Ejercicio 1

Se tiene la estructura de la Figura 1. En ella hay aplicados: una carga puntual de 15 kN vertical hacia abajo sobre el nodo A, una carga puntual de 20 kN horizontal hacia la derecha en el nodo C, una carga puntual de 15 kN vertical hacia abajo sobre el nodo G, una carga distribuida uniforme de 25 kN/m sobre el tramo GHI, un momento puntual de 15 kNm en sentido antihorario aplicado en el nodo J y una carga puntual de 10 kN vertical hacia arriba sobre el nodo J. Para dicha estructura:

a. Calcular las reacciones.
b. Trazar los diagramas de solicitaciones de la estructura completa (N, V y M).

Se desea dimensionar las barras en flexión con alguna de las secciones de la Figura 2 (secciones representadas en cm). Para ello, se brindan ciertas condiciones que se deben verificar.

c. Indique qué sección elegiría y por qué, teniendo en cuenta que: $\sigma_{máx} \leq \sigma_{adm} = 140\ MPa$. Considere E=25 GPa.

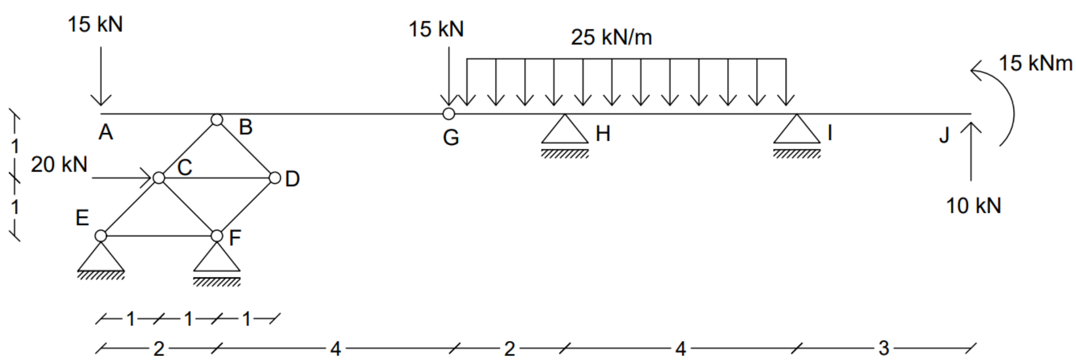


Figura 1: Estructura en estudio. Dimensiones en metros (m).

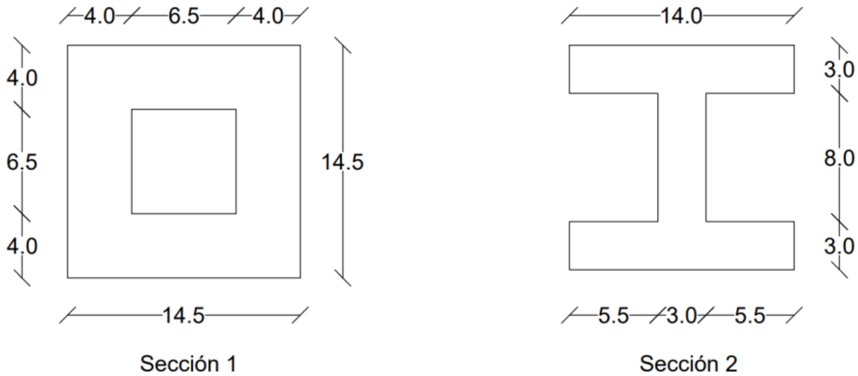
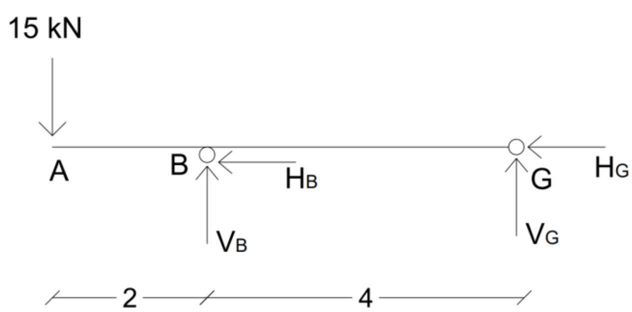


Figura 2: Posibles secciones. Dimensiones en centímetros (cm).

