Ejercicio 1

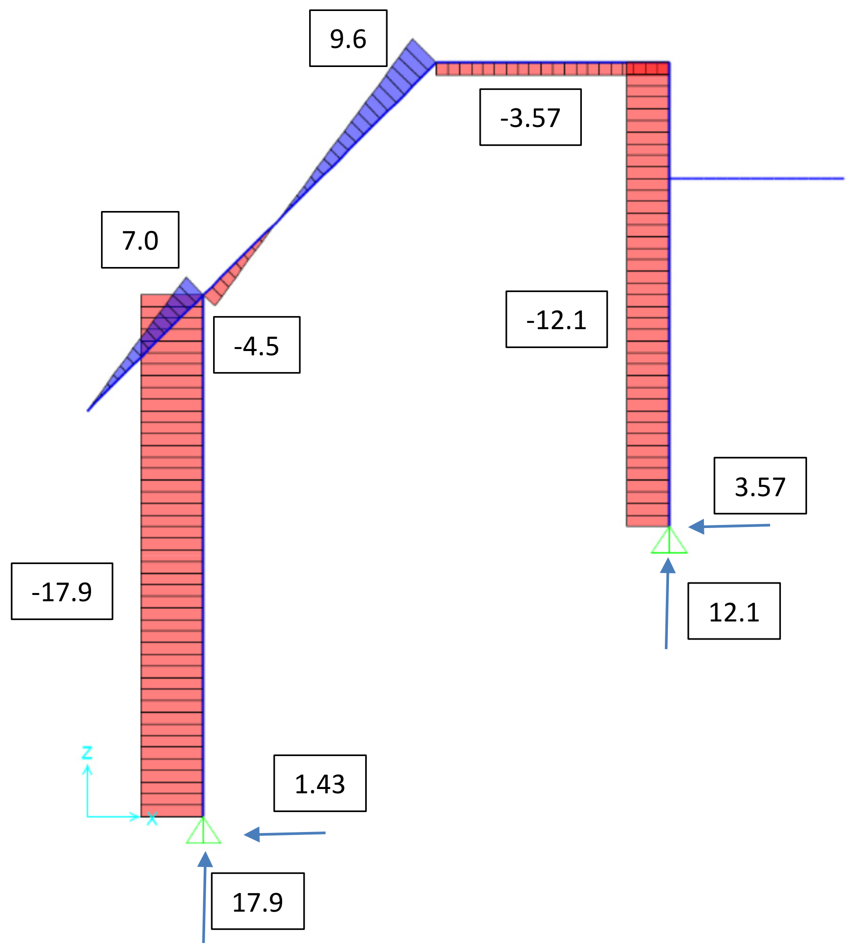
RA+RH = 30 kN HA+HH=5 kN

Suma (MA)=0 Suma (MDder)=0

RA=17.86 kN RH=12.14 kN

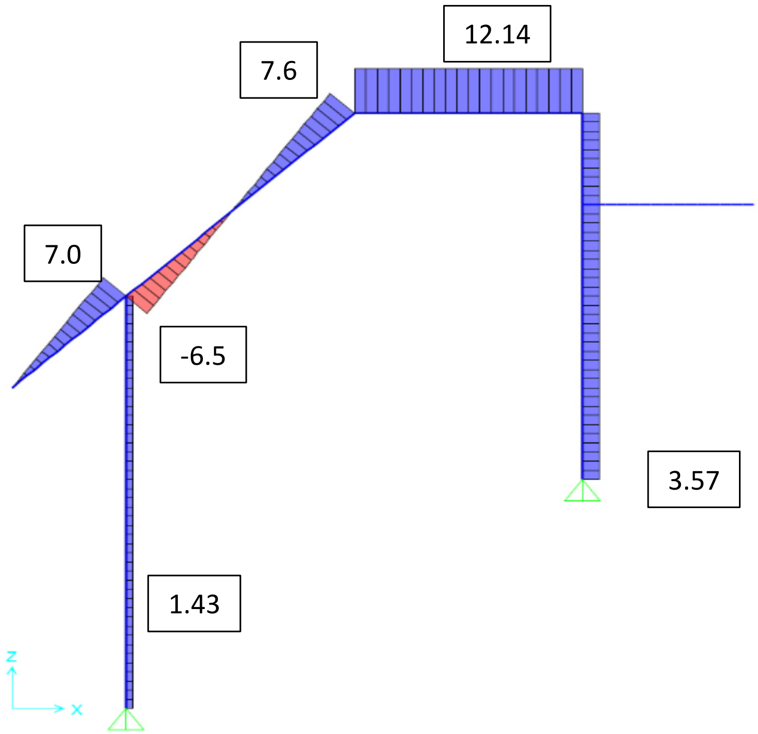
