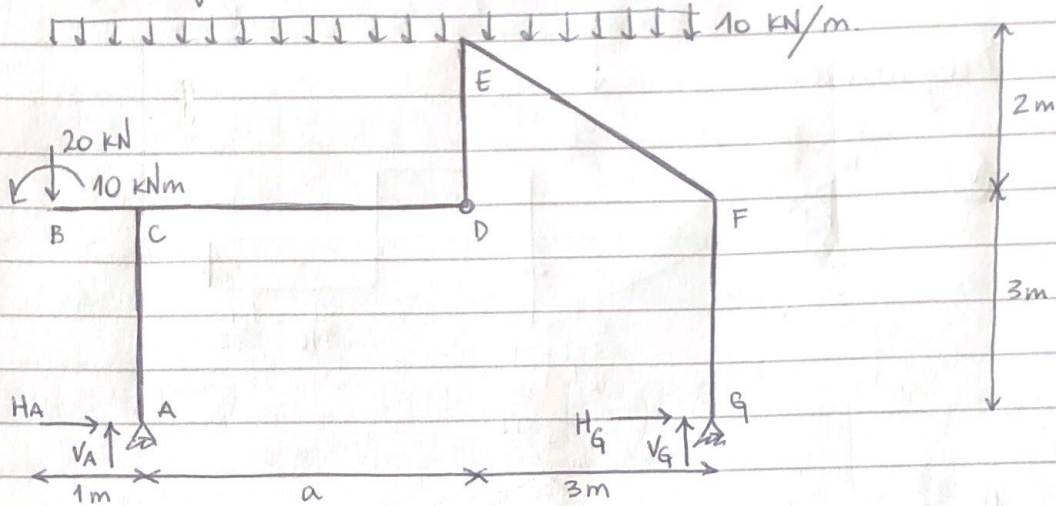


EXAMEN RESISTENCIA DE MATERIALES I.

Febrero 2021

PRÁCTICO - Ejercicio 2



a) (I) Condición: $V_A = 2V_G$

(II) $\sum M_G = 0 : 10 \text{ kN/m} \cdot \frac{(4m+a)^2}{2} + 20 \text{ kN} (4m+a) + 10 \text{ kNm}$

$- V_A \cdot (3m+a) = 0$

(III) $\sum V = 0 : V_A + V_G - 20 \text{ kN} - 10 \text{ kN/m} \cdot (4m+a) = 0$

→ Sustituyendo (I) en (III)

→ $\frac{3V_A}{2} - 20 \text{ kN} - 10 \text{ kN/m} \cdot (4m+a) = 0$

→ $V_A = \frac{2}{3} (20 \text{ kN} + 10 \text{ kN/m} (4m+a))$. (IV)

→ Sustituyendo (IV) en (II)