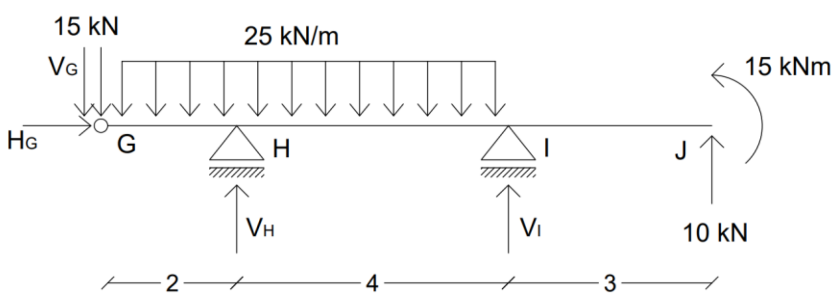
<u>Solución ejercicio 1:</u>

Parte a) Reacciones:



- $\sum V = 0 \leftrightarrow V_B + V_G = 15\ kN$
- $\sum H = 0 \leftrightarrow H_B = -H_G$
- $\sum M_G = 0 \leftrightarrow 4m \cdot V_B = 15\ kN \cdot 6\ m \rightarrow V_B = 22{,}5\ kN$

Por tanto: $V_G = -7{,}5\ kN$



- $\sum V = 0 \leftrightarrow 7{,}5\ kN - 15kN - 25kN/m \cdot 6m + V_H + V_I + 10\ kN = 0$

$$V_H + V_I = 147{,}5\ kN \quad (1)$$

- $\sum H = 0 \leftrightarrow H_G = 0 \rightarrow H_B = 0$
- $\sum M_G = 0 \leftrightarrow 2m \cdot V_H + 6m \cdot V_I - 25kN/m \cdot 6m \cdot 3m + 9m \cdot 10kN + 15kNm = 0$

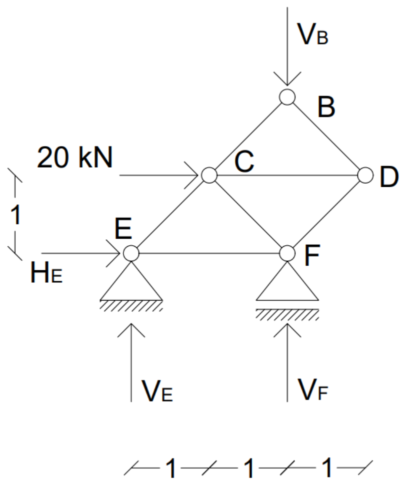
$$V_H + 3m \cdot V_I = 172{,}5\ kNm \quad (2)$$

Aplicando (1) en (2):

$$V_I = 12{,}5\ kN$$

Por tanto:

$$V_H = 135\ kN$$

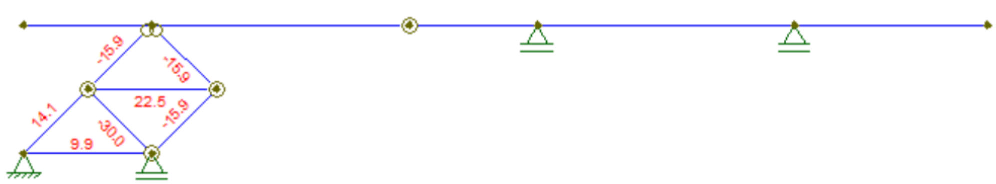


- $\sum V = 0 \leftrightarrow V_B = V_E + V_F = 22{,}5\ kN$
- $\sum H = 0 \leftrightarrow H_E = -20\ kN$
- $\sum M_E = 0 \leftrightarrow 20\ kNm + 2m \cdot V_B = 2m \cdot V_F$

