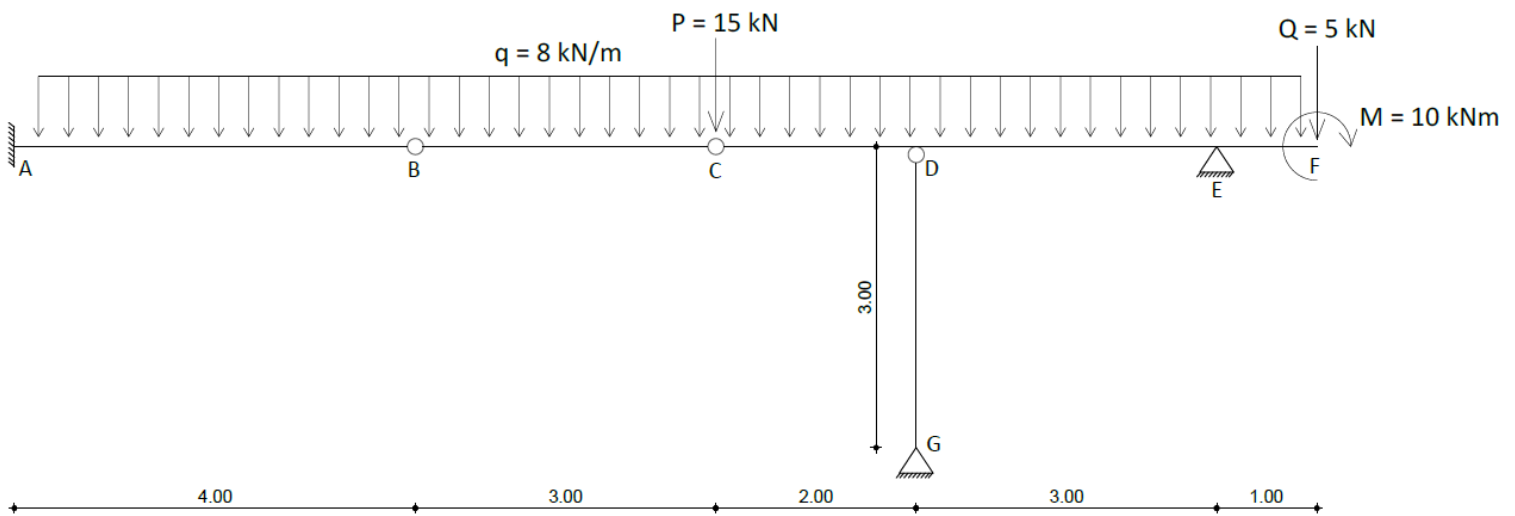
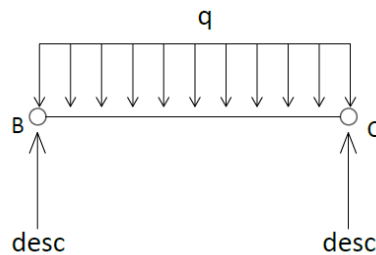


Para la estructura de la siguiente figura:

- Hallar las reacciones de la estructura.
- Trazar los diagramas de solicitaciones (directa, cortante y momento flector) en la estructura.
- Determinar el descenso del punto **B** y el giro del extremo libre **F**.
- Dimensionar la viga con un único perfil rectangular de ancho fijo 7 centímetros de forma que no se superen las tensiones normales admisibles (considerar  $\sigma_{adm} = 140 \text{ MPa}$ ).
- Para la sección hallada dibujar el diagrama de tensión rasante en la sección más exigida de la viga.



Parte a)

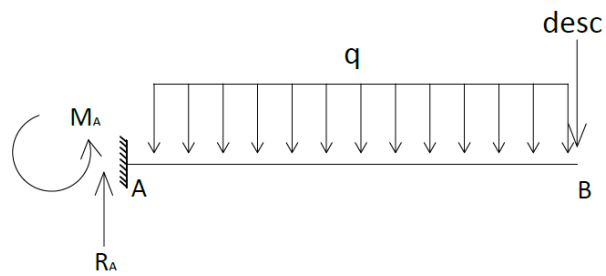


Se comienza estudiando el tramo flotante BC, ya que este se apoya sobre el resto de la estructura, generando una descarga para la ménsula AB en el nodo B y otra descarga para la viga CDEF en el nodo C. Esta descarga es igual al producto entre la carga distribuida y el largo del tramo dividido dos (se reparte de forma homogénea a ambos extremos), siendo esto equivalente a 12 kN.