HA= 1.43 kN HH= 3.57 kN

N (kN)

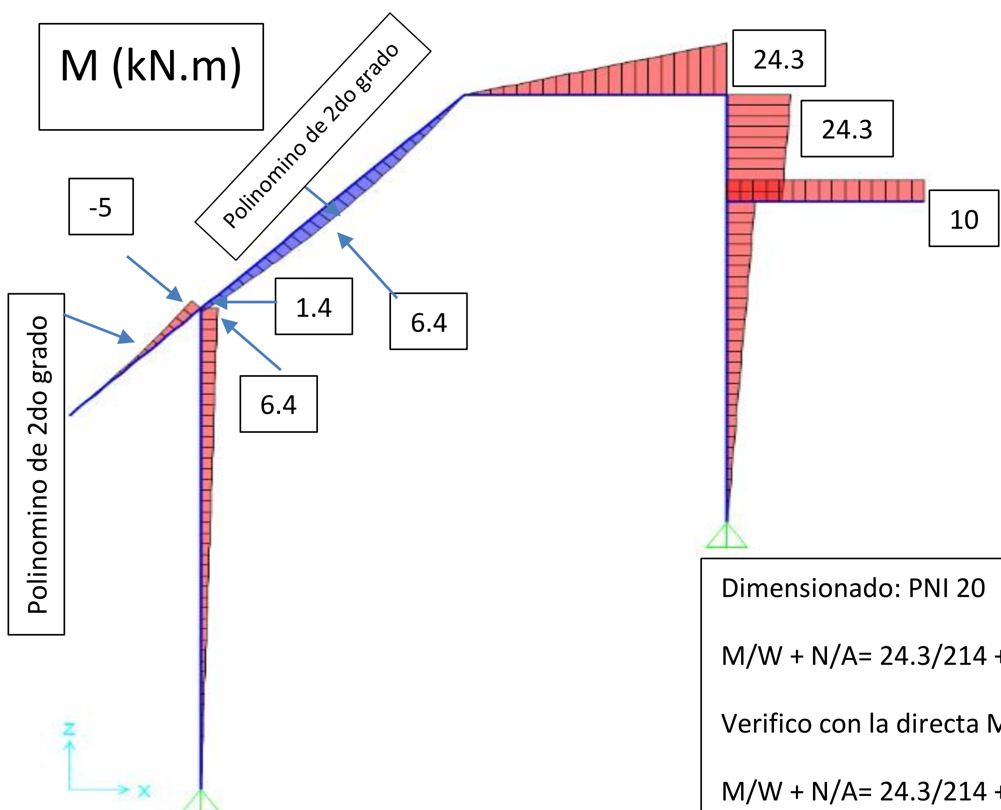


-V (kN)

Los signos están cambiados en el diagrama. Los valores son los correctos.



