

Examen 5 de agosto de 2020

Ejercicio 1

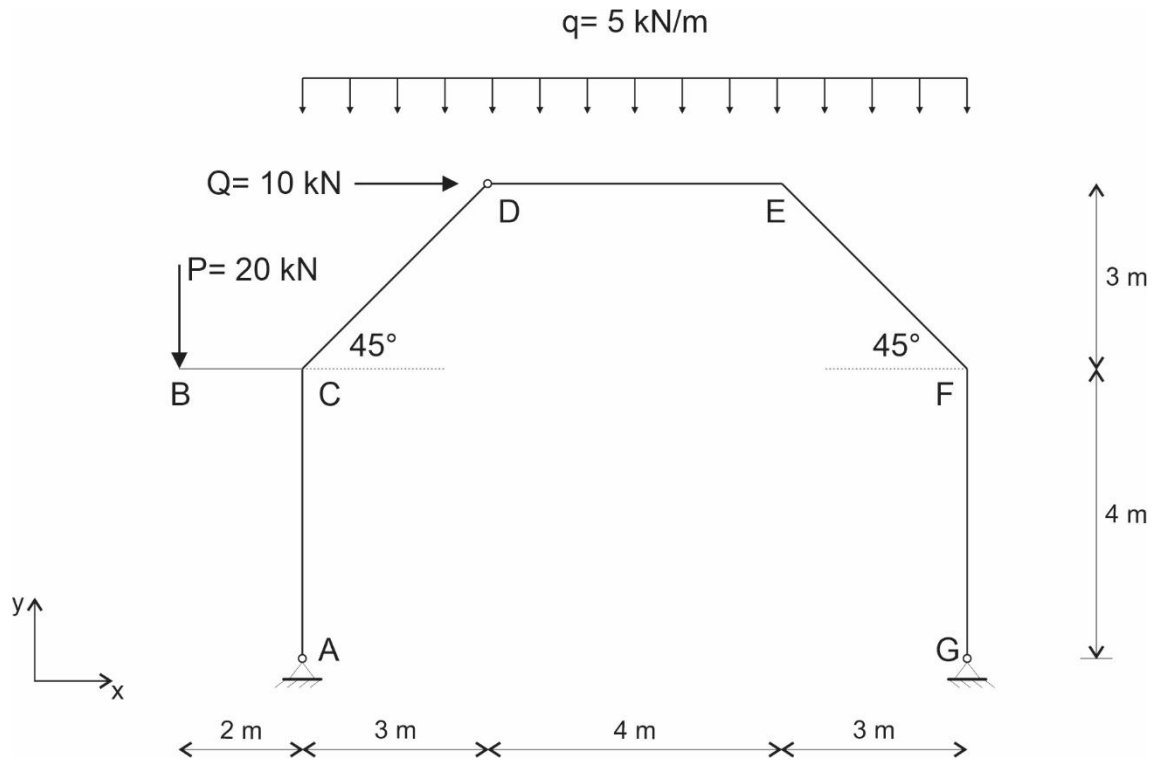


Figura 1

La estructura de la Figura 1, tiene dos apoyos fijos en A y G, esta articulada en el punto D. La estructura esta sometida a una carga distribuida vertical hacia abajo $q=5 \text{ kN/m}$ en la parte superior. En el punto D hay una carga puntual horizontal $Q=10 \text{ kN}$ hacia la derecha. En el punto B se aplica una carga puntual vertical hacia abajo $P=20 \text{ kN}$.

se pide:

- Hallar las reacciones y trazar los diagramas de solicitaciones.
- Dimensionar la estructura con un único perfil IPN (considerando $\sigma_{adm}=140 \text{ MPa}$, $\tau_{adm}=70 \text{ MPa}$).
- Se pide que se refuerce el perfil IPN, de acuerdo con la Figura 2, de modo que las tensiones normales no superen el 60% de la tensión normal admisible. Se pide calcular t .