→ $6 \text{ kN/m} \cdot (4m+a)^2 + 20 \text{ kN} (4m+a) + 10 \text{ kNm} -$

$\frac{2}{3} (20 \text{ kN} + 10 \text{ kN/m} (4m+a)) (3m+a) = 0$

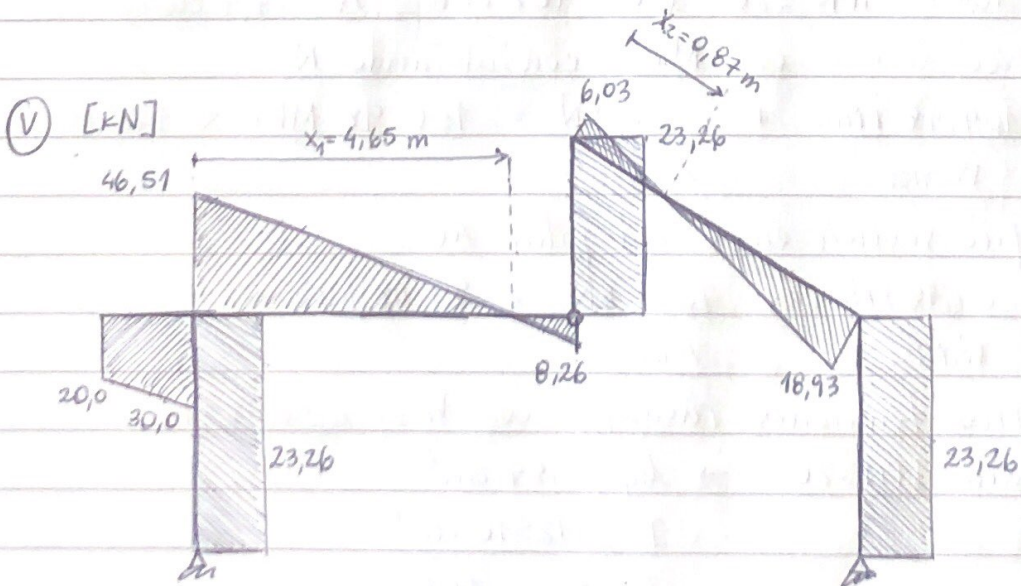
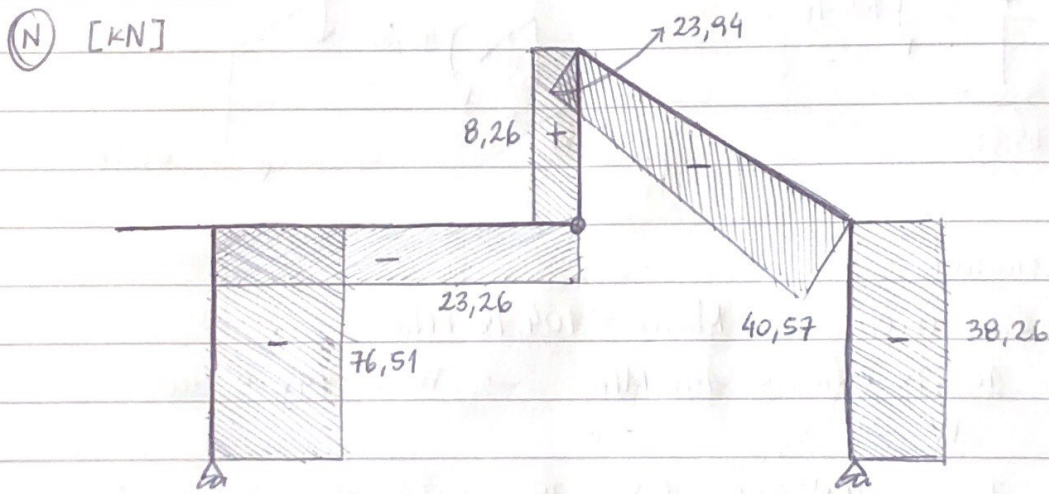
→ $80 \text{ kNm} + 40 \text{ kN} \cdot a + 5 \text{ kN/m} \cdot a^2 + 80 \text{ kNm} + 20 \text{ kN} \cdot a + 10 \text{ kNm} -$

$40 \text{ kNm} - 80 \text{ kNm} - 20 \text{ kN} \cdot a - \frac{40 \text{ kN} \cdot a}{3} - \frac{80 \text{ kN} \cdot a}{3} - \frac{20 \text{ kN/m} \cdot a^2}{3} = 0$

→ $-5/3 \text{ kN/m} \cdot a^2 + 50 \text{ kNm} = 0 \Rightarrow a = \sqrt{30} \text{ m} \approx 5,48 \text{ m}$