M (kN.m)



Dimensionado: PNI 20

M/W + N/A= 24.3/214 +12.14/33.5=117.2 MPa

Verifico con la directa Max

M/W + N/A= 24.3/214 +17.9/33.5=118.8 MPa

117.4 < 140 MPa

Solucion Ejercicio 2

a)

Se divide la estructura, se empieza resolviendo por el tramo DEFG, considerando un apoyo ficticio en el punto D. Se realiza equilibrio de momentos desde D y equilibrio vertical, obteniendo entonces:

$$M_D = -1.5m\ 20kN + 2.5m\ R_F - 3.5m\ 20kN = 0$$

$$R_D^f + R_F = 40kN$$

$$\begin{cases} R_F = 40kN \ \uparrow \\ R_D^f = 0kN \end{cases}$$

Se resuelve entonces el tramo BCD, se considera la articulación en B como un apoyo fijo ficticio y el tensor HC como un apoyo deslizante. Realizando equilibrio de momentos desde B y luego equilibrio vertical se obtiene:

$$M_B = -3m\ 6m\ 20\frac{kN}{m} + 4m\ F_{HC} = 0$$

$$R_B^f + F_{HC} = 6m\ 20\frac{kN}{m}$$

$$\begin{cases} F_{HC} = 90\ kN \ \uparrow \\ R_B^f = 30\ kN \uparrow \end{cases}$$

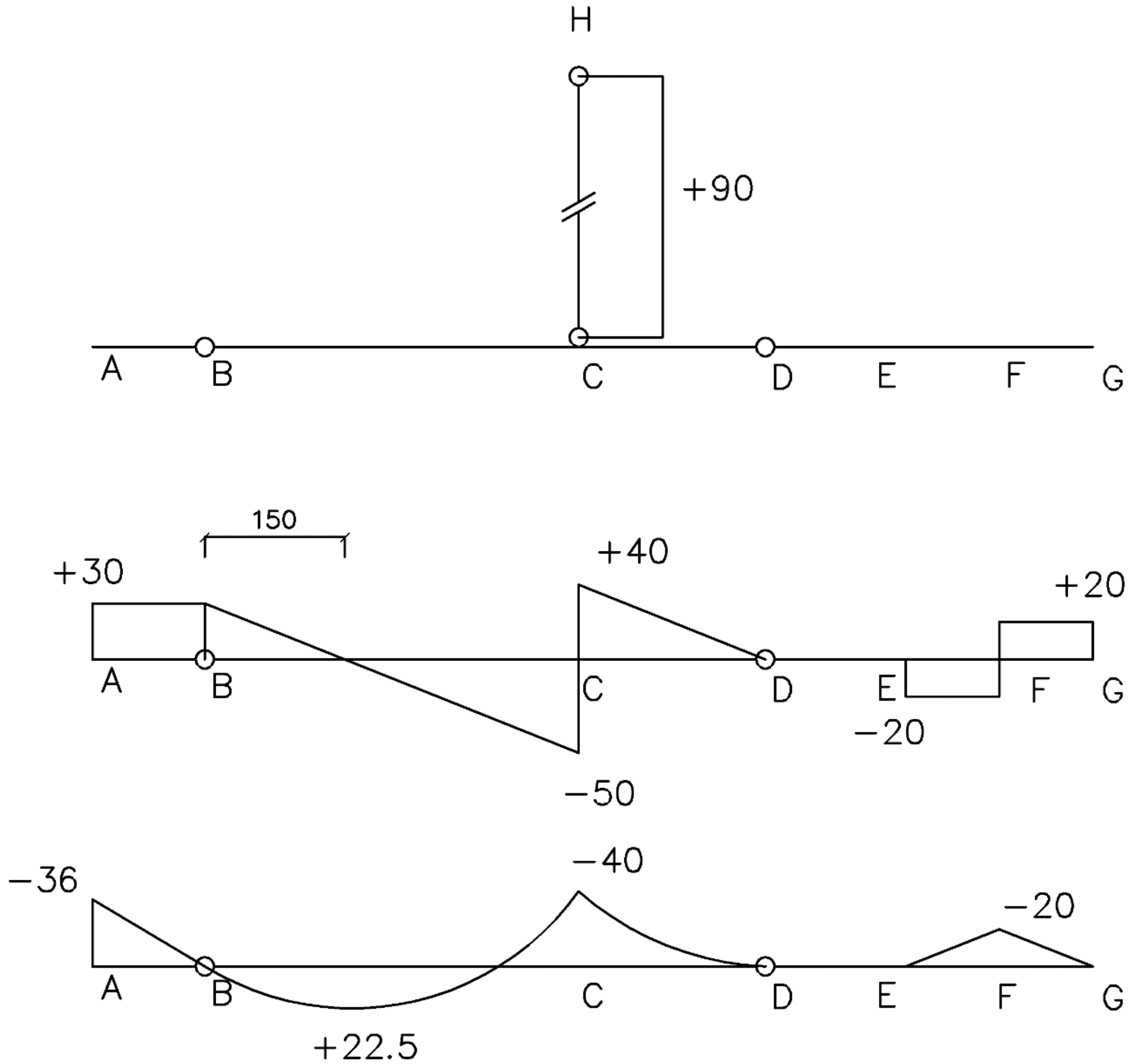
Se resuelve ahora la ménsula.

