Dinámica y Control de Procesos

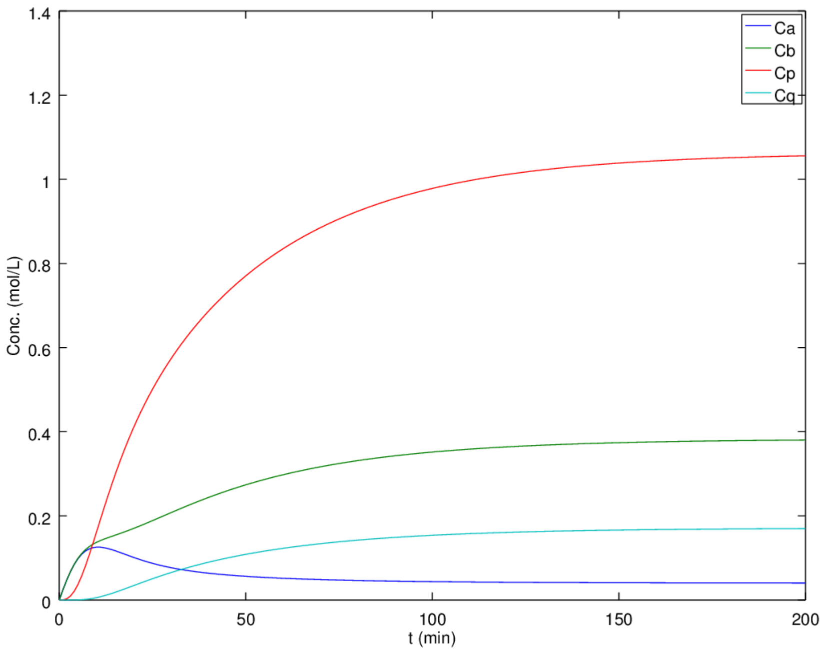
Repartido 2

2.1.
El modelo es

$$\begin{cases} \dfrac{dV}{dt} = v_{in} - v_{out} \\ \dfrac{dC_A}{dt} = \dfrac{v_{in}}{V}(C_{Ain} - C_{A)} - k_1 C_A C_B - k_2 C_A C_P \\ \dfrac{dC_B}{dt} = \dfrac{v_{in}}{V}(C_{Bin} - C_B) - k_1 C_A C_B \\ \dfrac{dC_P}{dt} = -\dfrac{v_{in}}{V} C_P + 2k_1 C_A C_B - \dfrac{1}{2} k_2 C_A C_P \\ \dfrac{dC_R}{dt} = -\dfrac{v_{in}}{V} C_R + \dfrac{1}{2} k_2 C_A C_P \end{cases}$$

Suposiciones: mezcla completa (parámetros globales), densidad constante, isotérmico, C_{Pin} y C_{Rin} cero.
Variables de estado: *V*, C_A, C_B, C_P, C_R
Variables de entrada: C_{Ain}, C_{Bin}, v_{in}, v_{out}
Variables de salida: las mismas que las de estado
Parámetros: k_1, k_2

El modelo es NO lineal, porque aparecen variables multiplicadas entre sí.



Linealización: $\dot{x} = Ax + Bu$
donde

$$x = \begin{bmatrix} C_A - C_{As} \\ C_B - C_{Bs} \\ C_P - C_{Ps} \\ C_R - C_{Rs} \end{bmatrix} \qquad u = \begin{bmatrix} C_{Ain} - C_{Ain\,s} \\ C_{Bin} - C_{Bin\,s} \\ v - v_s \end{bmatrix}$$

$A_{11} = -\frac{v_s}{V} - k_1 C_{Bs} - k_2 C_{Ps}$ $\quad A_{12} = -k_1 C_{As}$ $\quad A_{13} = -k_2 C_{As}$ $\quad A_{14} = 0$

$A_{21} = -k_1 C_{Bs}$ $\quad A_{22} = -\frac{v_s}{V} - k_1 C_{As}$ $\quad A_{23} = A_{24} = 0$

$A_{31} = 2k_1 C_{Bs} - \frac{1}{2} k_2 C_{Ps}$ $\quad A_{32} = 2k_1 C_{As}$ $\quad A_{33} = -\frac{v_s}{V} - \frac{1}{2} k_2 C_{As}$ $\quad A_{34} = 0$

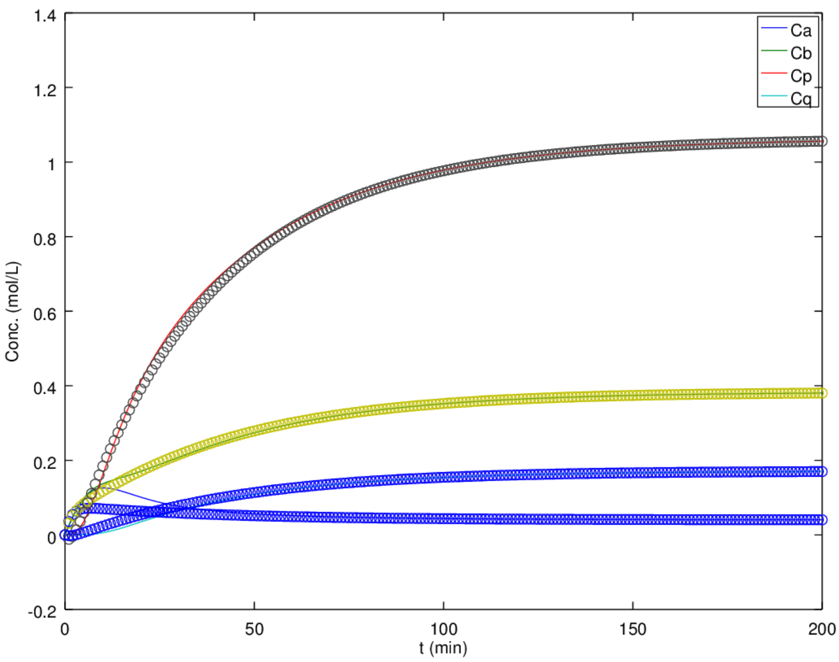
$A_{41} = \frac{1}{2} k_2 C_{Ps}$ $\quad A_{42} = 0$ $\quad A_{43} = \frac{1}{2} k_2 C_{As}$ $\quad A_{44} = -\frac{v_s}{V}$

$B_{11} = \frac{v_s}{V}$ $\quad B_{13} = 0$ $\quad B_{13} = \frac{C_{Ain\,s} - C_{As}}{V}$

$B_{21} = 0$ $\quad B_{22} = \frac{v_s}{V}$ $\quad B_{23} = \frac{C_{Bin\,s} - C_{B}S}{V}$

$B_{31} = B_{32} = 0$ $\quad B_{33} = \frac{-C_{Ps}}{V}$

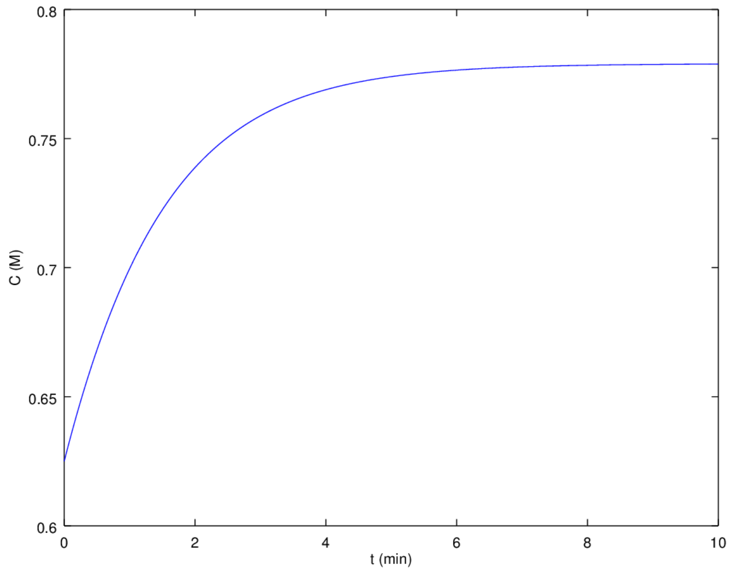
$B_{41} = B_{42} = 0$ $\quad B_{43} = \frac{-C_{Rs}}{V}$



Obsérvese que para C_A el comportamiento es muy distinto al principio, para las otras no tanto.