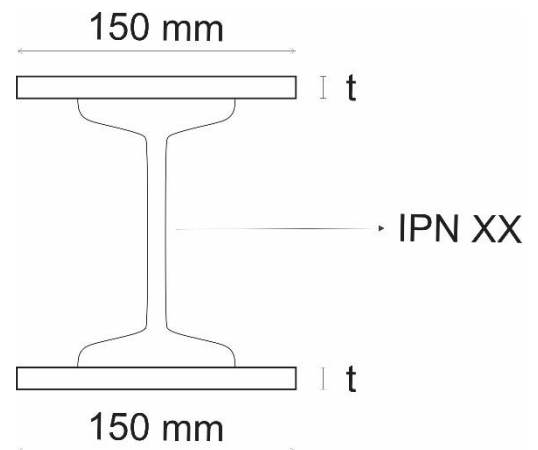


Figura 2

Ejercicio 2

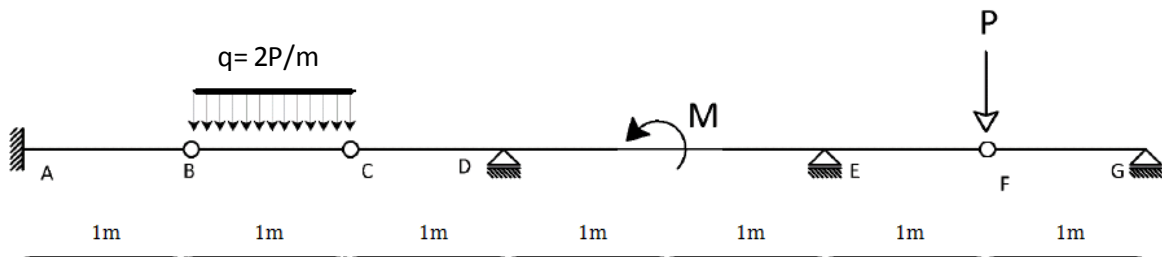


Figura 2

La estructura de la Figura 3 está compuesta de un material con modulo de elasticidad E y sección de inercia constante I . Está articulada en B, C y F. Se aplica una carga puntual P en la articulación F, una carga distribuida en el tramo BC $q=2P/m$ y un momento puntual M en el centro del vano DE.

Se Pide:

- Determinar el valor de M en función de P para que no haya cambio de pendiente en la deformada en B, es decir que los giros B_{izq} y B_{der} sean iguales.
- Hallar las reacciones en función de P .

Para las partes c) y d) considere $P=5$ kN.

- Trazar los diagramas de solicitaciones (Cortante y Momento Flector), indicando los valores más relevantes.
- Si se desea diseñar la estructura con una sección en I como se indica en la Figura 4. Hallar el menor valor de t , para que las tensiones normales no superen el valor de 140 MPa en ningún punto. Considere las opciones de $t=5$ mm, 6 mm y 7 mm.

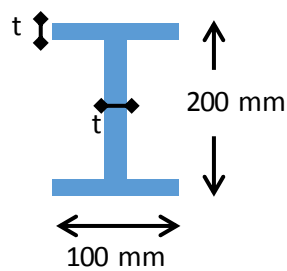
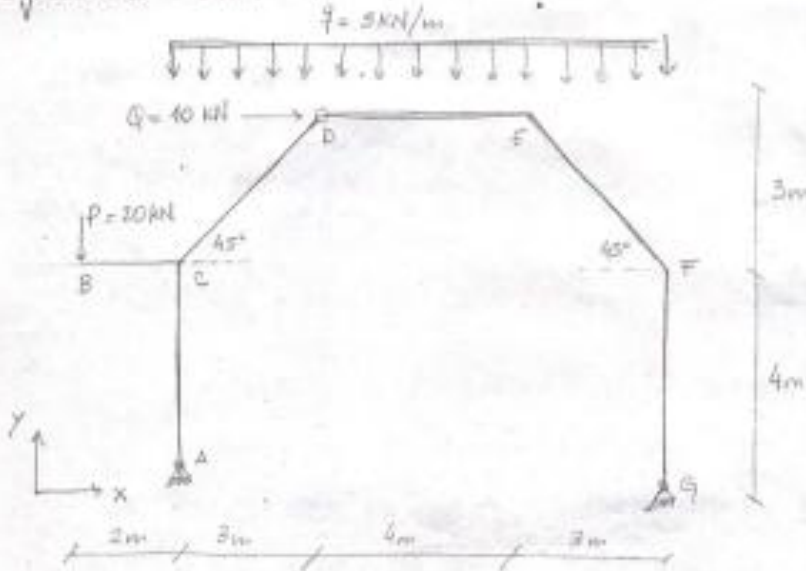