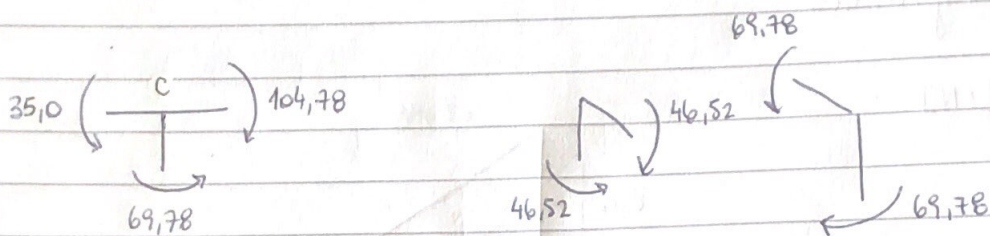
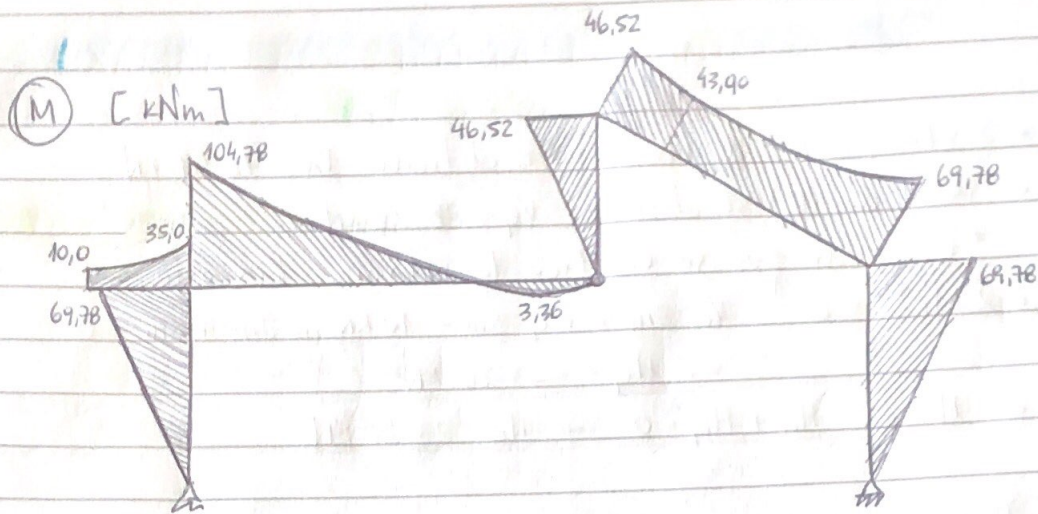
- b) • Sustituyendo a en (II) se obtiene $V_A = 76,51 \text{ kN}$
 • Luego de (III) se obtiene: $V_G = 38,26 \text{ kN}$
 * Observar que se verifica la relación buscada.
 • $\sum M_D^{\text{der}} = 0 : V_G \cdot 3\text{m} + H_G \cdot 3\text{m} - 10 \text{ kN/m} \cdot 3\text{m} \cdot 1,5\text{m} = 0$
 $\Rightarrow H_G = -23,26 \text{ kN}$
 • $\sum H = 0 : H_A + H_G = 0 \Rightarrow H_A = 23,26 \text{ kN}$

c) Diagramas:



* $46,51 - 10 x_1 = 0$

* $6,03 - 6,92 x_2 = 0$



d) Dimensionado.

- Predimensiono con $M_{max} = 104,78 \text{ kNm}$

$$\rightarrow \frac{104,78 \text{ kNm}}{W} < 140 \text{ MPa} \rightarrow W > 748,4 \text{ cm}^3$$

$$\rightarrow \text{Tomo IPN 320 } (W = 782 \text{ cm}^3, A = 77,7 \text{ cm}^2)$$

- Verifico sección con M_{max} considerando N.

$$\rightarrow \frac{104,78 \text{ kNm}}{W_{IPN32}} + \frac{23,26 \text{ kN}}{A_{IPN32}} = 136,98 \text{ MPa} < 140 \text{ MPa}$$

- Verifico sección en C del pilar AC.

$$\rightarrow \frac{69,78 \text{ kNm}}{W_{IPN32}} + \frac{76,51 \text{ kN}}{A_{IPN32}} = 99,08 \text{ MPa} < 140 \text{ MPa}$$

- Verifico tensiones rasantes con $V_{max} = 46,51 \text{ kN}$.

$$* \text{ Para IPN320: } \rightarrow J_g = 457 \text{ cm}^3$$

$$\rightarrow I = 12510 \text{ cm}^4$$

$$\rightarrow b = t_w = 11,5 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow \frac{46,51 \text{ kN} \cdot J_g}{I \cdot b} = 14,77 \text{ MPa} < 70 \text{ MPa}$$

\Rightarrow Se dimensiona la estructura con un IPN 320

e) Diagrama de tensiones normales:

→ La sección más solicitada es la que presenta un momento de 104,78 kNm.