$$\begin{cases} R_A = 30\ kN \ \uparrow \\ M_A = 1.2m\ 30\ kN = 36\ kNm \circlearrowleft \end{cases}$$

Para el tensor basta realizar el equilibrio vertical:

$$\{R_H = 90\ kN \ \uparrow$$

A partir de estas reacciones se realizan los diagramas (unidades en kN y kNm respectivamente).



b)

Para poder calcular el giro por derecha del punto D se deben tener los siguientes efectos:

- Efecto de la carga en el tramo DF
- Momento generado en F por la carga en G
- Descenso del punto D (giro rígido respecto a F).

Es necesario por lo tanto determinar el descenso del punto D, para lo cual se deben separar en diferentes casos:

- Descenso de D debido a descenso de los puntos B y C (considerando la barra como rígida)
- Descenso de D considerando una ménsula CD dado por:
    - Giro en C debido a la carga distribuida en BC y al momento generado en C por la carga distribuida en CD. Este giro afecta al punto D en proporcionalmente a la longitud de CD.
    - Carga en CD

c)

Se deben calcular las propiedades de la sección para calcular las tensiones, para lo cual se debe encontrar el centro de gravedad de la sección en primera instancia, dado que es una sección con un eje de simetría solo queda encontrar la altura del mismo.

$$y_G = \frac{15cm\ 21cm \frac{21}{2} cm - 10cm\ 13cm\ 6cm}{15cm\ 21cm - 10cm\ 13cm} = 13.66cm$$

Aplicando el teorema de Steiner se encuentra la inercia:

$$I_X = \frac{15cm 21^3 cm^3}{12} + 12cm21cm\left(y_G - \frac{21}{2}cm\right)^2 - \left(\frac{13cm10^3cm^3}{12} + (y_G - 6cm)^2 13cm10cm\right) = 6010.55cm^4$$

Se deben encontrar los valores de μ necesarios para encontrar los máximos, estos se pueden dar tanto en el baricentro de la sección, como en el cambio de espesor.

$$\mu_G = \frac{(21cm - y_G)^2}{2} 15cm = 404.07\ cm^3$$

$$\mu_A = 10cm15cm(16 - y_G) = 350.68\ cm^3$$

Comparando:

$$\frac{\mu_A}{b_A} = \frac{350.68cm^3}{2cm} > \frac{\mu_G}{b_G} = \frac{404.07cm^3}{15cm}$$

Por lo tanto, se calcularán en la sección A las tensiones rasantes máximas.

Se deben calcular las tensiones normales máximas y las tensiones rasantes máximas.

Las tensiones rasantes máximas se dan con el valor absoluto de cortante máximo.

$$|V_{max}| = 50\ kN$$

$$\tau_{max} = \frac{50\ kN\ 350.68\ cm^3}{2\ cm\ 6010.55\ cm^4} = 14.59\ MPa$$

Para las tensiones normales máximas se deben considerar tanto el momento máximo positivo como el máximo negativo.