Figura 4

Ejercicio Exámen Aposta 2020 - R1



a) Hallar reacciones y trame los diagramas de solicitaciones.

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow R_G \cdot 10m = q \cdot 10m \cdot 5m - P \cdot 2m + Q \cdot 7m = (250 - 40 + 70) \text{ kNm}$$

$$\Rightarrow R_G = 28 \text{ kN}$$

$$\sum V = 0 \Rightarrow R_A + R_G = P + q \cdot 10m \Rightarrow R_A = 20 \text{ kN} + 50 \text{ kN} - 28 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow R_A = 42 \text{ kN}$$

$$\sum M_D = 0 \Rightarrow P \cdot 5m + q \cdot 5m \cdot 1,5m + H_A \cdot 7m = R_G \cdot 3m$$

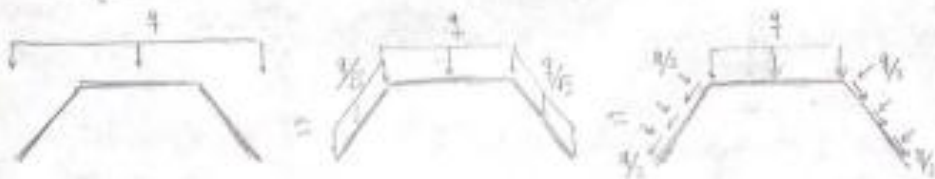
$$\Rightarrow H_A \cdot 7m = 12,5 \text{ kNm} - 40 \text{ kNm} - 22,5 \text{ kNm}$$

