

EJERCICIO 1

Considere la zapata corrida cuya sección transversal es representada en la Figura 1. La misma tiene una base de longitud B y una altura H , y soporta un muro de espesor b . La zapata recibe la descarga centrada del muro de valor característico N_k y un momento de valor característico M_k , siendo ambas sollicitaciones producto de acciones variables del mismo origen (se desprecia el peso propio del muro). Considere que las armaduras tienen un recubrimiento geométrico de 50 mm .

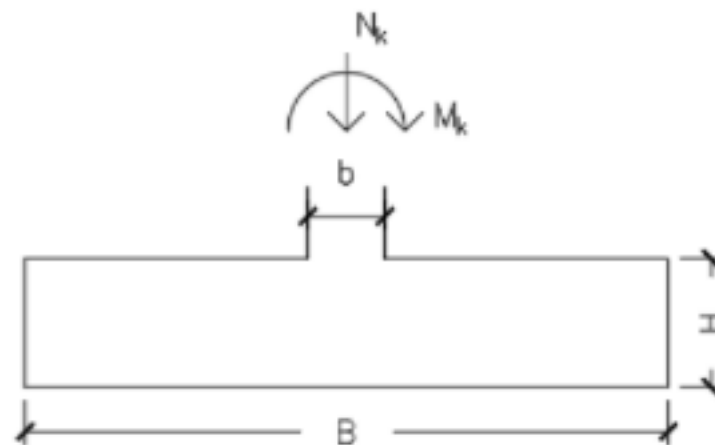


Figura 1

Se pide:

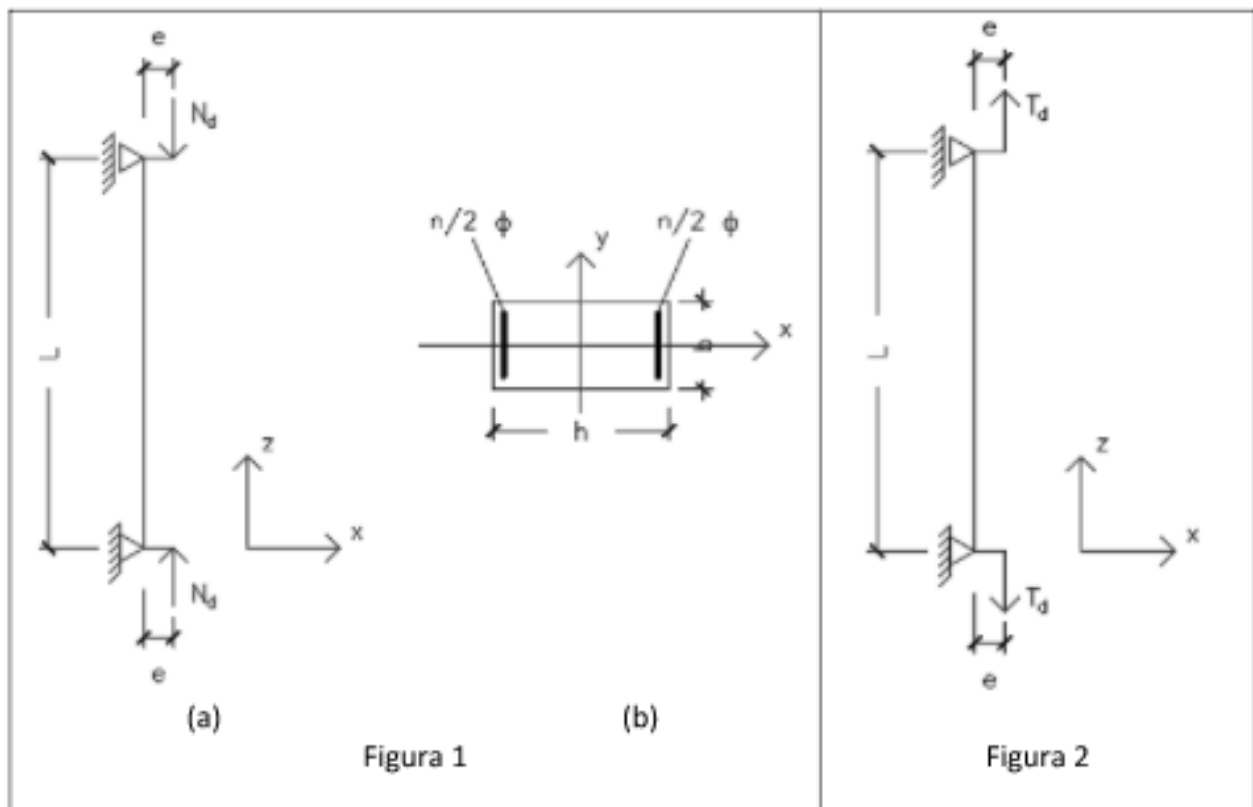
- Realizar la comprobación de ELU de flexión y determinar las armaduras estructurales. **[Incluir el área total de acero inferior por unidad de longitud en la casilla de respuesta]**
- Representar esquemáticamente las armaduras estructurales.
- Realizar la verificación de cortante. **[Incluir el valor de V_d en la casilla de respuesta]**

