función? Justifique.
 - ¿Es \mathcal{R} inyectiva? Justifique.
 - ¿Es \mathcal{R} sobreyectiva? Justifique.
 - Halle la relación \mathcal{R}^{-1} . ¿Es una función? Justifique.

Ejercicio 2. Considere la sucesión $a_n = \frac{n+2}{2^{n-1}}$ con $n \geq 1$

1. ¿Es a_n monótona creciente, decreciente, estrictamente creciente o estrictamente decreciente? Demuéstrelo.
2. ¿Está a_n acotada superiormente? ¿Inferiormente? ¿En general? Demuéstrelo.
3. ¿ a_n tiene límite? Justifique utilizando alguno de los teoremas vistos en clase.
4. Determine el límite de a_n utilizando las propiedades vistas en clase.¹

Ejercicio 3. Considere la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $x^2 + a$ si $x \geq 2$ (con $a \in \mathbb{R}$) y $3x - 6$ si $x < 2$.

1. Determine a para que $f(x)$ sea continua.
2. Determine $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. ¿ f tiene alguna asíntota?
3. ¿Es f derivable en todo $x \in \mathbb{R}$? Justifique.
4. En los puntos donde f sea derivable, determine la función derivada f' de f . Estudie su signo.
5. Determine la función derivada segunda f'' de f . ¿Dónde está definida? Estudie su signo.
6. Bosqueje el gráfico de f utilizando los elementos recién probados.

¹también puede resultar útil saber que si la función $f(x)$ tiene límite L al $x \rightarrow +\infty$, entonces la sucesión a_n definida sustituyendo x por n tiene límite L