$$desc = \frac{q \cdot 3m}{2} = 12 \text{ kN}$$

Luego se estudia por separado la ménsula AB y el tramo de viga CDEF. Para el tramo de viga CDEF se puede considerar que en el nodo D se tiene un apoyo deslizante, ya que la barra DG

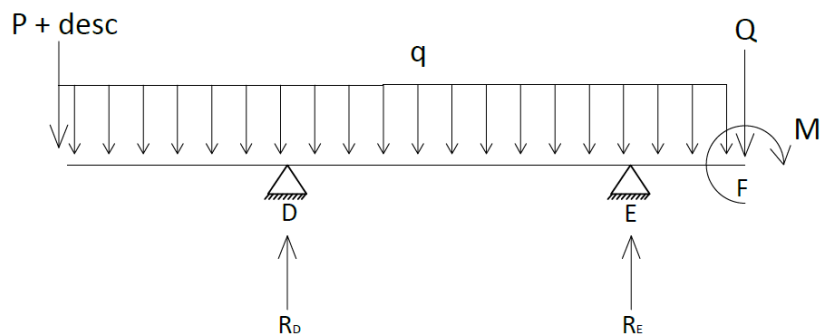
estará solamente sometida a directa (esto lo puedo verificar realizando equilibrio de momentos desde la articulación del nodo D hacia abajo).



Planteando equilibrio de fuerzas y momentos se halla la reacción vertical y el momento respectivamente.

$$R_A = q \cdot L + desc = 44 \text{ kN}$$

$$M_A = q \cdot \frac{L^2}{2} + desc \cdot L = 112 \text{ kN (antihorario)}$$



Se plantea el equilibrio de momentos desde el punto D y se obtiene lo siguiente:

$$(desc + P) \cdot 2m + R_E \cdot 3m + 2m \cdot q \cdot 1m = M + Q \cdot 4m + 4m \cdot q \cdot 2m$$

$$R_E = 8 \text{ kN}$$

Luego, por equilibrio de fuerzas obtenemos lo siguiente:

$$R_D = desc + P + Q + q \cdot 6m - R_E = 72 \text{ kN}$$

Esta reacción en el nodo D coincide con la reacción en el nodo G, ya que la barra DG transmite esa fuerza por directa.

Parte b)

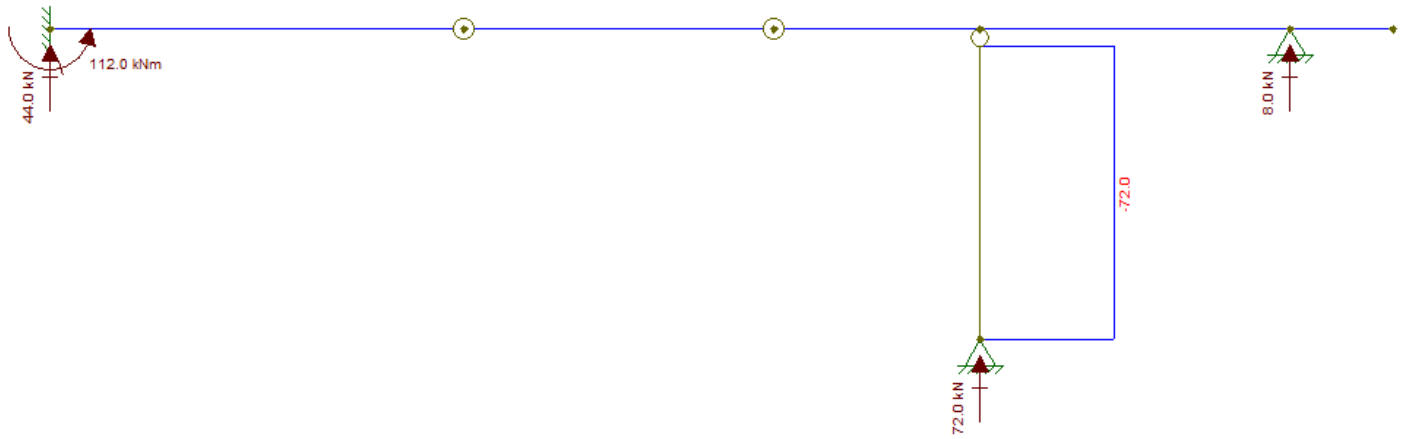


Diagrama de directa (kN)