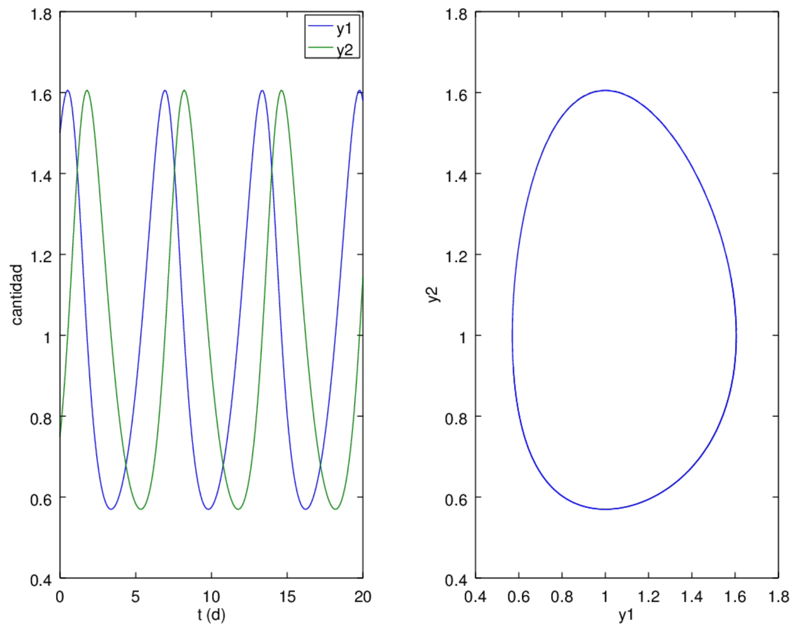
2.2.

El resultado es C = 0.625 M

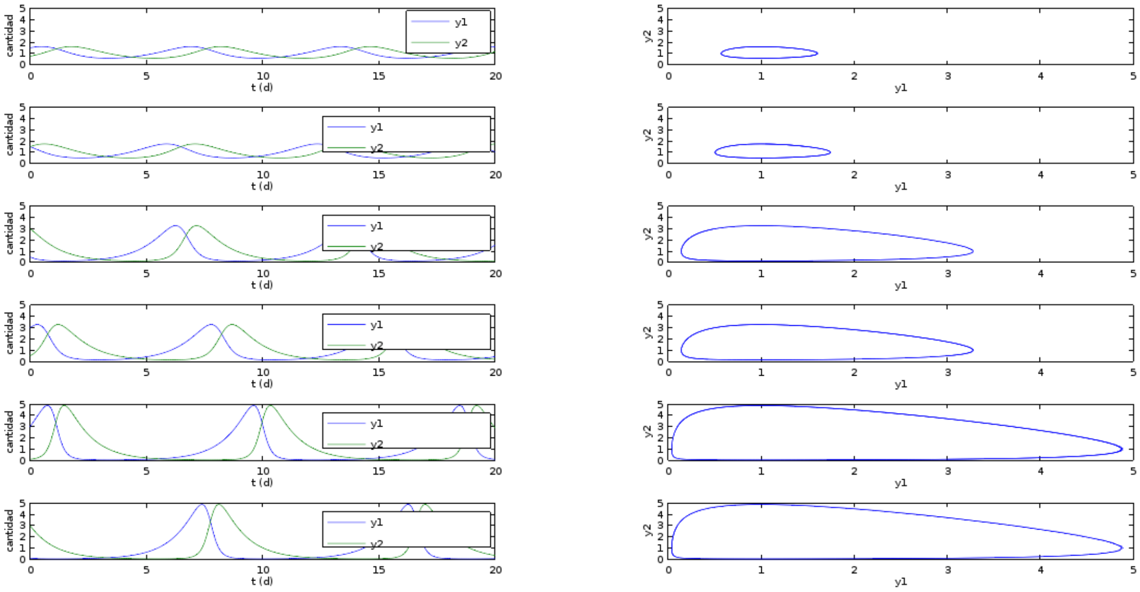


2.3.

a)



b)



2.4.

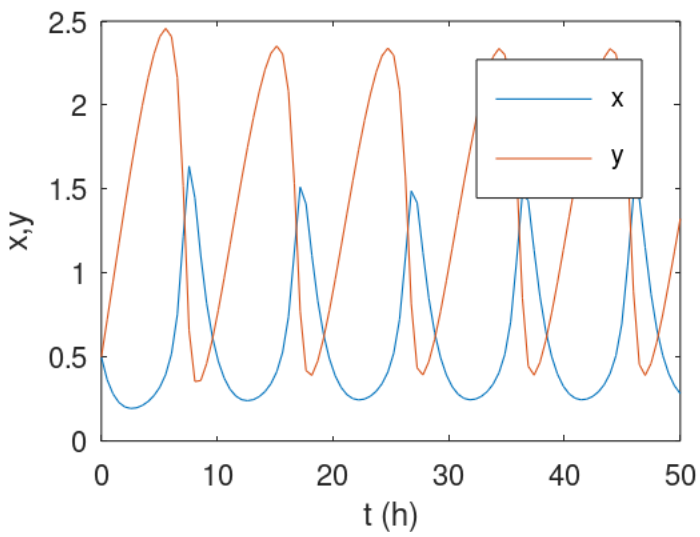
a) Valores de estado estacionario: Por lo tanto, con los valores indicados

$x_s = 0.6 \qquad y_s = 1.3636$

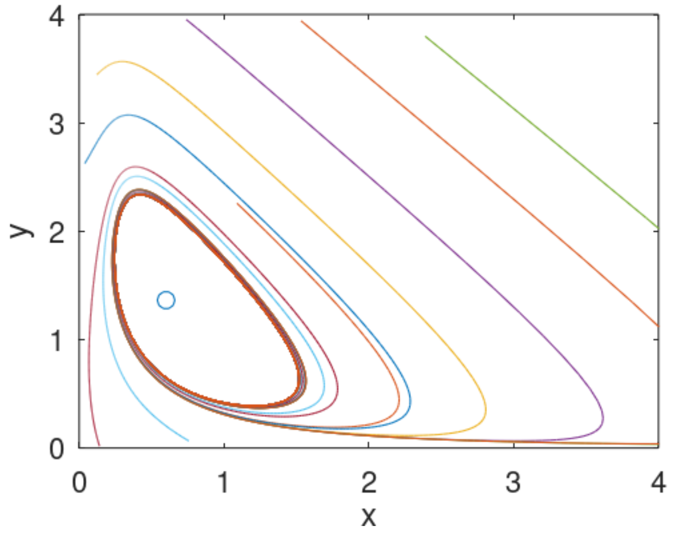
$$A = \begin{bmatrix} \dfrac{-\alpha+\beta^2}{\alpha+\beta^2} & \alpha+\beta^2 \\ \dfrac{-2\beta^2}{\alpha+\beta^2} & -(\alpha+\beta^2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.64 & 0.44 \\ -1.64 & -0.44 \end{bmatrix}$$

Ambos valores propios con parte real positiva. Por lo tanto, no es estable.