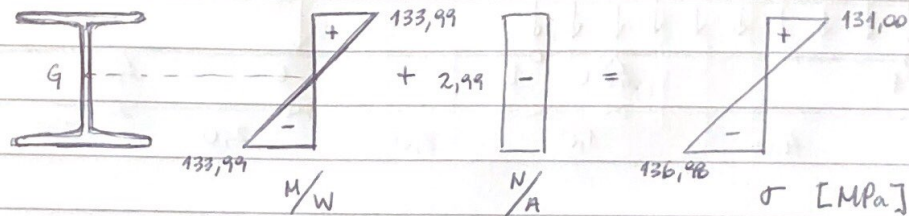
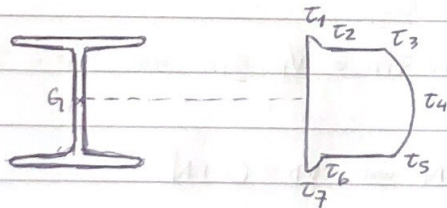


Diagrama de tensiones rasantes:

→ La sección más solicitada es la que presenta un cortante de 46,51 kN



$$\rightarrow \tau_1 = \tau_7 = 0 \text{ MPa}$$

$$\rightarrow \tau_2 = \tau_6 = \frac{46,51 \text{ kN} \cdot \mu_z}{I \cdot b_2} = 0,97 \text{ MPa}$$

I. b_2

$$\text{donde : } * b_2 \cong b = 131 \text{ mm}$$

$$* \mu_z \cong b t_f \cdot (h - t_f) / 2 = 343 \text{ cm}^3$$

$$\rightarrow \tau_3 = \tau_5 = \frac{46,51 \text{ kN} \cdot \mu_z}{I \cdot b_3} = 11,09 \text{ MPa}$$

I. b_3

$$\text{donde : } * b_3 \cong t_w = 11,5 \text{ mm}$$

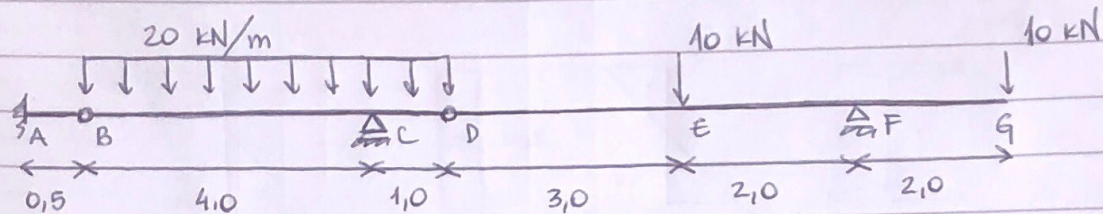
$$\Rightarrow \tau_4 = \frac{46,51 \text{ kN} \cdot \mu_g}{I \cdot t_w} = 14,77 \text{ MPa}$$

I. t_w

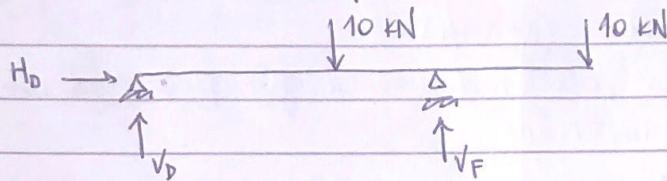
EXAMEN RESISTENCIA DE MATERIALES

Febrero 2021

PRÁCTICO - Ejercicio 3.



a) Aislo tramo DEFG

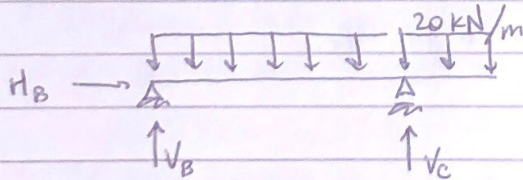


$$\Rightarrow \sum M_D = 0 : 10 \text{ kN} \cdot 3 \text{ m} + 10 \text{ kN} \cdot 7 \text{ m} = V_F \cdot 5 \text{ m} \Rightarrow V_F = 20 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow \sum H = 0 : H_D = 0 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow \sum V = 0 : V_D + V_F = 20 \text{ kN} \Rightarrow V_D = 0 \text{ kN}$$

Aislo tramo BCD.