Para la compresión máxima:

Con el momento máximo positivo y la fibra superior:

$$\sigma^1_{comp} = \frac{22.5\ kN\ (21\ cm - y_G)}{6010.55\ cm^4} = 27.48\ MPa$$

Con el momento máximo negativo y la fibra inferior:

$$\sigma^2_{comp} = \frac{40\ kN\ y_G}{6010.55\ cm^4} = 90.92\ MPa$$

Por lo que resulta el máximo en este caso.

Para la tracción máxima:

Con el momento máximo negativo y la fibra superior:

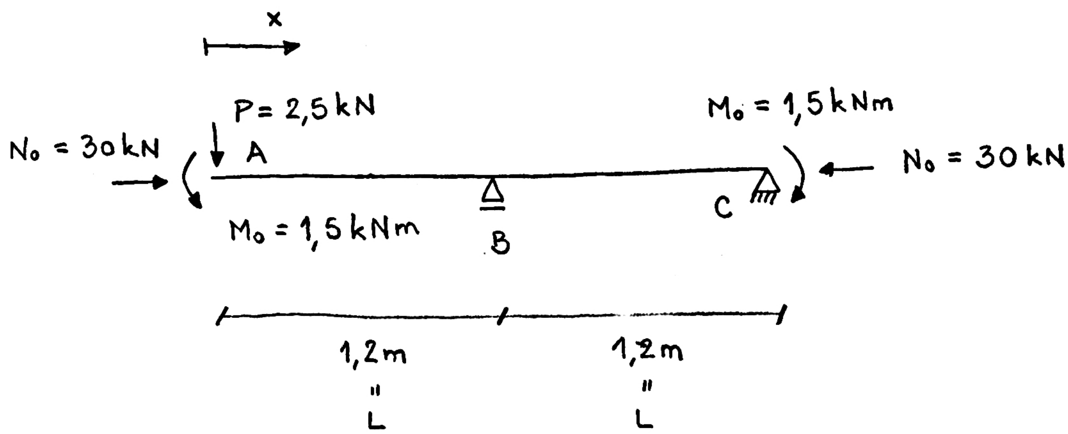
$$\sigma^1_{tracc} = \frac{40\ kN\ (21\ cm - y_G)}{6010.55\ cm^4} = 48.85\ MPa$$

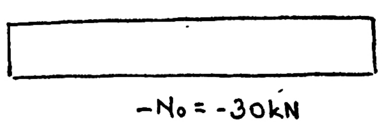
Con el momento máximo positivo y la fibra inferior:

$$\sigma^2_{tracc} = \frac{22.5\ kN\ y_G}{6010.55\ cm^4} = 51.14\ MPa$$

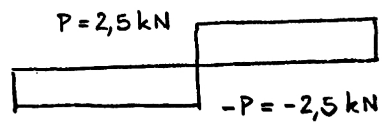
Teniendo el máximo en este caso.

Ejercicio 3

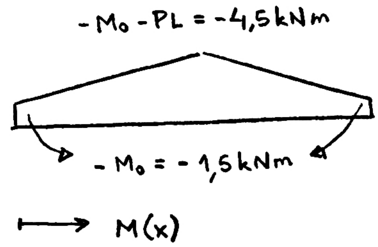




Directa (N)



Cortante (V)



Momento (M)

$$\tau_{max} = \frac{|V|\,\mu_{max}}{I \cdot b} = \frac{P \cdot bh^2/8}{bh^3/12 \cdot b} = \frac{3}{2}\,\frac{P}{bh} = \tau_{adm} \Rightarrow A = bh = \frac{3}{2}\,\frac{P}{\tau_{adm}} \quad (=\text{cte})$$

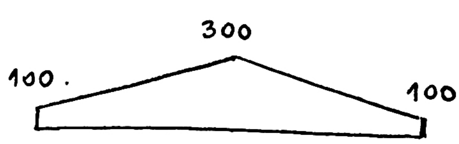
$$|\sigma|_{max} = \frac{|M(x)|}{W} + \frac{N_0}{A} = \frac{6|M(x)|}{A \cdot h} + \frac{N_0}{A} = \sigma_{adm} \Rightarrow h = \frac{6|M(x)|}{\underbrace{A \cdot \sigma_{adm} - N_0}_{Q}}$$