Datos:

b (m)	B (m)	H (m)	N_k (kN/m)	M_k (kNm/m)	f_{ck} (MPa)	f_{yk} (MPa)
0.30	3.00	0.45	320	50	30	500

EJERCICIO 2

Considere el pilar biarticulado representado en la Figura 1a. El mismo tiene sección rectangular de lados $b \times h$ y longitud L y está armado con un total de n barras de diámetro ϕ distribuidas en dos de sus caras, como se representa en la Figura 1b ($n/2$ barras sobre cada lado). El recubrimiento mecánico de las armaduras es d' . Dicho pilar es sometido a una directa de compresión de diseño N_d aplicada con una excentricidad e .

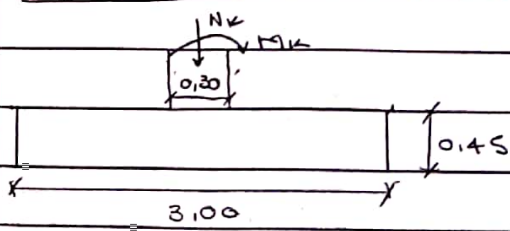


- Se pide determinar la carga última N_d que resiste el pilar. **[Incluir el valor de N_d en la casilla de respuesta]**
- Ahora el mismo pilar es sometido a una directa de tracción de diseño T_d , con igual excentricidad e , como muestra la Figura 2. Se pide hallar el valor máximo que puede tomar T_d . **[Incluir el valor de T_d en la casilla de respuesta]**

Datos:

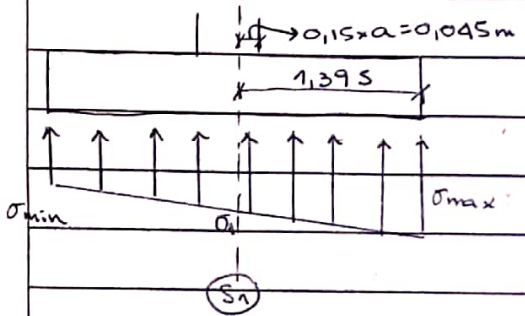
b (m)	h (m)	L (m)	e (m)	n	ϕ (mm)	d' (m)	f_{ck} (MPa)	f_{yk} (MPa)
0.30	0.60	4.00	0.10	6	16	0.03	30	500

Ejercicio 1 Versión 02



$N_k = 320 \text{ kN/m}$ $rec\ geom = 50 \text{ mm}$
 $M_k = 50 \text{ kNm/m}$
 $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$
 $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$
 $v = \frac{300 - 0.30}{2} = 1.35 \text{ m} > 2h = 0.90 \text{ m} = \text{Flexible}$

a. distribución de tensiones



$\sigma_{max} = \frac{320 \text{ kN/m} + \frac{50 \text{ kNm/m}}{3.00 \text{ m}} \cdot 1.395}{3.00 \text{ m}} = 140 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$

$\sigma_{min} = \frac{320 \text{ kN/m} - \frac{50 \text{ kNm/m}}{3.00 \text{ m}} \cdot 1.395}{3.00 \text{ m}} = 73 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$

valores característicos

Calculamos por trigonometría el valor de la tensión en S_1

$\frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{3.00 \text{ m}} = \frac{\sigma_n - \sigma_{min}}{3.00 \text{ m} - (v + 0.15a)} = \frac{\sigma_n - \sigma_{min}}{3.00 \text{ m} - (1.35 \text{ m} + 0.045 \text{ m})} = \frac{\sigma_n - \sigma_{min}}{1.605 \text{ m}}$

$\Rightarrow \sigma_n = \frac{(\sigma_{max} - \sigma_{min}) \cdot 1.605}{3} + \sigma_{min}$

$\Rightarrow \sigma_n = 109 \text{ kN/m}^2$

Calculamos M_d en la sección S_1 , haciendo equilibrio de momentos de la zapata desde la sección S_1 hacia la derecha

$M_d^{S_1} = 1.5 \times \left[\frac{\sigma_n (v + 0.15a)^2}{2} + \frac{(\sigma_{max} - \sigma_n) (v + 0.15a)^2 \cdot 2}{3} \right]$