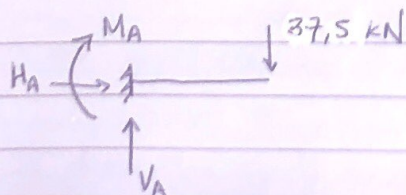


$$\Rightarrow \sum M_B = 0 : 20 \text{ kN/m} \cdot 5 \text{ m} \cdot 2,9 \text{ m} = V_C \cdot 4 \text{ m} \Rightarrow V_C = 62,5 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow \sum H = 0 : H_B = 0 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow \sum V = 0 : V_B + V_C = 20 \text{ kN/m} \cdot 5 \text{ m} \Rightarrow V_B = 37,5 \text{ kN}$$

Aislo tramo AB



$$\Rightarrow \sum M_A = 0 : 37,5 \text{ kN} \cdot 0,5 \text{ m} + M_A = 0 \rightarrow M_A = -18,75 \text{ kNm}$$

$$\Rightarrow \sum V = 0 : V_A - 37,5 \text{ kN} = 0 \quad V_A = 37,5 \text{ kN}$$

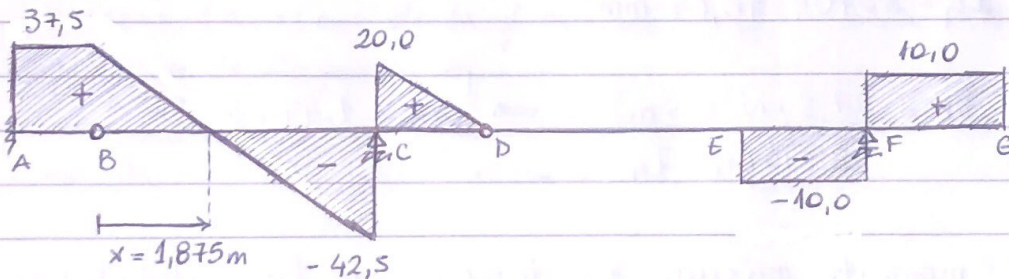
$$\Rightarrow \sum H = 0 : H_A = 0 \text{ kN}$$

\Rightarrow Resumen de reacciones

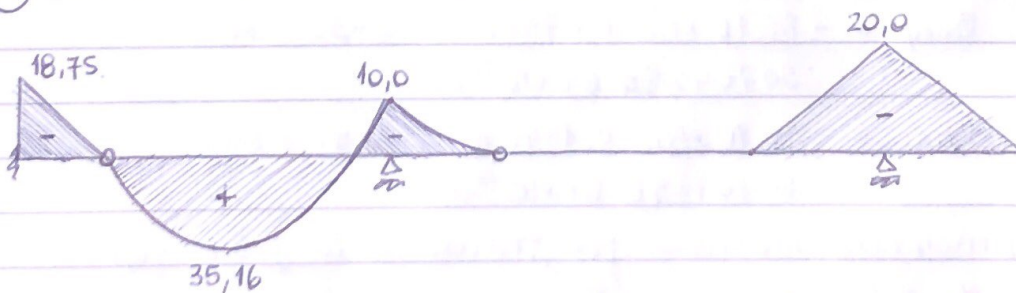
- $H_A = 0 \text{ kN}$
- $V_C = 62,5 \text{ kN}$
- $V_F = 20 \text{ kN}$
- $V_A = 37,5 \text{ kN}$
- $M_A = -18,75 \text{ kNm}$

b) Diagramas.