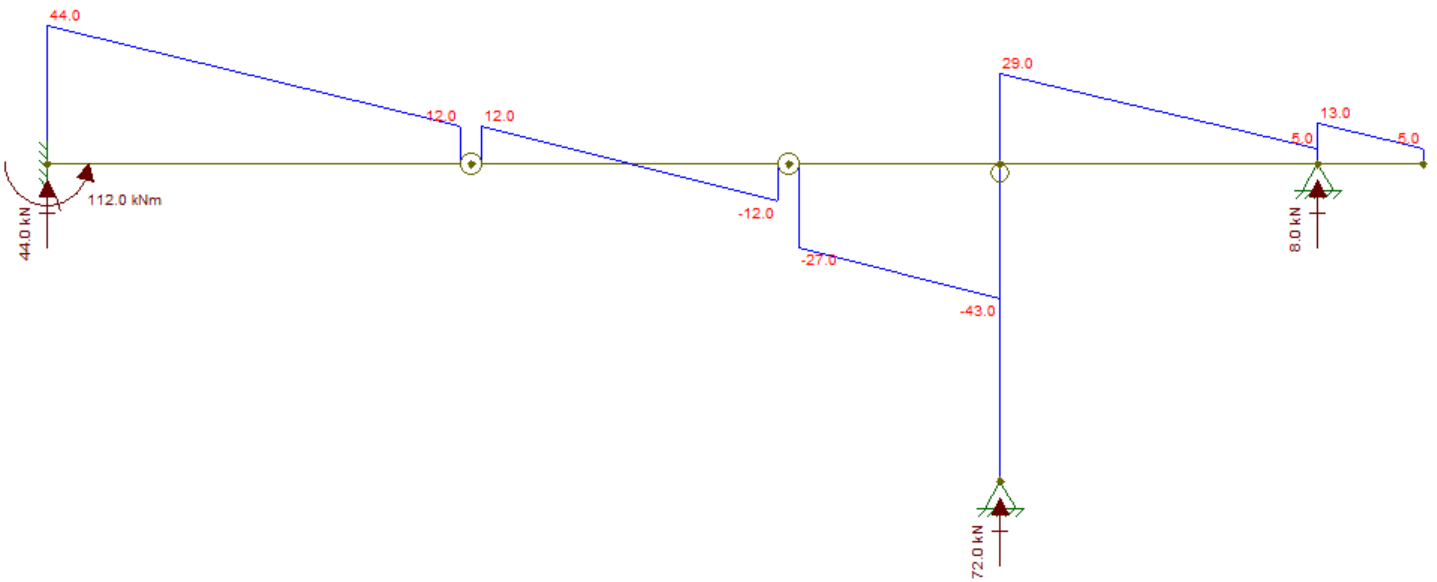


Diagrama de cortante (kN)

