Solución examen Resistencia de Materiales 1- Período febrero de 2020

Ejercicio 1-

1) Equilibrio de Momentos desde D hacia la derecha.

$$\sum M_{D,derecha} = R_H \times 7 - H_H \times 7 + 4 - 30 \times \frac{a}{2} = 0 \quad (1)$$

Equilibro vertical y horizontal:

$$\sum Fv = R_A + R_H - \frac{30}{\sqrt{2}} - 6 \times \sqrt{2} \times 4 = 0 \; (2)$$

$$\sum Fh = H_A - H_H + \frac{30}{\sqrt{2}} = 0 \quad (3)$$

Equilibro de momentos desde A:

$$\sum M_A = R_H \times 13 + 4 - 6 \times \sqrt{2} \times 4 \times 4 - 30 \times \left(13 \times sen(45º) + {}^{a}/_{2}\right) = 0 \quad (4)$$

Interesa conocer HA, despejando de 4 obtenemos que:

$$R_H = 10{,}135 + \frac{30}{13} \times \left(13 \times sen(45º) + {}^{a}/_{2}\right) \quad (5)$$

Sustituyendo 5 en 1 tenemos:

$$H_H = 10{,}135 + \frac{30}{13} \times \left(13 \times sen(45º) + {}^{a}/_{2}\right) + \frac{4}{7} - 30\frac{a}{14} \quad (6)$$

Sustituyendo 6 en 3 :

$$H_A = 10{,}135 + \frac{30}{13} \times \left(13 \times sen(45º) + {}^{a}/_{2}\right) + \frac{4}{7} - 30\frac{a}{14} - \frac{30}{\sqrt{2}} \; (7)$$

El momento en D es entonces:

$$M_B = 3 \times H_A = \left[10{,}135 + \frac{30}{13} \times \left(13 \times sen(45º) + {}^{a}/_{2}\right) + \frac{4}{7} - 30\frac{a}{14} - \frac{30}{\sqrt{2}}\right] \times 3 \quad (8)$$

Planteando equilibro en la ménsula obtenemos que:

$$M_E = 30\frac{a}{2} - 4 \quad (9)$$

Igualando las ecuaciones 8 y 9 podemos despejar el valor de a:

$$\left[10{,}135 + \frac{30}{13} \times \left(13 \times sen(45º) + {}^{a}/_{2}\right) + \frac{4}{7} - 30\frac{a}{14} - \frac{30}{\sqrt{2}}\right] \times 3 = 30\frac{a}{2} - 4 \quad (10)$$

$$\left[10{,}135+\frac{30}{13}\times(13\times sen(45º))+\frac{4}{7}-\frac{30}{\sqrt{2}}\right]\times 3+4=a\left(\frac{30}{2}+\frac{90}{14}-\frac{90}{26}\right)(11)$$

$$a = 2.01\text{m.}$$

2) Para hallar las reacciones se procede sustituyendo el valor hallado de a en las ecuaciones anteriores.

$$H_A = 10{,}135+\frac{30}{13}\times\left(\sqrt{6^2+7^2}\;+{}^{2.02}/_{2}\right)+\frac{4}{7}-30\,\frac{2.02}{14}-\frac{30}{\sqrt{2}} = 8.77kN\ \ (12)$$

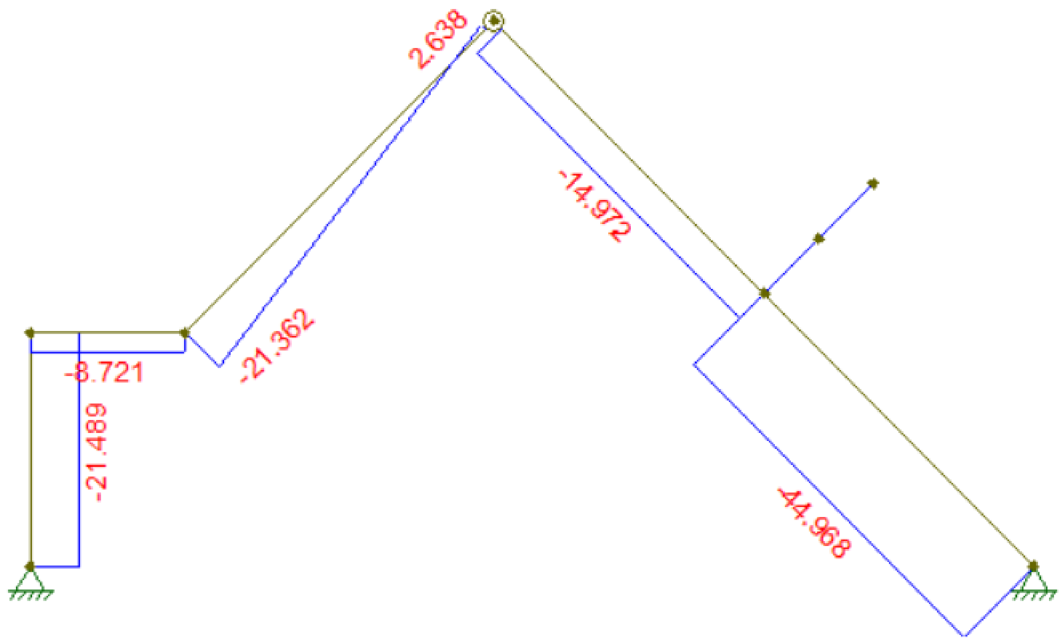
$$H_H = H_A + \frac{30}{\sqrt{2}} = 29.98kN(13)$$