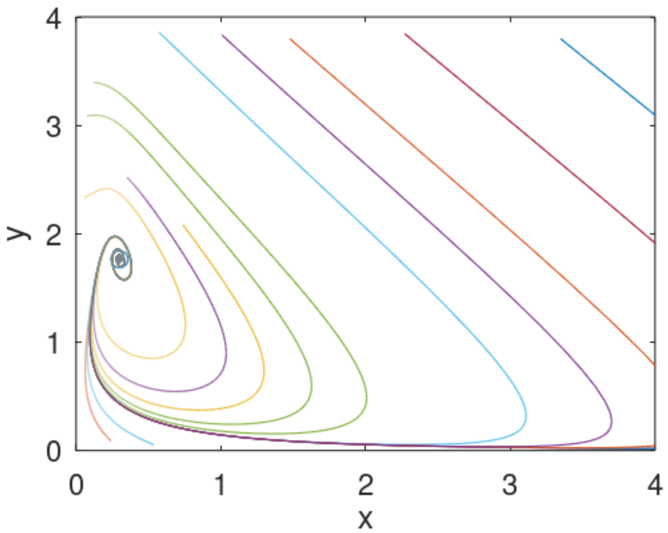
b)



C)



d)



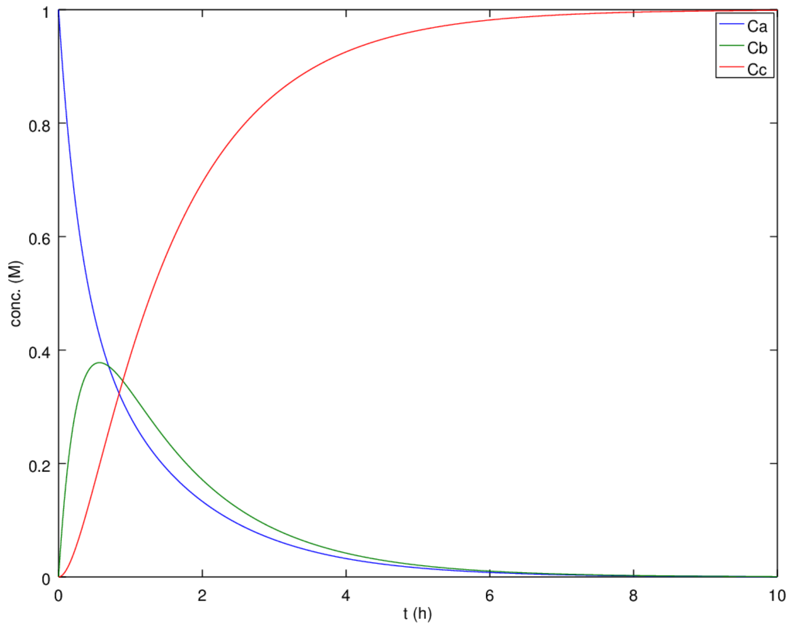
El cambio de comportamiento se produce en β = 0.346.

2.5.

a) Asumiendo volumen constante en el reactor batch, el modelo que representa el proceso es el siguiente:

$$\frac{dC_A}{dt} = k_{-1}C_B - k_1C_A$$
$$\frac{dC_B}{dt} = k_1C_A - k_{-1}C_B - k_2C_B$$
$$\frac{dC_C}{dt} = k_2C_B$$

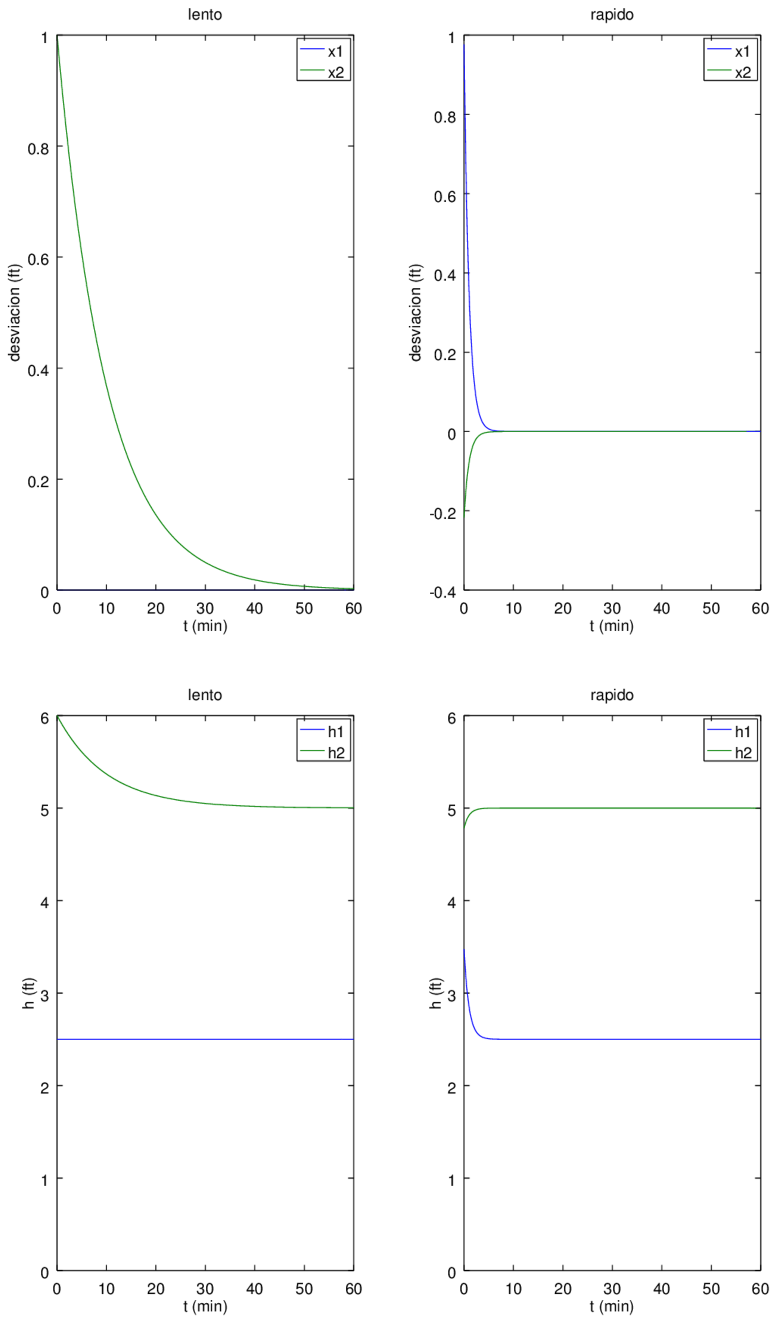
b)



t_Cbmax = 0.57 h (precaución discretizar suficientemente el vector t).