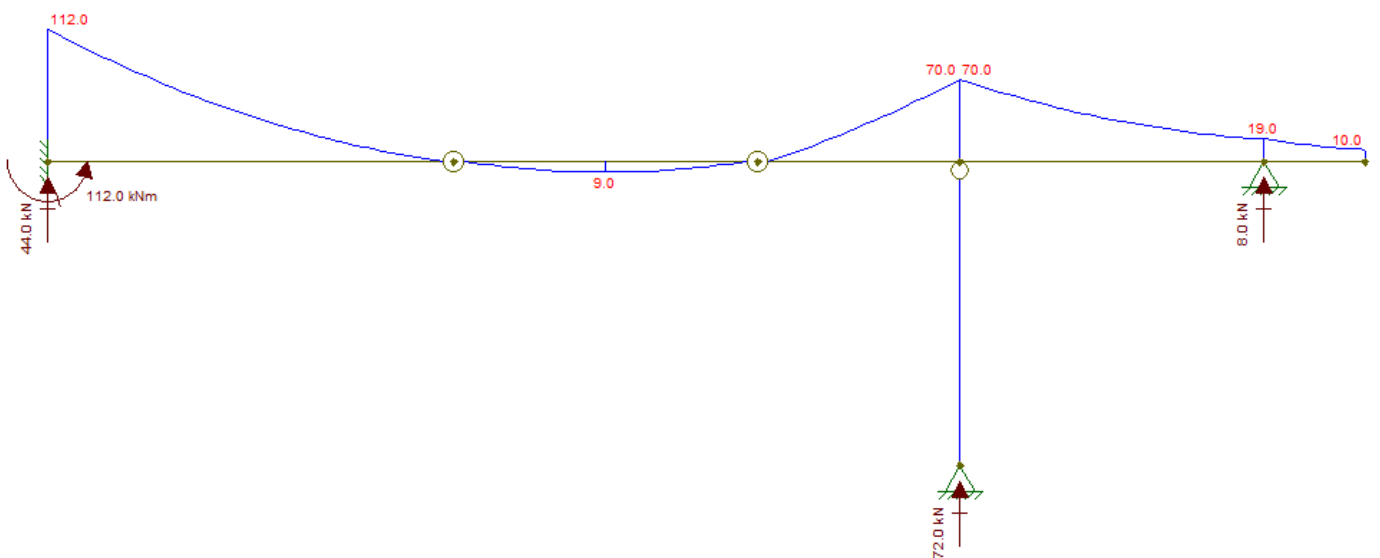


Diagrama de momentos (kNm)

**Parte c)**

El descenso en el punto **B** se halla estudiando la ménsula AB, considerando la fuerza que el tramo flotante BC realiza sobre esta. Se tiene entonces que el descenso de **B** se calcula de la siguiente manera:

$$\delta_B = \delta_q + \delta_{desc}$$

Donde  $\delta_q$  hace referencia al descenso que genera la carga distribuida aplicada sobre todo el largo de la ménsula y  $\delta_{desc}$  es el descenso producido por la descarga del tramo BC sobre la ménsula. De las tablas vistas en el curso obtenemos lo siguiente:

$$\delta_q = \frac{qL^4}{8EI} = \frac{256 \text{ kNm}^3}{EI}$$

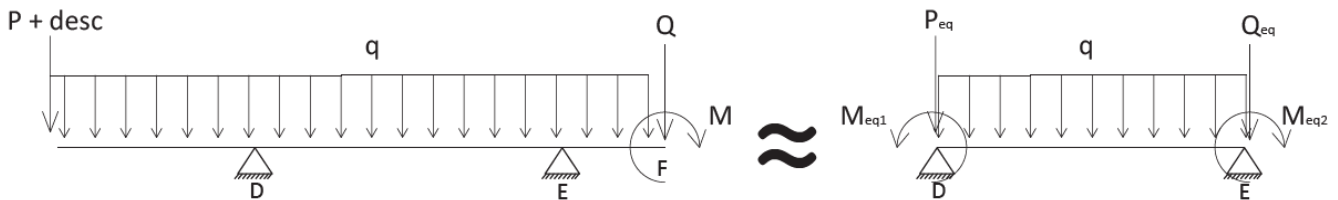
$$\delta_{desc} = \frac{RL^3}{3EI} = \frac{256 \text{ kNm}^3}{EI}$$

Por lo que el punto **B** presenta un descenso de  $\delta_B = \frac{512 \text{ kNm}^3}{EI}$ .

El giro del extremo libre **F** se puede dividir en tres componentes que se calcularán por separado:

$$\theta_F = \theta_E + \theta'_F + \theta_{\psi_E}$$

Donde  $\theta_E$  representa el giro que se genera en la estructura análoga **DE**,  $\theta'_F$  es el giro que se genera en el extremo libre **F** debido a la flexión que generan las cargas en el tramo **EF** y  $\theta_{\psi_E}$  es el giro que se produce en el nodo **E** debido al descenso del punto **D** por compresión de la columna **GD**.



Viga análoga.