$$R_H = 10{,}135+\frac{30}{13}\times\left(\sqrt{6^2+7^2}+{}^{2.02}/_{2}\right) = 33.74kN\ (14)$$

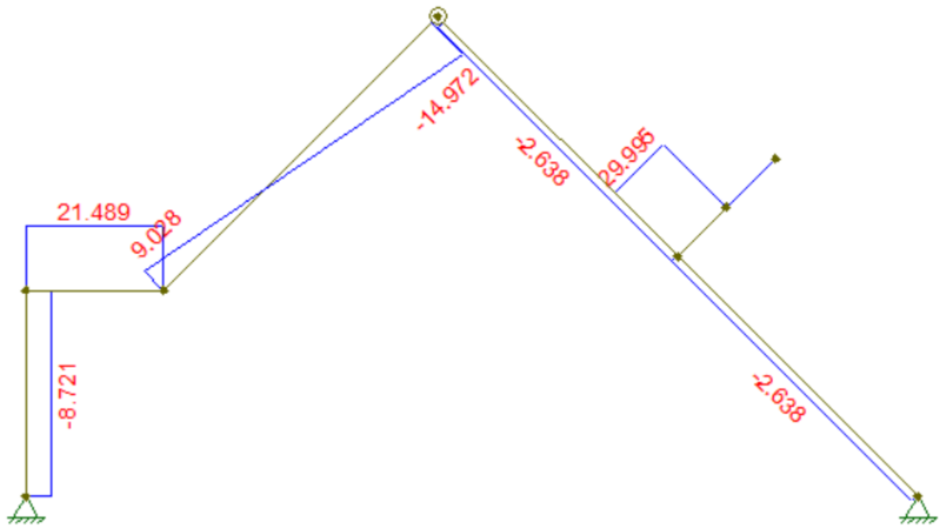
$$R_A = -R_H+\frac{30}{\sqrt{2}}+6\times\sqrt{2}\times 4 = \ 21.41(15)$$

Los diagramas de solicitaciones son:

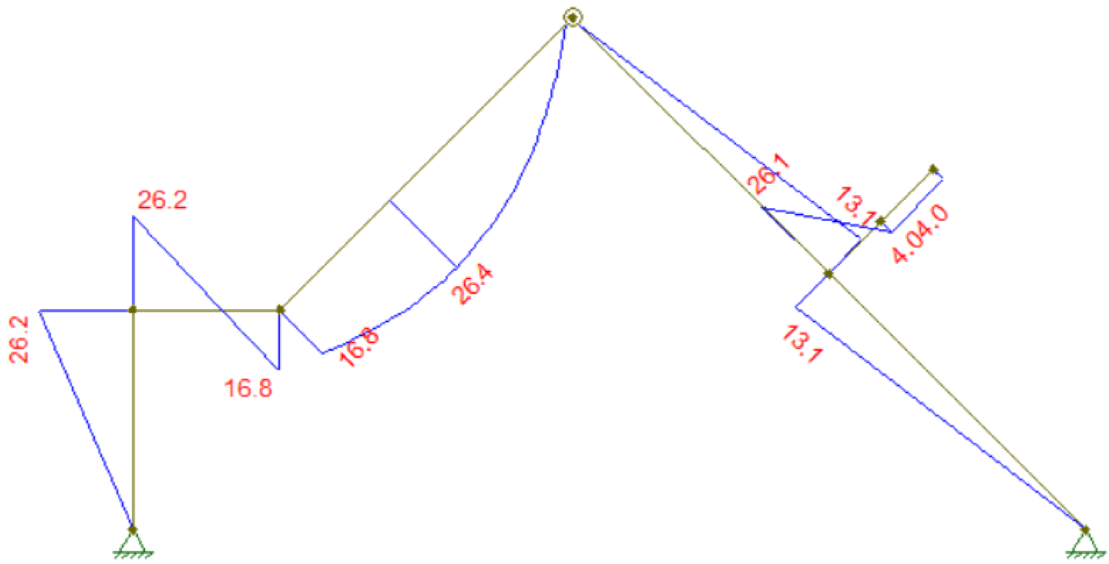
Directa (kN):