2.6.

```
hs =

   2.5000
   5.0000

R =

   0.00000   0.97619
   1.00000  -0.21693

lambda =

Diagonal Matrix

  -0.10000         0
         0  -1.00000
```


lento
rapido
desviacion (ft)
x1
x2
t (min)
lento
rapido
h (ft)
h1
h2
t (min)

2.7.

$$\lambda = \pm i\sqrt{\alpha\beta}$$

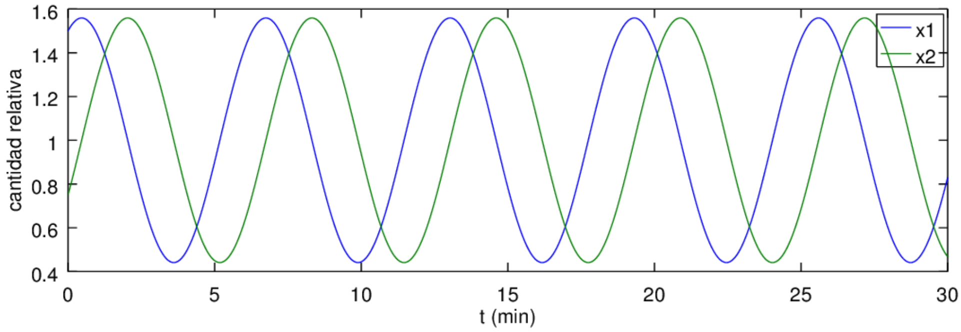
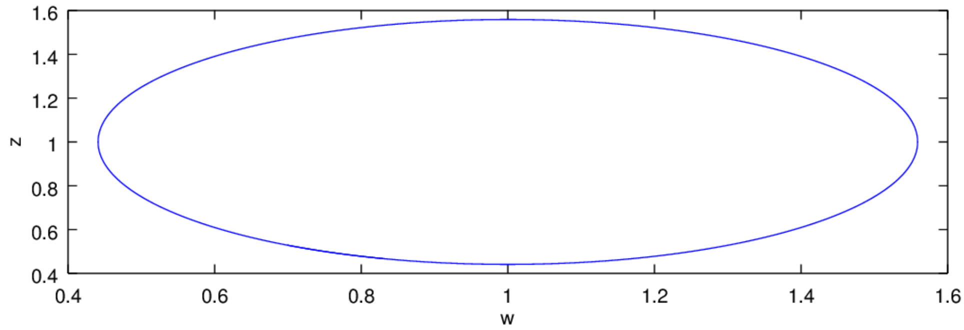


diagrama de fases




```
Delta t entre picos de bacterias:

   6.28

lag:

   1.57
```

2.8.

b) En forma matricial

$$\begin{bmatrix} \dfrac{dC_{A1}}{dt} \\ \dfrac{dC_{A2}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\left(\dfrac{v_0 + v_R}{V_1} + k_1\right) & \dfrac{v_R}{V_1} \\ \dfrac{v_0 + v_R}{V_2} & -\left(\dfrac{v_0 + v_R}{V_2} + k_2\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{A1} - C_{A1s} \\ C_{A2} - C_{A2s} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dfrac{v_0}{V_1} \\ 0 \end{bmatrix} [C_{A0} - C_{A0s}]$$

En variables desviación: $\dot{x} = Ax + Bu$

con $x = \begin{bmatrix} C_{A1} - C_{A1s} \\ C_{A2} - C_{A2s} \end{bmatrix}$ $\quad A = \begin{bmatrix} -\left(\frac{v_0+v_R}{V_1} + k_1\right) & \frac{v_R}{V_1} \\ \frac{v_0+v_R}{V_2} & -\left(\frac{v_0+v_R}{V_2} + k_2\right) \end{bmatrix}$ $\quad B = \begin{bmatrix} \frac{v_0}{V_1} \\ 0 \end{bmatrix}$ $\quad u = [C_{A0} - C_{A0s}]$

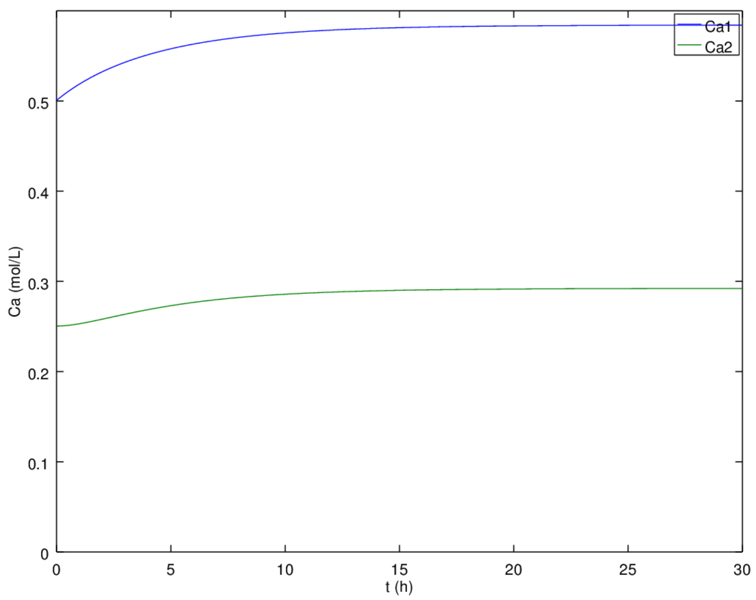
c)

```
estado estacionario (mol/L):
Cs =

   0.50073
   0.25049
```

d)

```
valores propios:
evals =

Diagonal Matrix

  -0.22073          0
         0   -0.75361

estable
vectores propios:
R =

   0.80075  -0.25328
   0.59900   0.96739
```

e)



2.9.