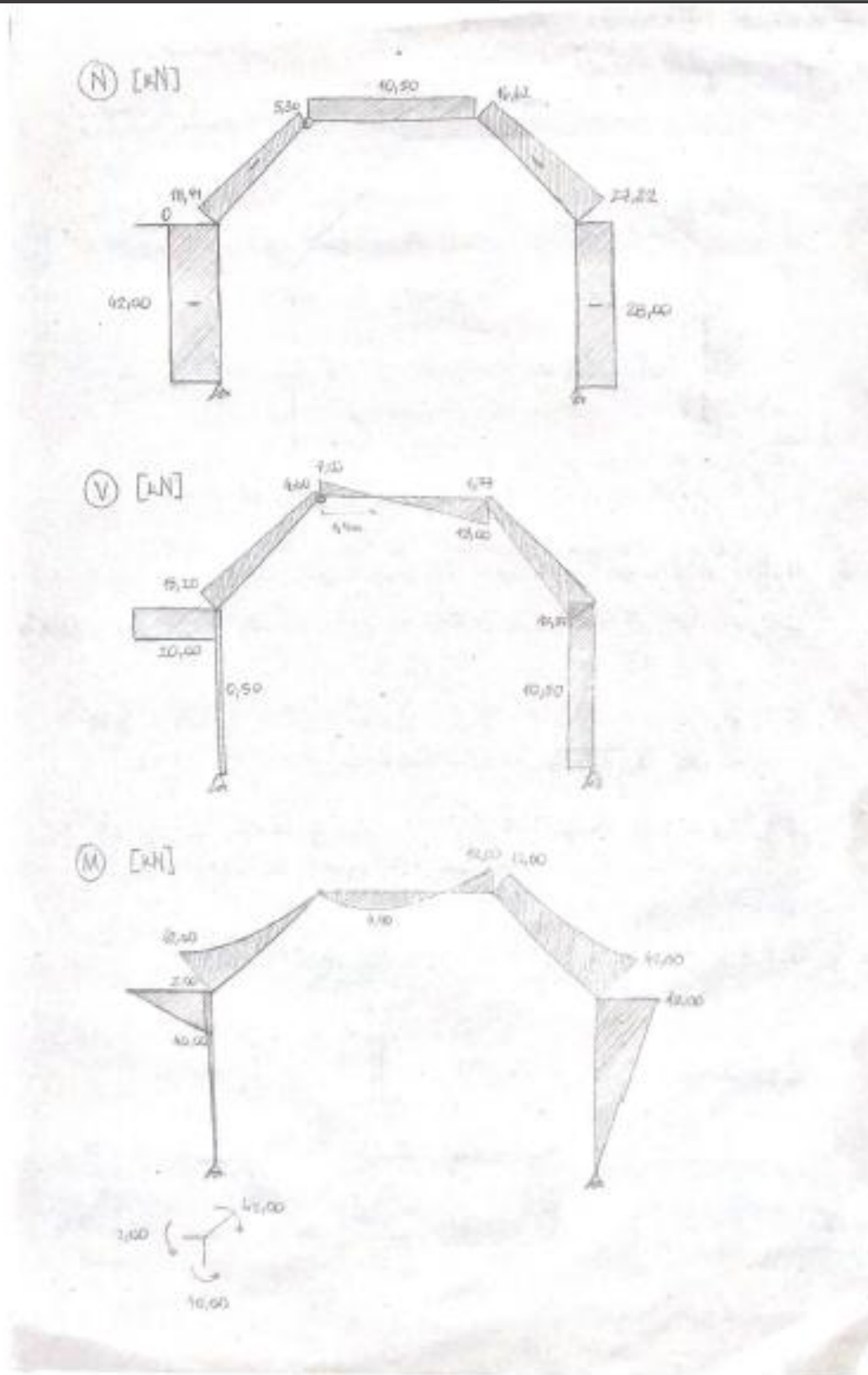
$$\Rightarrow H_A = 0,5 \text{ kN}$$

$$\sum H = 0 \Rightarrow H_A + H_G + Q = 0 \Rightarrow H_G = -10 \text{ kN} - 0,5 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow H_G = -10,5 \text{ kN}$$

Diagramas





Resistencia de Materiales 1

b) Dimensionar la estructura con un único perfil IPN.

Considero $\sigma_{adm} = 140 \text{ MPa}$, $\tau_{adm} = 70 \text{ MPa}$

Se toma como sección para dimensionar por tensiones normales la sección en F correspondiente al pilar.

• Predimensionando únicamente con la tensión normal por flexión:

$$M_{max} = 42,00 \text{ kNm} \rightarrow \sigma = \frac{M_{max}}{W} \leq \sigma_{adm} \rightarrow W \geq 3 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$\rightarrow W \geq 300 \text{ cm}^3 \rightarrow \text{Se selecciona perfil IPN 240}$$

Considerando ahora la tensión por directa

$$\rightarrow \sigma = \frac{42 \text{ kNm}}{354 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3} + \frac{20 \text{ kN}}{16,1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 124,72 \text{ MPa} < 140 \text{ MPa} \quad \checkmark$$