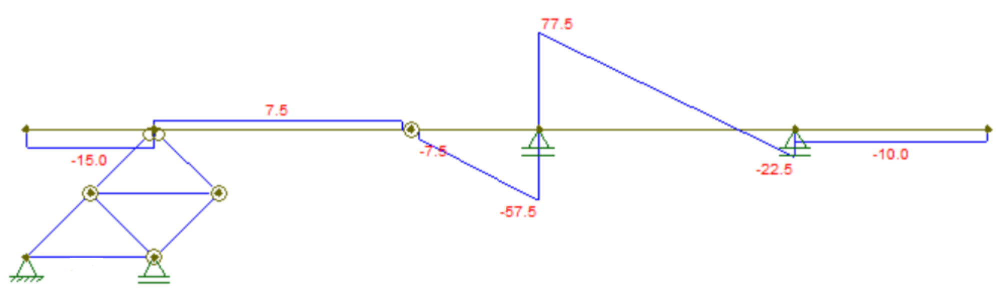
$$V_F = 32{,}5\ kN$$
$$V_E = -10\ kN$$

Parte b) Diagramas de solicitaciones

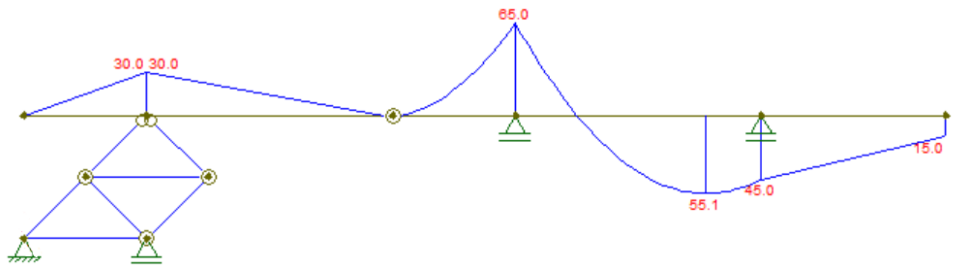
N(kN):



V(kN):



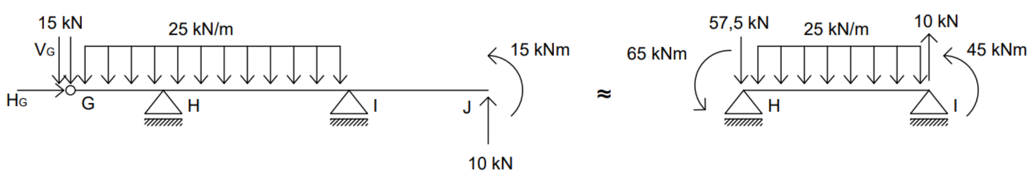
M(kNm):



Parte c) Dimensionar barras a flexión.
Para el estudio de tensiones normales, se toma el momento flector máximo: Mmáx=65 kNm. Se calculan las tensiones máximas ($\sigma = M \cdot y / I$) para cada sección en función de dicho momento máximo y de las dimensiones de estas.

	Sección 1	Sección 2
I_x (cm^4)	3535	2732
y (cm)	7.25	7
$\sigma_{máx}$ (MPa)	133.3	166.5

La tensión máxima asociada a la sección 2 supera la admisible, por lo cual se descarta. Por otro lado, se estudia el descenso del nodo G. Primero, se halla el giro en H: Utili-



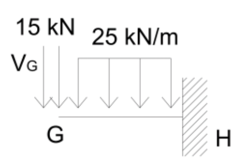
zando tablas, se obtiene que el giro en H es:

$$\theta_H = \frac{10\ kN\ m^2}{EI} \circlearrowright$$

El descenso en G asociado a dicho giro es:

$$\delta_G^1 = \theta_H \cdot \ell = \frac{20}{EI}\ kN\ m^3 \uparrow$$

donde ℓ es el largo del voladizo, es decir, 2 m.
Luego, se estudia la ménsula GH:



A partir de las tablas, se obtiene que el descenso del nodo G para la ménsula planteada es:

$$\delta_G^2 = \frac{70}{EI}\ kN\ m^3 \downarrow$$

Por tanto, el descenso total en G es:

$$\delta_G = \delta_G^1 + \delta_G^2 = \frac{50}{EI}\ kN\ m^3 \downarrow$$

Tomando E=25 GPa y la inercia correspondiente a cada sección se obtiene:

	Sección 1	Sección 2
I_x (cm^4)	3535	2732
δ_G (cm)	5,66	7,32

Se descartan ambas secciones, debido a que con ambas se supera el desplazamiento máximo del nodo G (4 cm).