Sustituyendo: $A = 150\ 10^2\ mm^2$

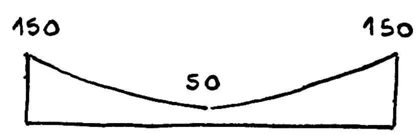
$Q = 90\,kN$

$h(0) = h(2400) = 100\,mm \longrightarrow b(0) = b(2400) = 150\,mm$

$h(1200) = 300\,mm \longrightarrow b(1200) = 50\,mm$



h(x) [mm]



*

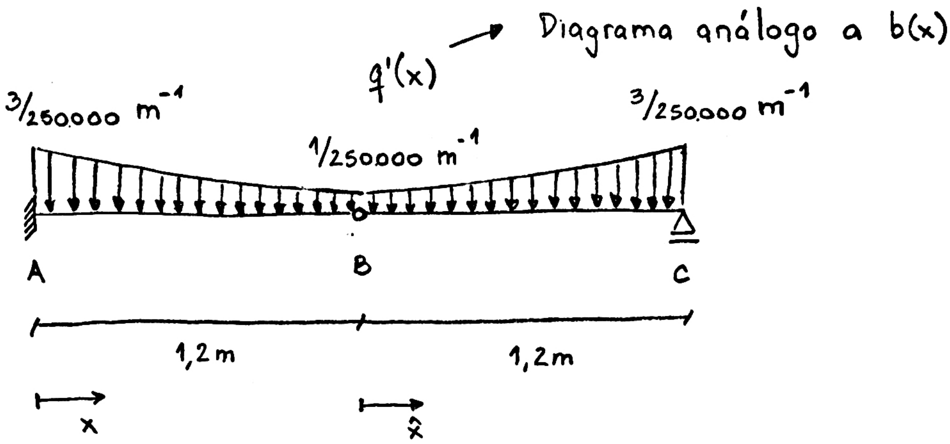
b(x) [mm]

* La curva es tal que $b(x) = \dfrac{15000\,mm^2}{h(x)}$ con h(x) variando linealmente

Resuelvo la última parte por viga analoga:

$$I(x) = \frac{bh^3}{12} = \frac{A\cdot h^2}{12} = \frac{3A\,|M(x)|^2}{Q^2}$$

$$q'(x) = \frac{|M(x)|}{E\cdot I(x)} = \frac{Q^2}{3EA\,|M(x)|}$$



$\theta_c = V_c'^{-} = -R'_c$ (R'_c es la reacción vertical de la viga análoga en C)

$$\Sigma M'_B = 0 \longrightarrow R'_c = \frac{\int_{1200}^{2400} q'(x)\cdot(x-1200)\,dx}{1200} = \frac{\int_0^{1200} q'(\hat{x})\,\hat{x}\,d\hat{x}}{1200} \quad *$$

$$|M(\hat{x})| = 4500 - \frac{5\hat{x}}{2} \implies q'(\hat{x}) = \frac{9}{1250\,(1800-\hat{x})}$$

$$\theta_c = \frac{-3}{500.000}\int_0^{1200} \frac{\hat{x}}{1800-\hat{x}}\,d\hat{x} = \frac{3}{500.000}\int_0^{1200} \frac{\hat{x}}{\hat{x}-1.800}\,d\hat{x}$$

$$\theta_c = \frac{3}{500.000}\left[\hat{x} + 1800\ln(\hat{x}-1800)\right]\Big|_{\hat{x}=0}^{\hat{x}=1200}$$

$$\theta_c = \frac{3}{500.000}\left[1200 + 1800\ln\left(\frac{600}{1800}\right)\right] = \frac{9}{2500}\left[2-3\ln(3)\right]$$

$$\theta_c \simeq -4{,}665\cdot 10^{-3}$$

* Trabajando en kN y mm a partir de aquí