(V) [kN]



(M) [kNm]



c)

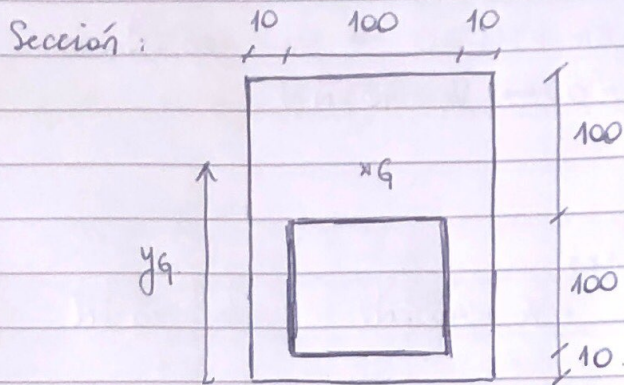
$$\Rightarrow \delta_B = \frac{PL^3}{3EI}$$

Se tiene: $P = 37,5 \text{ kN}$

$L = 0,5 \text{ m}$

$E = 210 \text{ GPa}$

Resta hallar I.



$$y_G = \frac{120 \cdot 210 \cdot 105 - 100 \cdot 100 \cdot 60}{120 \cdot 210 - 100 \cdot 100} = 134,6 \text{ mm.}$$

$$I_G = \frac{120 \cdot (210)^3}{12} + 120 \cdot 210 \cdot (134,6 - 105)^2 - \frac{100^4}{12} - 100^2 \cdot (134,6 - 60)^2$$

$$\Rightarrow I_G = 50704298,67 \text{ mm}^4$$

$$\Rightarrow \delta_B = \frac{37,5 \text{ kN} \cdot (0,5 \text{ m})^3}{3 \cdot 210 \text{ GPa} \cdot I_G} \Rightarrow \delta_B = 1,47 \times 10^{-4} \text{ m.}$$

- d) • El momento máximo que tracciona la fibra inferior se da en el tramo BC a una distancia de 1,875 m de B
 → En dicha sección:

$$\sigma_{\text{comp}} = \frac{-35,16 \text{ kNm} \cdot 0,0754 \text{ m}}{50704298,67 \times 10^{-12} \text{ m}^4} = -52,3 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\text{trac}} = \frac{35,16 \text{ kNm} \cdot 0,1346 \text{ m}}{50704298,67 \times 10^{-12} \text{ m}^4} = 93,3 \text{ MPa}$$

- El momento máximo que tracciona la fibra superior se da sobre el apoyo F
 → En dicha sección:

$$\sigma_{\text{comp}} = \frac{-20,0 \text{ kNm} \cdot 0,1346 \text{ m}}{50704298,67 \times 10^{-12} \text{ m}^4} = -53,1 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\text{trac}} = \frac{20,0 \text{ kNm} \cdot 0,0754 \text{ m}}{50704298,67 \times 10^{-12} \text{ m}^4} = 29,7 \text{ MPa.}$$

Entonces:

- La tensión máxima de compresión se da sobre el apoyo F y tiene un valor de $-53,1$ MPa.
- La tensión máxima de tracción se da en una sección ubicada a $1,875$ m a la derecha de B y tiene un valor de $93,3$ MPa.

e) La máxima tensión rasante se da a la izquierda de C ($V = 42,5$ kN).

El máximo valor de τ se puede dar en el baricentro de la sección o a la altura donde cambia el ancho de la sección (a 11 cm de la fibra inferior); a esta última fibra se le llamará A.

$$\Rightarrow M_G = \frac{(21 \text{ cm} - y_G)^2 \cdot 12 \text{ cm}}{2} = 341,1 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow M_A = 10 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} (16 \text{ cm} - y_G) = 304,8 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow \tau_G = \frac{42,5 \text{ kN} \cdot M_G}{I_G \cdot 0,12 \text{ m}} = 2,38 \text{ MPa}$$

$$\tau_A = \frac{42,5 \text{ kN} \cdot M_A}{I_G \cdot 0,02 \text{ m}} = 12,77 \text{ MPa}$$