Ejercicio

Parte A

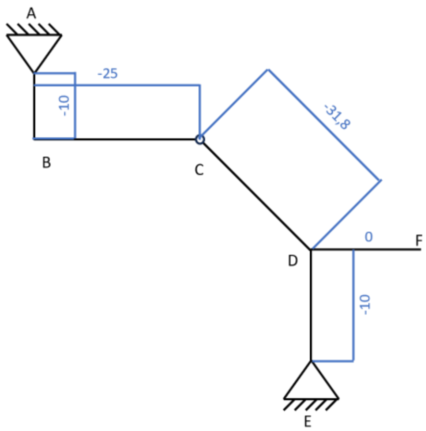
- $\Sigma F_V = 0: V_A + V_E = 10kN - 10\frac{kN}{m}.2m + 2\sqrt{2}m.5\frac{kN}{m}.\frac{1}{\sqrt{2}} = 0kN$
- $\Sigma F_H = 0: H_A + H_E = 2\sqrt{2}.5\frac{kN}{m}.\frac{1}{\sqrt{2}} = 10kN$
- $M_C^{izq} = 0: 30kNm + V_A.3m = H_A.1{,}2m + 10kN.3m$
- $M_C^{der} = 0: 2\sqrt{2}m.5\frac{kN}{m}.\sqrt{2}m = 2m.10\frac{kN}{m}.3m + V_E.2m + 4m.H_E$

Entonces:

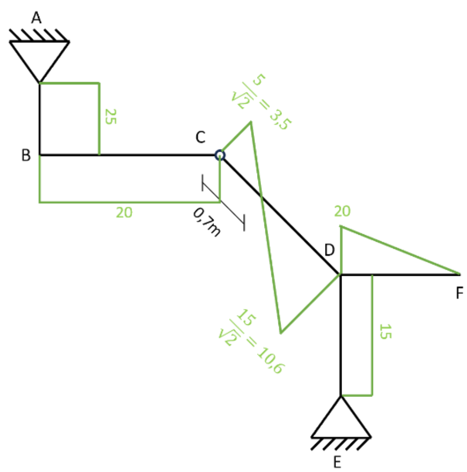
- $H_A = 25kN$
- $V_A = -10kN$
- $H_E = -15kN$
- $V_E = 10kN$

Parte B

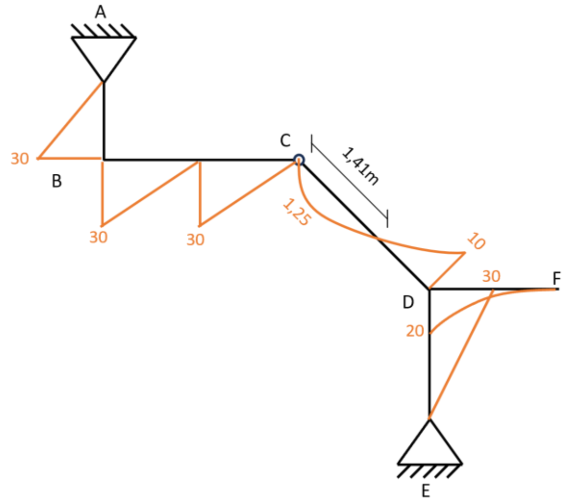
Directa (*kN*):



Cortante (kN):



Momento (*kNm*):



Parte C

La directa y momento máximo se dan en el tramo *CD* con los valores:

$$M_{max} = 30kNm \text{ y } N_{max} = 31{,}8kN$$

Pre dimensiono con $M_{max} = 30kNm$: $W > \frac{M_{max}}{\sigma_{adm}} = 214cm^3$

Inercia de un círculo hueco: $I = \frac{\pi}{4}(R^4 - (R-e)^4)$

Módulo resistente de un círculo hueco: $W = \frac{I}{R} = \frac{\pi}{4R}(R^4 - (R-e)^4)$

Inercia de un círculo hueco: $A = \pi(R^2 - (R-e)^2)$

Si $R = 9 \Rightarrow A = 53{,}4cm^2; I = 1936cm^2; \ W = 215cm^3$

$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W} + \frac{N_{max}}{A} = 145MPa > \sigma_{adm}$, entonces lo rechazo.

Si $R = 10 \Rightarrow A = 59{,}7cm^2; I = 2701cm^2; \ W = 270cm^3$

$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W} + \frac{N_{max}}{A} = 115MPa < \sigma_{adm}$, entonces lo tomo.

Dimensiono con **R=10cm**.