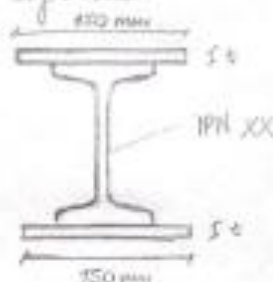
Por último se verifican las tensiones tangenciales en las secciones de máximo cortante

$$\rightarrow \tau_{max} = \frac{V_{max} \cdot Q}{I_b} = \frac{20 \text{ kN} \cdot 206 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3}{4250 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4 \cdot 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 95,14 \text{ MPa}$$

$$\rightarrow \tau_{max} < \tau_{adm} \quad \checkmark$$

El perfil IPN 240 dimensiona correctamente la estructura

c) Se quiere ahora que no se supere el 60% de la tensión normal admisible, para esto se agregan 2 planchuelas al perfil IPN dimensionado anteriormente, como se muestra en el siguiente esquema



Determinar el espesor t de las planchuelas con una precisión de un mm.

Resistencia de Materiales 1

La Inercia de la nueva sección es:

$$I_x' = 4280 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4 + \left(\frac{0,15 \cdot t^3}{12} + 0,15t \left(\frac{0,24+t}{2} \right)^2 \right) \cdot 2$$

El área de la nueva sección es:

$$A' = 46,1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 + (0,15 \cdot t) \cdot 2$$

Se debe plantear:

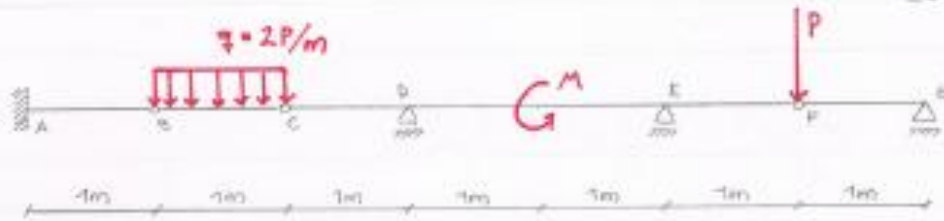
$$\frac{42,00 \text{ kNm} (0,120+t)}{I_x'} = \frac{28,00 \text{ kN}}{A'} \leq 0,6 \cdot \sigma_{adm}$$

Iterando en la ecuación anterior se obtiene el valor de

$$t = 6 \text{ mm}$$

Solución Ejercicio

$EI = \text{cte}$



- a) Determinar M en función de P para que los giros a la izquierda y a la derecha de B sean iguales.

Primero se calculan los valores de θ_B^{izq} y θ_B^{der} a partir de las ecuaciones que se encuentran en las tablas de deformaciones y utilizando el principio de superposición.

θ_B^{izq}

$$\rightarrow V_B + V_C = 2P \Rightarrow V_B = P \quad V_C = P$$

$$V_B = V_C$$

$$\rightarrow \delta_B = \frac{P(1\text{m})^3}{3EI} \downarrow$$

$$\theta_B^{\text{izq}} = \frac{P(1\text{m})^2}{2EI} \curvearrowright$$

θ_B^{der}

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{c} P/2 \\ \Delta \\ \uparrow \end{array} \right) \xrightarrow{1\text{m}} \left(\begin{array}{c} M \\ \curvearrowright \end{array} \right) \xrightarrow{1\text{m}} \left(\begin{array}{c} P/2 \\ \Delta \\ \uparrow \end{array} \right)$$

Giro en D: $\theta_D = \theta_D^{\text{p.m.}} + \theta_D^M = \frac{-P \cdot 1\text{m} \cdot 2\text{m}}{2EI} + \frac{M \cdot 2\text{m}}{2EI} \curvearrowright$

Descenso en C: $\delta_C = -\theta_D \cdot 1\text{m} + \frac{P(1\text{m})^3}{3EI} \downarrow$

Giro en B: $\theta_B^{\text{der}} = \frac{\delta_C - \delta_B}{1\text{m}} + \frac{2P/m(1\text{m})^2}{2EI} \curvearrowright$

$\theta_B^{\text{der}} = \theta_B^{\text{p.m.}} + \theta_B^q$

Ahora se iguala θ_2^{der} a θ_2^{izq} y se despeja el valor de M .