$M_d^{S_1} = 1.5 \times 126 \text{ kNm/m} = 189 \text{ kNm/m}$

Hallamos el canto útil, suponiendo armadura $\phi 16$

$d_u = h - rec\ geom = 16 \text{ mm} / 2 = 45 - 5 - 0.8 = 39.2 \text{ cm}$

$\mu = \frac{M}{bd^2 f_{cd}} = \frac{189 \text{ kNm/m}}{(0.392 \text{ m})^2 \cdot \frac{30 \text{ MPa}}{1.5}} = 0.0615$

$\omega = 1 - \sqrt{1 - 2\mu} = 0.0635 > 0.045 \checkmark$

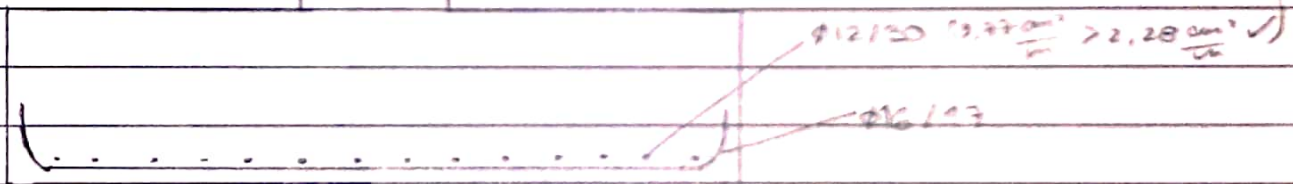
$$A_{s, req} = \frac{w b d f_{cd}}{f_{td}} = \frac{0,0635 \cdot 0,392 \text{ m} \cdot 30 \text{ MPa} / 1,5}{500 \text{ MPa} / 1,15} = 11,5 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$\phi 16 / 170 \text{ mm} \left(11,8 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}} \right)$$

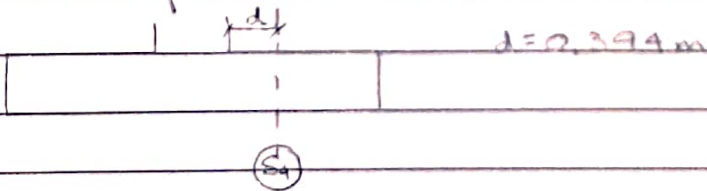
Cantidad geométrica: $A_{s, min} = 0,9 \% \cdot 100 \cdot 95 = 4,05 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}} \checkmark$

Armadura secundaria: $a \geq 0,20 \cdot 11,4 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}} = 2,28 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$

b.



c. La verificación se realiza en la sección S_4



Por trigonometría calculamos σ_1

$$\frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{3,00 \text{ m}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_{min}}{v + b + d} = \frac{\sigma_1 - \sigma_{min}}{1,35 \text{ m} + 0,30 \text{ m} + 0,394 \text{ m}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_{min}}{2,044 \text{ m}}$$

$$\Rightarrow \sigma_1 = (\sigma_{max} - \sigma_{min}) \frac{2,044}{3} + \sigma_{min} = 119 \text{ kN/m}^2 \text{ (característico)}$$

Por equilibrio hallamos el cortante en S_4

$$V_d^{S_4} = 1,5 \times \frac{(\sigma_{max} + \sigma_1)(v - d)}{2} = 1,5 \times \frac{124 \text{ kN}}{\text{m}} = 186 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

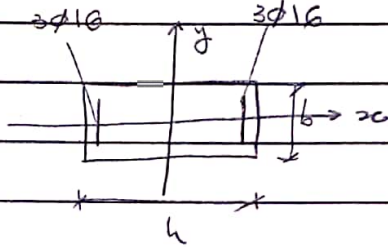
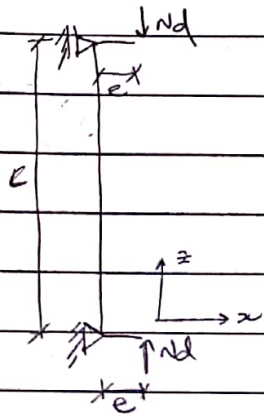
$$V_{uz, min} = 0,075 \cdot \left\{ \frac{3}{2} f_{cv} \right\}^{1/2} d / \gamma_c$$

$$\gamma = 1 + \sqrt{200/d} = 1 + \sqrt{200/394} = 1,71 < 2$$

$$V_{uz, min} = 0,075 \times 1,71^{3/2} (30 \text{ MPa})^{1/2} \cdot \frac{0,394 \text{ m}}{1,5} = 242 \frac{\text{kN}}{\text{m}} > V_d^{S_4} \checkmark$$

Ejercicio 2

versión D1



$b = 0,30\text{m}$ $f_{ck} = 30\text{MPa}$
 $h = 0,60\text{m}$ $f_{yk} = 500\text{MPa}$
 $l = 4,00\text{m}$
 $e = 0,10\text{m}$
 $d' = 0,03\text{m}$