a)

```
ws =   0.038760
zs =   0.10078
```

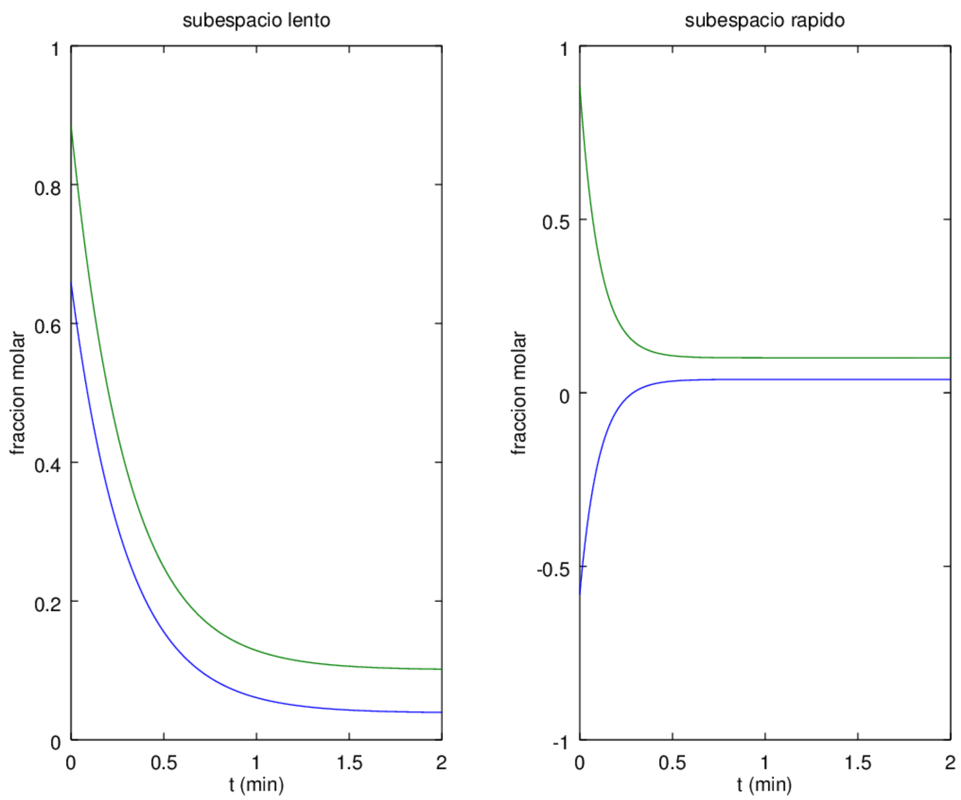
b) $\dot{x} = Ax + Bu$ con $x = \begin{bmatrix} w \\ z \end{bmatrix}$ $\quad u = \begin{bmatrix} L \\ V \end{bmatrix}$ $\quad A = \begin{bmatrix} -\frac{L+Va}{M} & \frac{Va}{M} \\ \frac{L}{M} & -\frac{L+Va}{M} \end{bmatrix}$ $\quad B = \begin{bmatrix} -\frac{w_s}{M} & \frac{(z_s - w_s)a}{M} \\ \frac{w_s - z_s}{M} & \frac{z_f - z_s a}{M} \end{bmatrix}$

$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\qquad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

c)

```
R =

   0.62017  -0.62017
   0.78446   0.78446

evals =

Diagonal Matrix

  -3.3377         0
        0   -9.6623
```

d)



2.10.

Parte 1. El modelo es

$$\begin{cases} \dfrac{dT}{dt} = \dfrac{v}{V}(T_i - T) + \dfrac{UA}{C_p \rho V}(T_c - T) \\ \dfrac{dT_c}{dt} = \dfrac{v_c}{V_c}(T_{c0} - T_c) - \dfrac{UA}{C_{pc}\rho_c V_c}(T_c - T) \end{cases}$$

Donde las variables de estado son las temperaturas en el reactor (T) y en la camisa (T_c) y las variables de entrada son el caudal de entrada al tanque (v) y el caudal de entrada a la camisa (v_c), la temperatura de entrada al tanque (T_i) y la temperatura de entrada a la camisa (T_{c0}).

a) El objetivo es mantener la T constante o sea $\frac{dT}{dt} = 0$

b) La variable de entrada a manipular para controlar el proceso es el caudal de la camisa v_c ya que la temperatura de entrada a la camisa no lo es (sería una perturbación).

Parte 2

```
UA (Btu/┬║F.min):
UA =   183.90
vc (ft3/min):
vc =   1.5000
```

```
calculado num├®ricamente
UA (Btu/┬║F.min):
ans =   183.90
vc (ft3/min):
ans =   1.5000
```

b) Expresamos como $\dot{x} = Ax + Bu$

$$x = \begin{bmatrix} T - T_{ss} \\ T_c - T_{c_{ss}} \end{bmatrix} \qquad u = \begin{bmatrix} v_i - v_{i_{ss}} \\ v_{c0} - v_{c0_{ss}} \\ T_i - T_{i_{ss}} \\ T_{c0} - T_{c0_{ss}} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dfrac{dT}{dt} \\ \dfrac{dT_c}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{v}{V} - \dfrac{UA}{\rho C_p V} & \dfrac{UA}{\rho C_p V} \\ \dfrac{UA}{\rho_c C_{pc} V_c} & -\dfrac{v_c}{V_c} - \dfrac{UA}{\rho_c C_{pc} V_c} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \dfrac{T_i - T}{V} & 0 & \dfrac{v}{V} & 0 \\ 0 & \dfrac{T_{c0} - T_c}{V_c} & 0 & \dfrac{v_{c0}}{V_c} \end{bmatrix} u$$

```
valores propios:
ans =

  -0.19113
  -4.70887
```

```
nuevas condiciones de estado estacionario
T (┬║F) =
ans =   129.16
Tc (┬║F) =
ans =   155.55
```

find encuentra el índice que corresponde al valor de t = 5. A partir de allí vc = 0.25 (en variables de desviación)

2.11.

b)

```
Cass (mol/L) =
Cass =

   0.333333
   0.090052
```

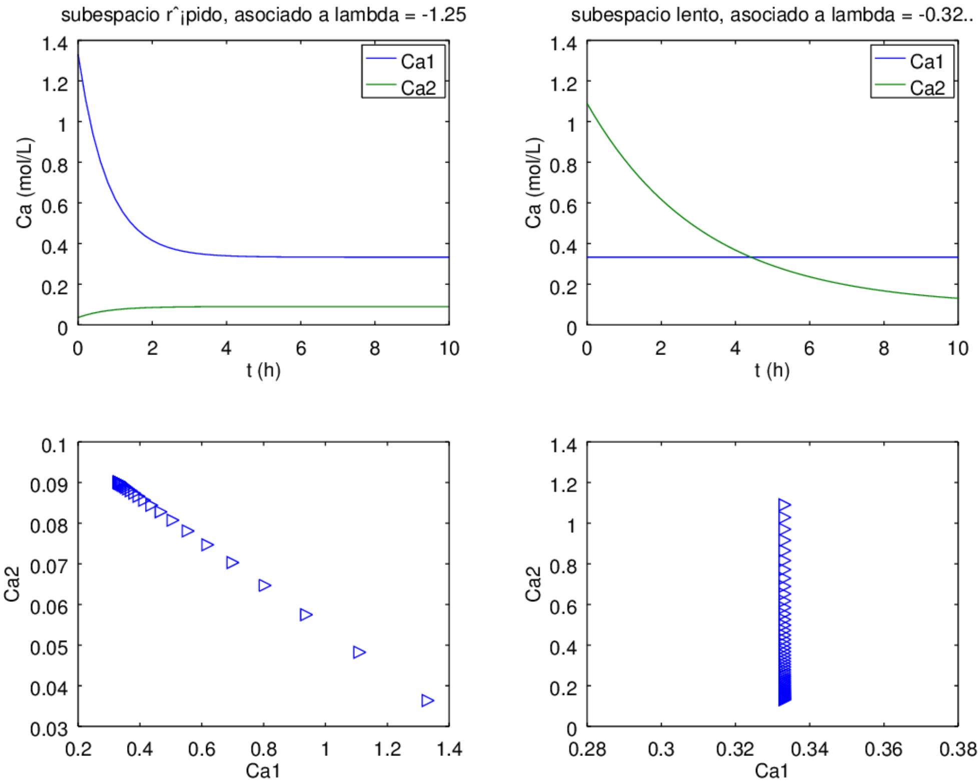
c y d) $A = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j}\bigg|_{x_s,u_s}\right] = \begin{bmatrix} -\frac{v}{V_1} - 2k_2C_{A1s} & 0 \\ \frac{v}{V_2} & -\frac{v}{V_2} - 2k_2C_{A2s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.25 & 0 \\ 0.05 & -0.3201562 \end{bmatrix}$

$$B = \left[\frac{\partial f_i}{\partial u_j}\bigg|_{x_s,u_s}\right] = \begin{bmatrix} \dfrac{C_{A0} - C_{A1}}{V_1} & \dfrac{v}{V_1} \\ \dfrac{C_{A1} - C_{A2}}{V_2} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0016667 & 0.25 \\ 0.0001216 & 0 \end{bmatrix}$$