$\theta_E$  estará compuesto por los giros generados por los momentos aplicados en los extremos de la viga análoga (ambos giros horario) y por la carga distribuida aplicada en el tramo (giro antihorario).  $M_{eq1}$  y  $M_{eq2}$  se obtienen hallando el torsor equivalente y valen 70kNm y 19kNm respectivamente (coinciden con los momentos sobre los apoyos hallados para el diagrama de momentos).

$$\theta_E = \theta_{M_{70}} + \theta_{M_{19}} + \theta_q = \frac{1}{EI} \left( \frac{M_{70}L}{6} + \frac{M_{19}L}{3} - \frac{qL^3}{24} \right) = \frac{45 \text{ kNm}^2}{EI} \text{ (horario)}$$

$\theta'_F$  estará compuesto por el giro que produce la carga distribuida, por aquel que produce la carga puntual aplicada en el extremo y por el momento aplicado (todos giros horario).

$$\theta'_F = \theta_q + \theta_Q + \theta_M = \frac{1}{EI} \left( \frac{qL^3}{6} + \frac{QL^2}{2} + ML \right) = \frac{83 \text{ kNm}^2}{6EI} \text{ (horario)}$$

El descenso de la barra **GD**  $\psi$  se calcula de la siguiente manera:

$$\psi = \frac{NL}{EA} = \frac{216 \text{ kNm}}{EA}$$

A su vez, este descenso genera un giro de  $\theta_{\psi_E} = \frac{\psi}{3} = \frac{72 \text{ kNm}}{EA}$  (antihorario). Sumando las tres componentes del giro se tiene el giro en el extremo libre **F**.

$$\theta_F = \theta_E + \theta'_F + \theta_{\psi_E} = \frac{353 \text{ kNm}^2}{6EI} - \frac{72 \text{ kNm}}{EA} \text{ (positivo horario)}$$

#### Parte d)

El momento máximo al que está sometido la viga es de 112 kNm. Sabemos que se tiene que cumplir la siguiente relación:

$$\sigma_{adm} \geq \frac{M}{W}$$

Donde W representa el módulo resistente de la sección y se define como  $W = \frac{I}{h/2} = \frac{bh^2}{6}$ .

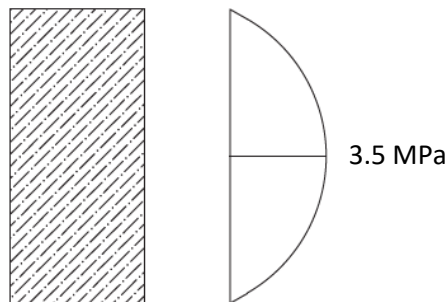
Despejando, obtenemos que  $h \geq \sqrt{\frac{6M}{b\sigma_{adm}}} = 0.262 \text{ m}$ , por lo que se adopta una altura de viga de 27 centímetros.

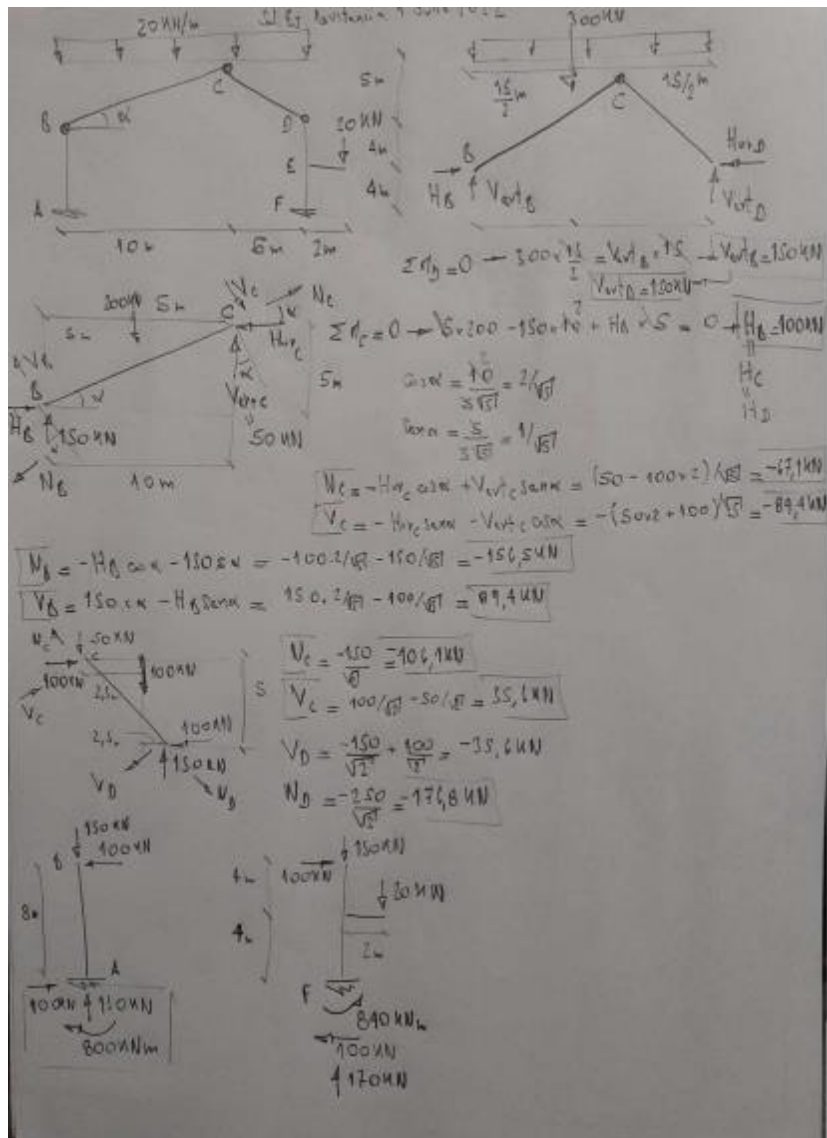
#### Parte e)