• Pilar biarticulado \Rightarrow long de pandeo $l_0 = l = 4,00\text{m}$

• Pandeo en el plano xz

$$i_y = \sqrt{I_y/A} = \sqrt{\frac{0,3 \times 0,6^3 / 12}{0,3 \times 0,6}} = 17,3\text{cm}$$

$$\lambda_y = \frac{l_0}{i_y} = \frac{4,00\text{m}}{17,3\text{cm}} = 23,1 < 35 \Rightarrow \text{se desprecian efectos de segundo orden} \Rightarrow e_a = 0$$

$$e_s = 0,10\text{m} \neq e_{\text{min}} = \max(0,60/20, 0,02) = 3\text{cm}$$

$$e_{\text{tot}} = e_s = 0,10\text{m}$$

• Pandeo en el plano yz

$$i_x = \sqrt{I_x/A} = \sqrt{\frac{0,6 \times 0,3^3 / 12}{0,6 \times 0,3}} = 8,7\text{cm}$$

$$\lambda_x = \frac{l_0}{i_x} = \frac{4,00\text{m}}{8,7\text{cm}} = 46,2 > 35 \Rightarrow \text{se contemplan efectos de segundo orden aplicando el método aproximado.}$$

$$e_s = e_{\text{min}} = \max(0,30/20, 0,02) = 2\text{cm}$$

$$e_a = (1 + 0,12p) (E_y + 0,0035) \frac{h + 20e_s}{h + 10e_s} \frac{l_0^2}{50i_x}$$

$$p = 3,0$$

$$e_y = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{500\text{MPa}}{1,15 \times 200\text{GPa}} = 2,17\text{‰}$$

$$\Rightarrow e_a = 4,0\text{cm}$$

$$h = 0,30\text{m}$$

$$\Rightarrow e_{\text{tot}} = e_s + e_a = 6,0\text{cm}$$

calculamos w según la armadura colocada

$$w = \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}} = \frac{12,07 \text{ cm}^2 f_{yd}}{0,30 \times 0,60 f_{cd}} = 0,15$$

Estudiamos presoflexión en cada una de las direcciones

$$\mu = \frac{e}{h} v$$

• En el plano xz

$$\frac{d'}{h} = \frac{3 \text{ cm}}{60 \text{ cm}} = 0,05 \quad \begin{array}{|c|} \hline \text{---} \\ \hline \text{---} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \nearrow \text{Abaco, pag 2, para } w=0,15 \\ \Rightarrow v \approx 0,7, \mu \approx 0,11 \end{array}$$

$$e/h = 0,10/0,60 = 1/6$$

$$N_d = v A_c f_{cd} = 2520 \text{ kN}$$

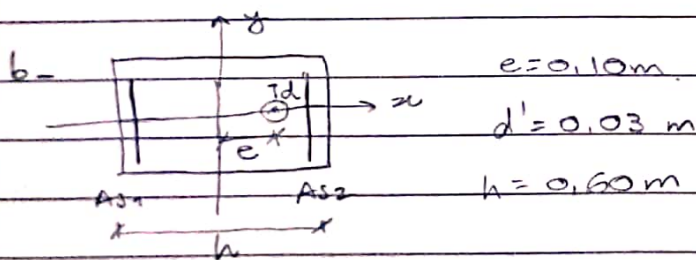
• En el plano yz

$$\frac{d'}{h} = \frac{3 \text{ cm}}{30 \text{ cm}} = 0,10 \quad \begin{array}{|c|} \hline \text{||} \\ \hline \text{||} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \nearrow \text{Abaco pag 18, para } w=0,15 \\ \Rightarrow v \approx 0,58, \mu \approx 0,116 \end{array}$$

$$e/h = 0,06/0,30 = 1/5$$

$$N_d = v A_c f_{cd} = 2088 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow \boxed{N_d = 208,8 \text{ kN}}$$



Equilibrio de directas: $T_{s1} + T_{s2} = T_d$

Equilibrio de momentos desde A_{s1}

$$T_d (h/2 - d' + e) = T_{s2} \cdot (h - 2d') \Rightarrow 0,37 T_d = 0,54 T_{s2}$$

$$\Rightarrow T_{s2} = 0,685 T_d$$

Imponemos armadura A_{s2} (la más traccionada) en fluencia

$$\Rightarrow T_{s2} = A_s f_{yd} = \frac{6,033 \text{ cm}^2 \times 500 \text{ MPa}}{1,15} = 262 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow \boxed{T_d = 382 \text{ kN}} \quad T_{s1} = 120 \text{ kN} \text{ (} A_{s1} \text{ no está en fluencia)}$$