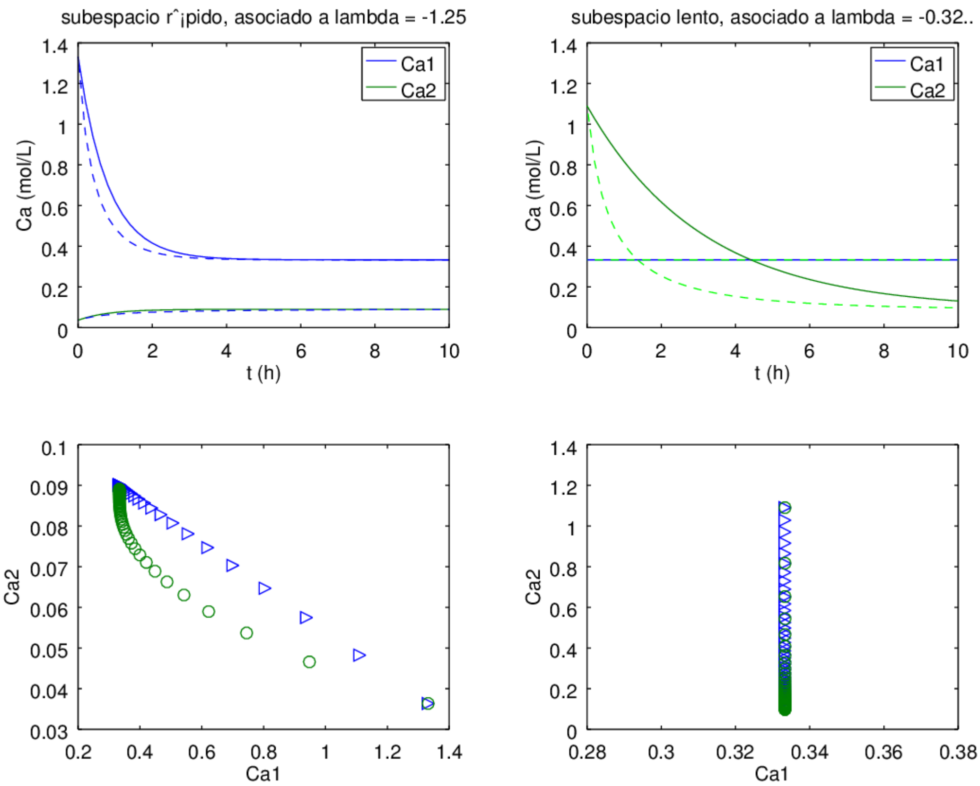
e)

```
A =

  -1.25000   0.00000
   0.05000  -0.32016

B =

   0.00167   0.25000
   0.00012   0.00000

R =

   0.00000   0.99856
   1.00000  -0.05369

evals =

Diagonal Matrix

  -0.32016         0
         0  -1.25000
```

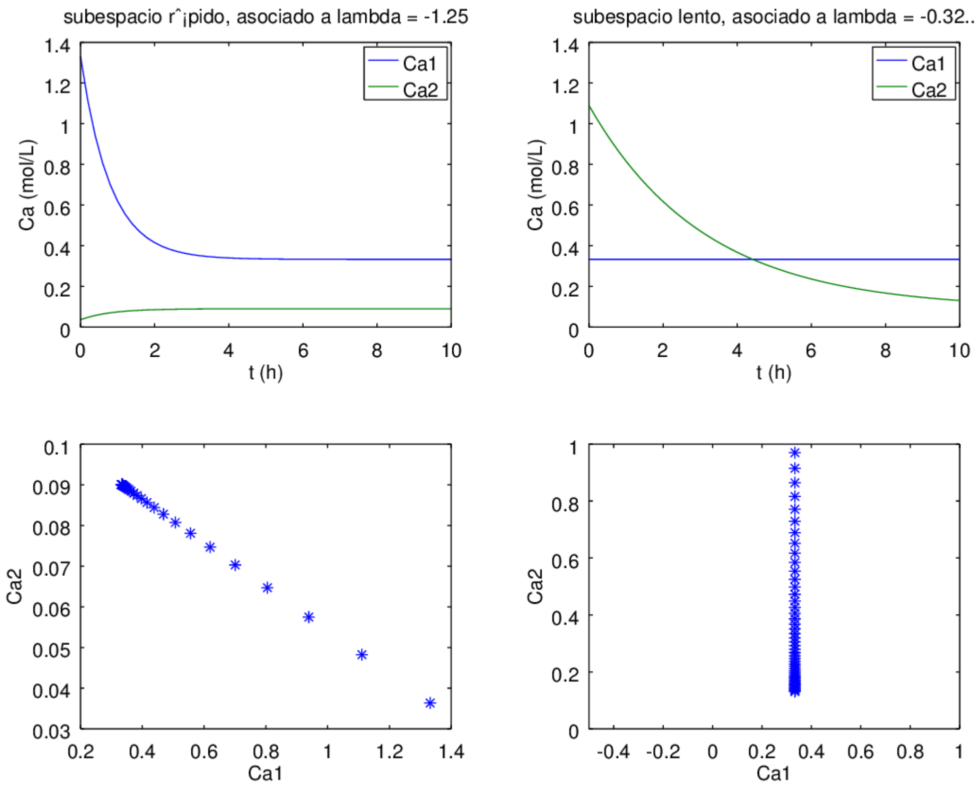
f)


subespacio rˆ¡pido, asociado a lambda = -1.25
subespacio lento, asociado a lambda = -0.32..
Ca1
Ca2
Ca (mol/L)
t (h)
Ca2
Ca1

g)


subespacio rˆ¡pido, asociado a lambda = -1.25
subespacio lento, asociado a lambda = -0.32..
Ca1
Ca2
Ca (mol/L)
t (h)
Ca2
Ca1

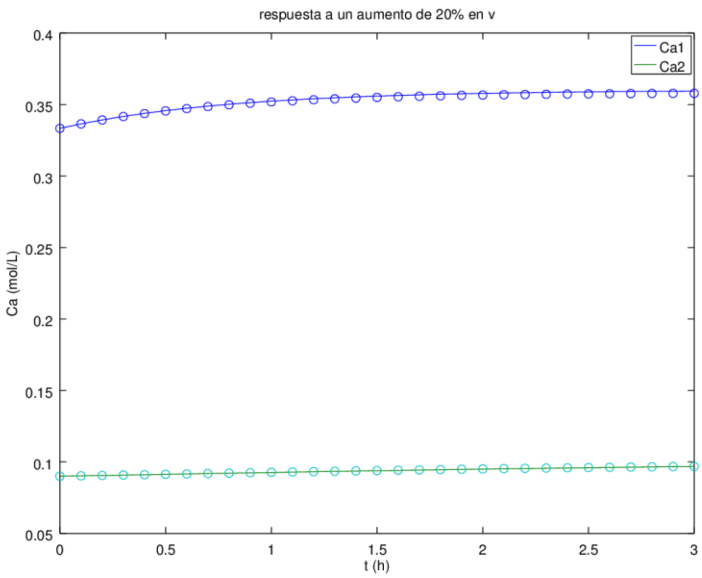
h)



i)

```
Ca salida lineal (mol/L) =
ans =  0.096799
```

```
Ca salida no lineal (mol/L) =
ans =  0.090301
```