Cortante (kN):



Momento(kNm):



3) Dimensionado de la estructura:

Se predimensiona únicamente con los momentos y luego se verifica con la directa:

Momento(kNm)	Directa(kN)	Perfil	Tensión (MPa)
26.2	21.489	20	128.86
13.1	44.968	20	74.68
26.2	21.489	18	170.32

Por lo tanto se debe construir con un perfil PNI 20.

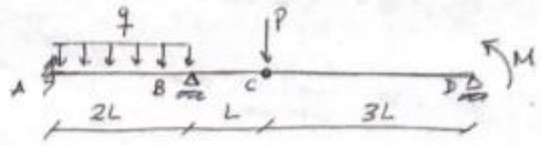
4)La máxima tensión rasante se da en la ménsula entre los puntos EF, y en el baricentro de la sección.

$$\tau = \frac{V\mu}{Ib} = \frac{30kN \times 125E-6}{2140E-8\ \times 7{,}5E-3} = 23{,}36MPa$$

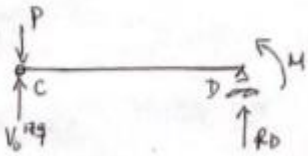
Ejercicio 2)

Ejercicio 2

a)



Tramo CD



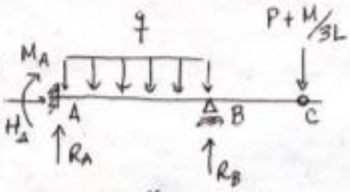
$\Rightarrow \sum M^C = 0 \Rightarrow R_D\, 3L + M = 0$

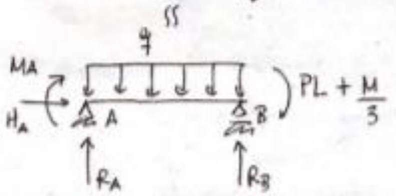
$\Rightarrow \boxed{R_D = -\frac{M}{3L}}$

$\Rightarrow \sum V = 0 \Rightarrow V_c^{izq} + R_D = P$

$\Rightarrow \boxed{V_c^{izq} = P + \frac{M}{3L}}$

Tramo ABC





$$\Rightarrow \theta_A = \frac{2M_A L}{3EI} - \frac{2\left(PL + \frac{M}{3}\right)L}{6EI} + \frac{q(2L)^3}{24EI}$$

Impongo $\theta_A = 0$

$$\Rightarrow \frac{2M_A}{3} - \frac{2PL}{6} - \frac{2M}{18} + \frac{q\,8L^2}{24} = 0$$

$$\Rightarrow 2M_A - PL - \frac{M}{3} + qL^2 = 0 \Rightarrow \boxed{M_A = \frac{PL}{2} + \frac{M}{6} - \frac{qL^2}{2}}$$

Equilibrio en tramo ABC

$$\sum M^A = 0 \Rightarrow M_A + q\,2L^2 + 3LP + M = 2L R_B$$

$$\Rightarrow R_B = qL + \frac{3P}{2} + \frac{M + M_A}{2L} = qL + \frac{3P}{2} + \frac{M}{2L} + \frac{P}{4} + \frac{M}{12L} - \frac{qL}{4}$$

$$\Rightarrow \boxed{R_B = \frac{3qL}{4} + \frac{7P}{4} + \frac{7M}{12L}}$$

$$\sum V = 0 \Rightarrow R_A + R_B = q\,2L + P + M/3L$$

$$\Rightarrow R_A = q\,2L + P + M/3L - \frac{3qL}{4} - \frac{7P}{4} - \frac{7M}{12L}$$

$$\Rightarrow \boxed{R_A = \frac{5qL}{4} - \frac{3P}{4} - \frac{M}{4L}}$$

$$\sum H = 0 \Rightarrow \boxed{H_A = 0}\ .$$

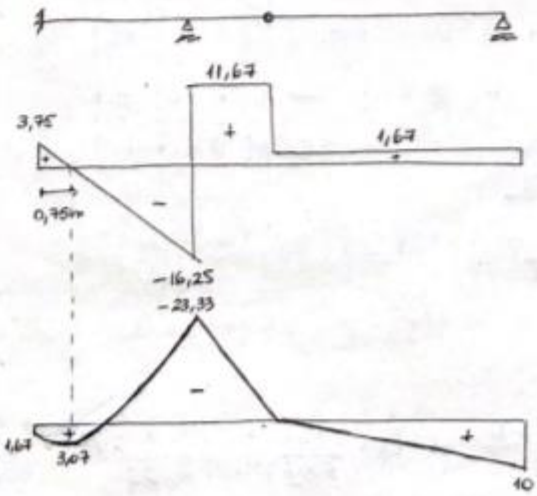
b) Sustituyendo los valores se obtiene:

Ⓐ $\boxed{\begin{array}{l} H_A = 0 \\ R_A = 3{,}75\ kN \uparrow \\ M_A = 1{,}67\ kNm \curvearrowright \end{array}}$

Ⓑ $\boxed{R_B = 27{,}92\ kN \uparrow}$

Ⓓ $\boxed{R_D = 1{,}67\ kN \downarrow}$

Diagramas:



c) Ninguna sección de la viga está sometida a directa por lo que $\sigma = \frac{M}{W}$

Sección rectangular $\rightarrow W^{sup} = W^{inf} = \frac{bh^2}{6} = W$

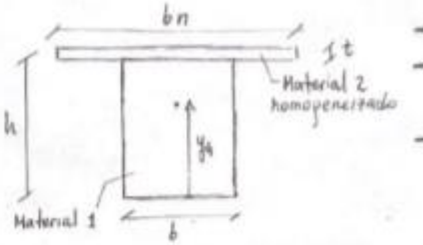
$|\sigma_{max}^{t}| = |\sigma_{max}^{c}| = \frac{|M_{max}|}{W} \leq \sigma_{adm}$

$\rightarrow \frac{23{,}33\ kNm}{\frac{bh^2}{6}} \leq \sigma_{adm,1}^{t} \rightarrow h \geq \sqrt{\frac{23{,}33\ kNm \cdot 6}{15\ cm \cdot 15\ MPa}} = 24{,}9\ cm$

Condición más restrictiva

$\rightarrow \boxed{h = 25\ cm}$

d) Sección compuesta homogeneizada



→ $n = E_2/E_1 = 10$

→ $y_g = \dfrac{bnt(h + t/2) + bh^2/2}{bh + bnt}$

→ $y_g = 18{,}5$ cm

→ $I_x = \dfrac{bh^3}{12} + bh(y_g - h/2)^2 + \dfrac{bnt^3}{12} + bnt(h + t/2 - y_g)^2$

→ $I_x = 50006{,}25 \text{ cm}^4$

→ $W_{sup}^{mat\,2} = \dfrac{I_x}{h+t-y_g} \rightarrow W_{sup}^{mat\,2} = 5883{,}09 \text{ cm}^3$

→ $W_{sup}^{mat\,1} = \dfrac{I_x}{h-y_g} \rightarrow W_{sup}^{mat\,1} = 7693{,}27 \text{ cm}^3$

→ $W_{inf}^{mat\,1} = \dfrac{I_x}{y_g} \rightarrow W_{inf}^{mat\,1} = 2703{,}04 \text{ cm}^3$

→ Al mantener la variable $k = P + \frac{M}{3L}$ constante la descarga sobre el tramo hiperestático no varía, por lo que su diagrama de momentos no se modifica ante la variación del estado de cargas. Se tiene entonces que para el nuevo estado de cargas, la sección limitante será la sección del apoyo D, cuyo momento es M y tracciona la fibra inferior.

→ Se tiene $P + M/3L = k = 11{,}67$ kN

→ Dado $P > 0 \rightarrow k - \frac{M}{3L} > 0 \rightarrow M < 3Lk \rightarrow \underline{M < 70{,}02 \text{ kNm}}$

→ Se debe cumplir $\sigma \leq \sigma_{adm}$

→ Fibra sup. material 1:

$$\frac{M}{W_{sup}^{mat\,1}} \leq \sigma_{adm,1}^{c} \rightarrow M \leq 246{,}18 \text{ kNm}$$

→ Fibra inf material 1:

$$\frac{M}{W_{inf}^{mat\,1}} \leq \sigma_{adm,1}^{t} \rightarrow \underline{M \leq 40{,}55 \text{ kNm}}$$

→ Fibra sup material 2:

$$n \cdot \frac{M}{W_{sup}^{mat\,2}} \leq \sigma_{adm,2}^{c,t} \rightarrow M \leq 82{,}36 \text{ kNm}$$

→ $\boxed{M_{max} = 40{,}55 \text{ kNm}}$