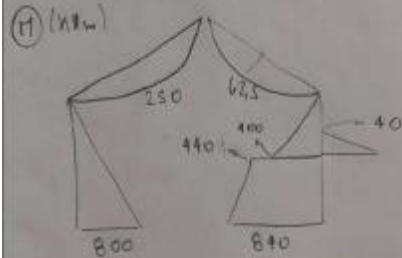
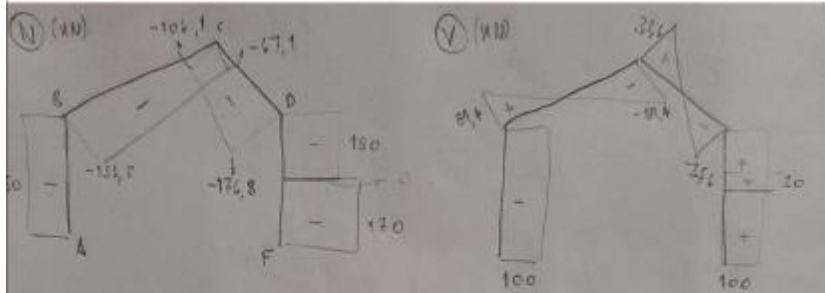
Aplicando Jourawski procedemos a calcular el valor de tensión rasante máxima, sabiendo que la misma se producirá en aquella sección que esté sometido a una fuerza cortante máxima (punto **A**).

$$\tau = \frac{V\mu}{bI} = 3.5 \text{ MPa}$$

Luego, debido a la simetría de la sección y a su ancho homogéneo, sabemos que el diagrama será simétrico respecto al eje que coincide con el baricentro de la sección.







b) Dimensiun pinto F  $\Rightarrow \sigma/\sigma_{lim} < 250 \sigma_{lim} \Rightarrow W \geq 3360 \text{ cm}^3 \Rightarrow \text{PNI 55}$   
 $(W_{z,3360 \text{ cm}^3})$   
 $N_F = 810 \text{ kN}$   
 $N_F = 170 \text{ kN}$   
 Allora verifico con  $N = 170 \text{ kN}$  ( $\lambda_{PNI 55} = 130 \text{ cm}^2$ )  
 $\Rightarrow \sigma = 240,67 \text{ MPa} < 250 \text{ MPa}$

c)  $\tau_{max} = \frac{V}{I} b$  PNI 55  $\rightarrow$   $A_{max} = 2120 \text{ cm}^2$   
 $b_{op} = 1,9 \text{ cm}$   
 $I = 99180 \text{ cm}^4$

$V_{max} = 100 \text{ kN}$

$$\tau_{max} = 11,25 \text{ MPa}$$