2.12.

a) A partir de los balances de masa y energía suponiendo densidad constante, Cp contante, variación de la energía cinética y potencial gravitatoria despreciables, y mezcla completa dentro del reactor. Y el balance en la "T".

$$\frac{dT_2}{dt} = (1-\alpha)(T_1 - T_2)\,{}^{v}\!/_{V} - UA\ {}^{(T_2 - T_s)}\!\big/_{\rho C_p V}$$

$$T_3 = \alpha T_1 + (1-\alpha)T_2$$

Variables de estado: T2

Variables de salida: T3

Variables de entrada: alfa, T1

Parámetros: rho, Cp, V, v , Tw , UA

b)

alfa

0.40458

c) De acuerdo a la parte a):

$$x = \left(T_2 - T_{2_s}\right) \quad u = \begin{pmatrix} alfa - alfa_s \\ T_1 - T_{1_s} \end{pmatrix}$$

$$y = \quad \left(T_3 - T_{3_s}\right)$$

$$A = -(1-\alpha_s)\,{}^{v}\!/_{V} - {}^{UA}\!/_{\rho C_p V}$$

$$B = \left[{}^{-\left(T_{1_s} - T_{2_s}\right)v}\!\Big/_{V} \qquad (1-\alpha_s)\,{}^{v}\!/_{V} \right]$$

$$C = (1-\alpha_s)$$

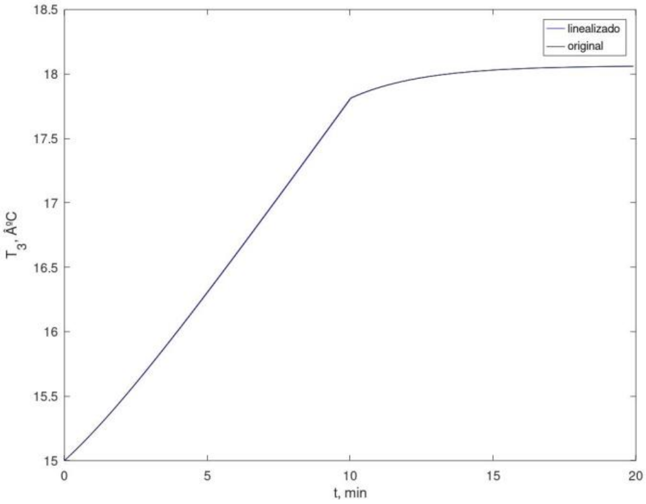
$$D = [T_{1_s} - T_{2_s} \quad \alpha_s]$$

d)

A= -0, 39992

Como es negativo el sistema es estable.

e)



2.14

a) Variable de entrada: F_B

Variable de estado: X_A

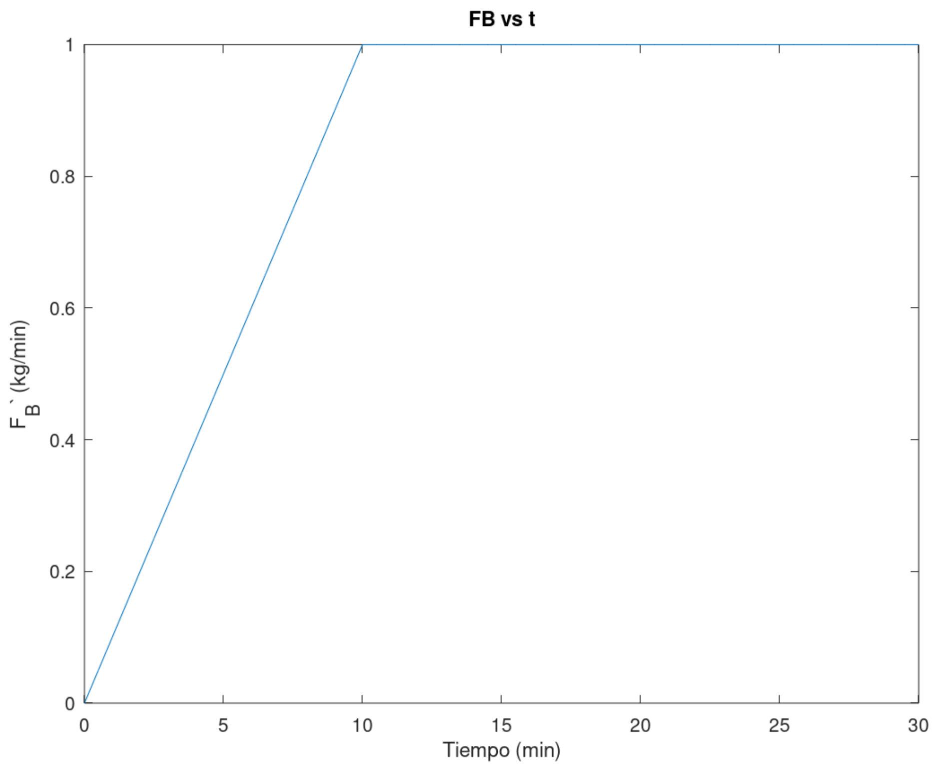
$$\frac{\partial X_A}{\partial t} = \frac{F_A\,(1 - X_A\,) - F_B X_A}{\rho V}$$

b) Linealización:

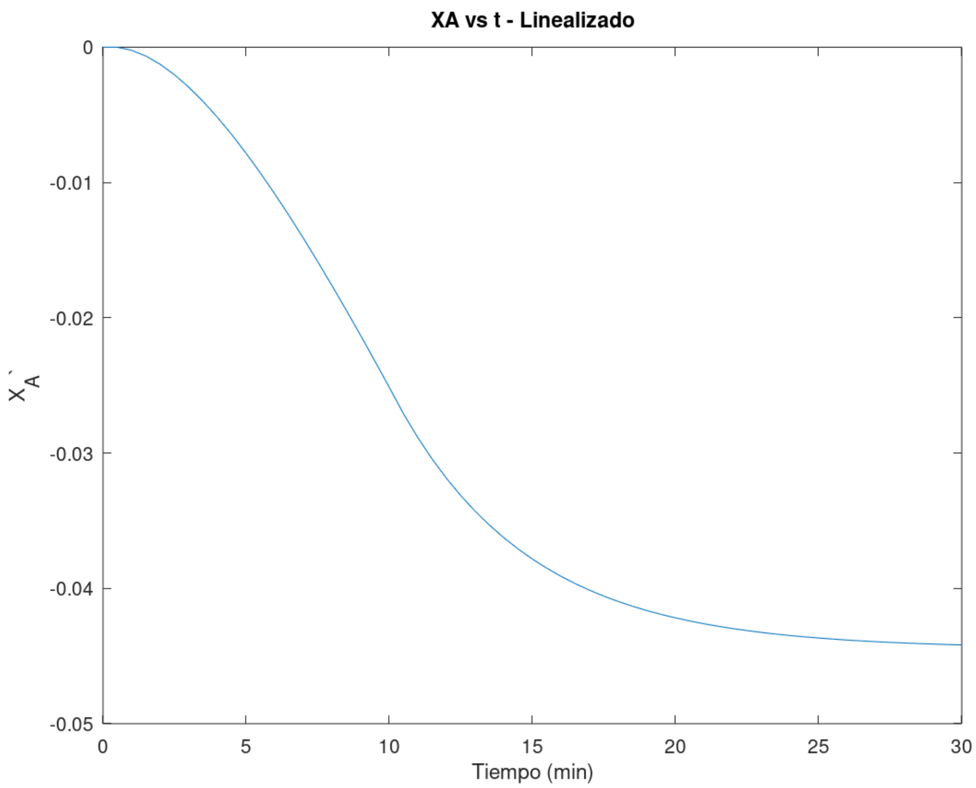
$$A = \frac{-F_A - F_B|_{EE}}{\rho V}$$

$$B = \frac{-X_A|_{EE}}{\rho V}$$

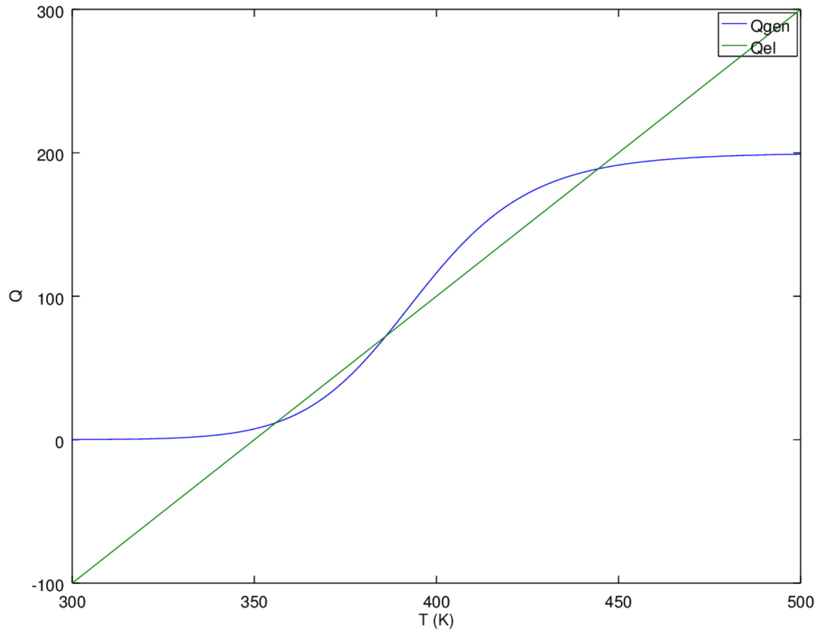
c) Representación de la variable de entrada en desviación:



Respuesta según el modelo linealizado de la variable de salida en desviación:



2.15



Css1 = 0.055898

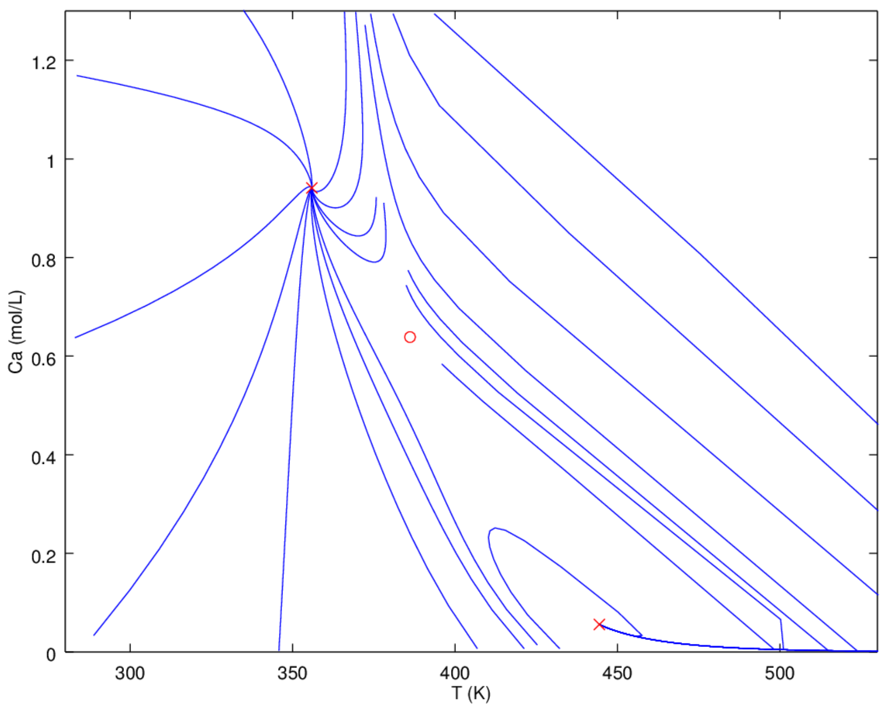
Tss1 = 444.41

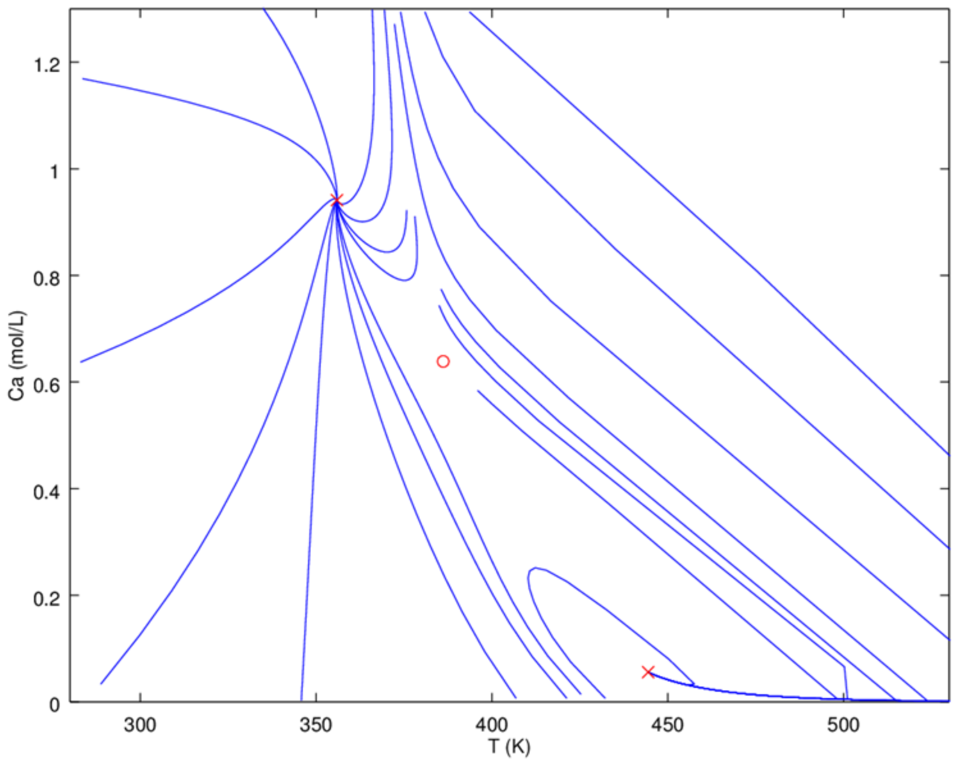
Css2 = 0.63864

Tss2 = 386.13

Css3 = 0.94099

Tss3 = 355.90





Ca (mol/L)
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
300
350
400
450
500
T (K)