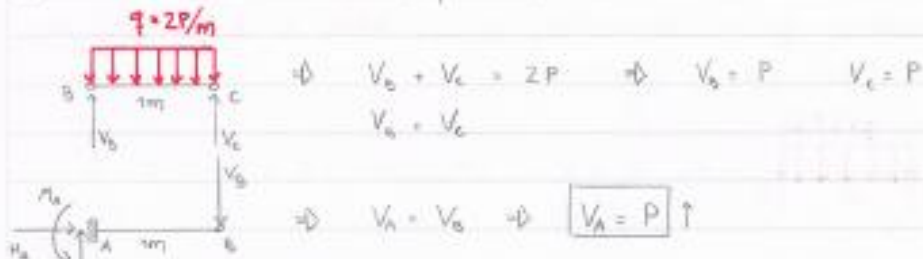
$$\left(\frac{P \cdot 1m \cdot 2m \cdot 1m}{2EI} - \frac{M \cdot 2m \cdot 1m}{24EI} + \frac{P \cdot 1m^3}{3EI} \right) - \frac{P \cdot 1m^3}{3EI} + \frac{2P \cdot 1m^3}{24EI} = \frac{P \cdot 1m^3}{2EI}$$

$$\Rightarrow \frac{P \cdot 2m^3}{2} - \frac{M \cdot 2m^2}{24} + \frac{2P \cdot m^3}{24} = \frac{P \cdot m^3}{2}$$

$$\Rightarrow Pm - \frac{M}{12} + \frac{Pm}{12} = \frac{Pm}{2} \quad \Rightarrow \quad 12Pm - M + Pm = 6Pm$$

$$\Rightarrow (12 + 1 - 6) Pm = M \quad \Rightarrow \quad \boxed{M = 7Pm}$$

b) Hallar las reacciones en función de P .



$$\Rightarrow V_B + V_C = 2P \quad \Rightarrow \quad V_B = P \quad V_C = P$$

$$V_B = V_C$$

$$\Rightarrow V_A = V_B \quad \Rightarrow \quad \boxed{V_A = P} \uparrow$$

$$\sum \vec{M}_A = 0 \quad \Rightarrow \quad V_B \cdot 1m - M_A = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{M_A = Pm} \curvearrowleft$$

$$\sum \vec{H} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{H_A = 0}$$



$$\Rightarrow \sum \vec{M}_E = 0 \quad \Rightarrow \quad V_F \cdot 1m = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{V_F = 0}$$

$$\Rightarrow V_F = P$$

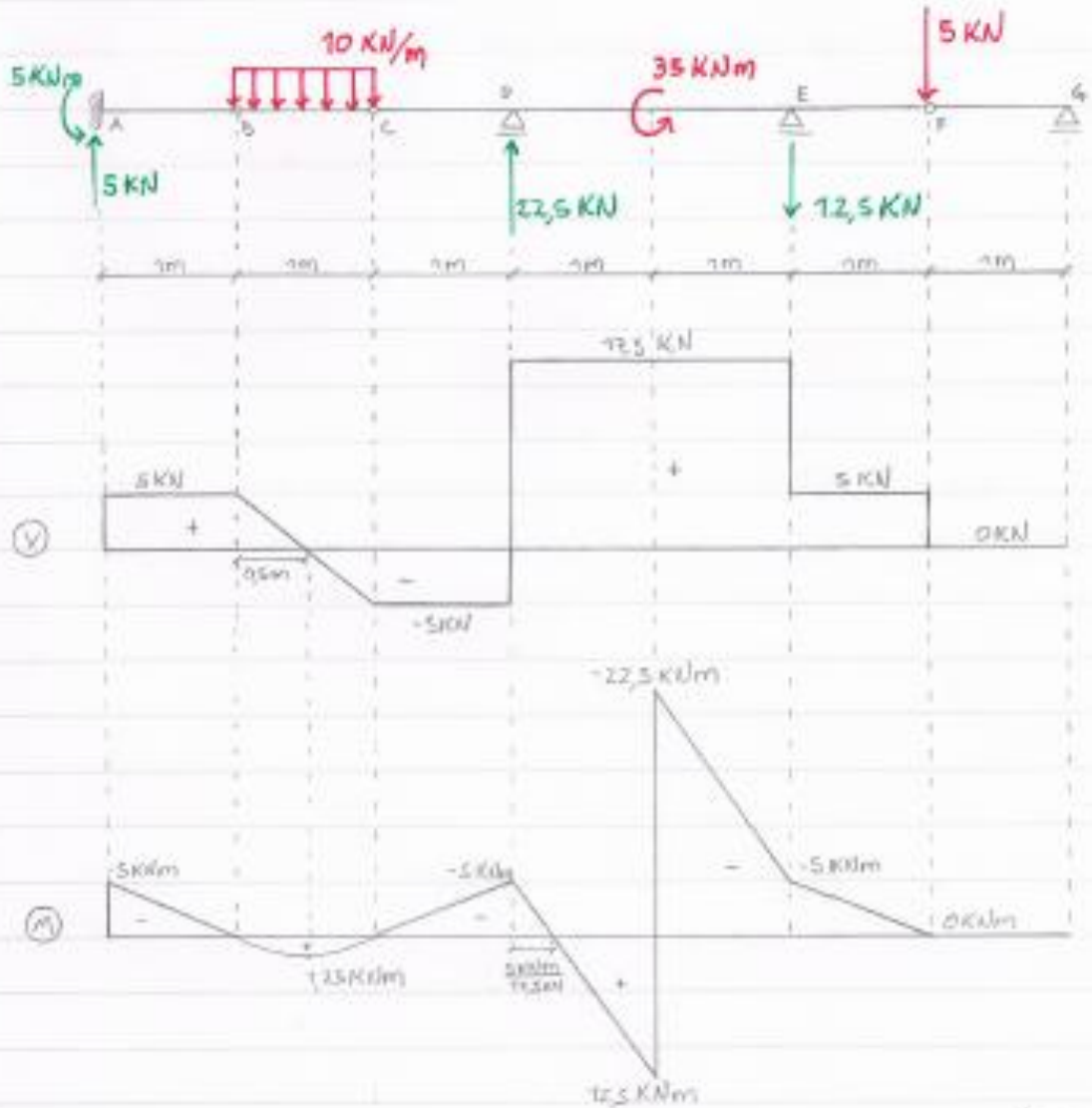


$$\Rightarrow \sum \vec{M}_D = 0 \quad \Rightarrow \quad V_E \cdot 2m + P \cdot 3m - 7Pm - Pm = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{V_E = 2,5P} \downarrow$$

$$\Rightarrow \sum V_V = 0 \quad \Rightarrow \quad P + V_E + P - V_D = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{V_D = 4,5P} \uparrow$$

c) Trazar los diagramas de solicitaciones.

Sustituyendo con $P = 5 \text{ kN}$ se obtiene:



d) Elegir t / $\sigma_{max} \leq \sigma_{adm} = 140 \text{ MPa}$, ($t = 5 \text{ mm}$, 6 mm or 7 mm)

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{I_x} \cdot y_{max} = \frac{22.5 \text{ kNm} \cdot 0.1 \text{ m}}{I_x} \leq 140 \text{ MPa}$$

$$I_x = \frac{t(200 \text{ mm} - 2t)^3}{12} + 2 \left[\frac{100 \text{ mm} \cdot t^3}{12} + 100 \text{ mm} \cdot t \cdot (100 \text{ mm} - \frac{t}{2})^2 \right]$$



\Rightarrow Si $t = 6 \text{ mm} \Rightarrow \sigma_{max} = 153.93 \text{ MPa}$, si $t = 7 \text{ mm} \Rightarrow \sigma_{max} = 133.96 \text{ MPa} \Rightarrow \boxed{t = 7 \text{ mm}}$

