

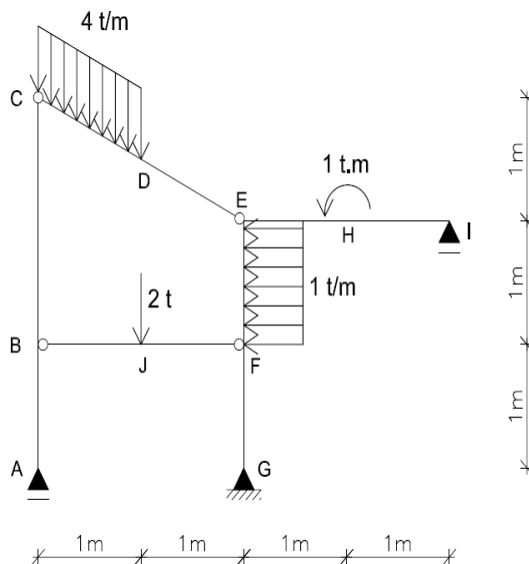
Plan 97 - Examen Julio 2011

27/7/2011

EJERCICIO 1

Sea la estructura de la figura. La misma está sometida a una carga uniformemente distribuida hacia abajo de valor **4 t/m** en el tramo CD, a una carga uniformemente distribuida hacia la izquierda de valor **1 t/m** en la barra EF, a un carga puntual hacia abajo aplicada en el punto J de valor **2 t**, y a un momento flector aplicado en el punto H de valor **1 tm** en sentido antihorario. Se pide:

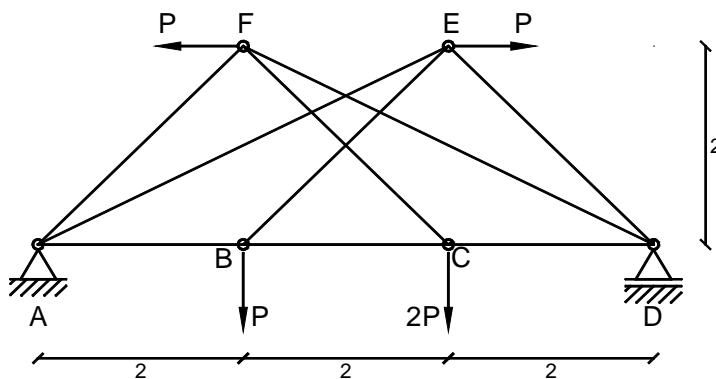
- Trazar diagramas de solicitaciones de todas las barras.
- Dimensionar la estructura utilizando un perfil **PNI**, sabiendo que $\sigma_{adm} = 1.400 \text{ kg/cm}^2$.



EJERCICIO 2

Dado el reticulado de la figura determinar:

- Las fuerzas en todas las barras del reticulado.
- El desplazamiento de todos los puntos del reticulado, si todas la barras presentan una sección Ω y módulo de elasticidad **E**. Indicar valor (en función de P, Ω y E), sentido y dirección.



EJERCICIO 3

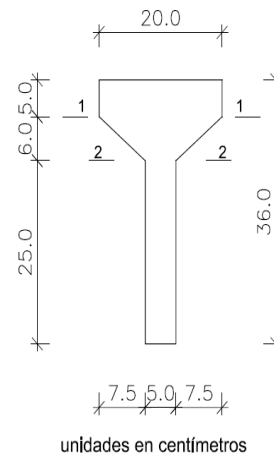
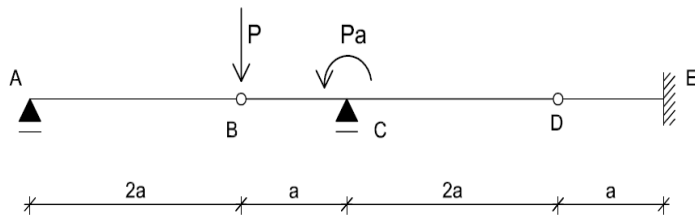
En la viga ABCDE de la figura, actúa una carga puntual P hacia abajo en B, y un momento en C de valor $P*a$ de sentido antihorario. Se pide:

- Trazar los diagramas de Fuerza Cortante y Momento Flector.
- Si la viga está constituida por la sección que se muestra en la figura, obtener la tensión rasante máxima indicando en que sección se da.

Realizar un bosquejo del diagrama de tensiones rasantes en dicha sección y calcular las tensiones rasantes a nivel de la fibras 1-1 y 2-2.

- Calcular el desplazamiento del punto B (módulo, dirección y sentido), y el giro a la izquierda de B (módulo y sentido).

Datos: $a=2\text{ m}$, $P=1000\text{ kg}$, $E=3.0 \times 10^5\text{ kg/cm}^2$



Resistencia de Materiales 1N

$l_{CD} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$
 $M_C = 4 \times \frac{\sqrt{5}}{2} \times 0,5 - V_D \cdot 2 = 0 \Rightarrow V_D = \frac{\sqrt{5}}{2} = 1,12$
 $V_C = 4 \times \frac{\sqrt{5}}{2} - V_D = 1,5\sqrt{5} = V_C = 3,35$

$M_B = 0 = 2 \times 1 - V_E \cdot 2 = 0 \Rightarrow V_E = 1$
 $V_B = 2 - V_E = 1 = V_B$

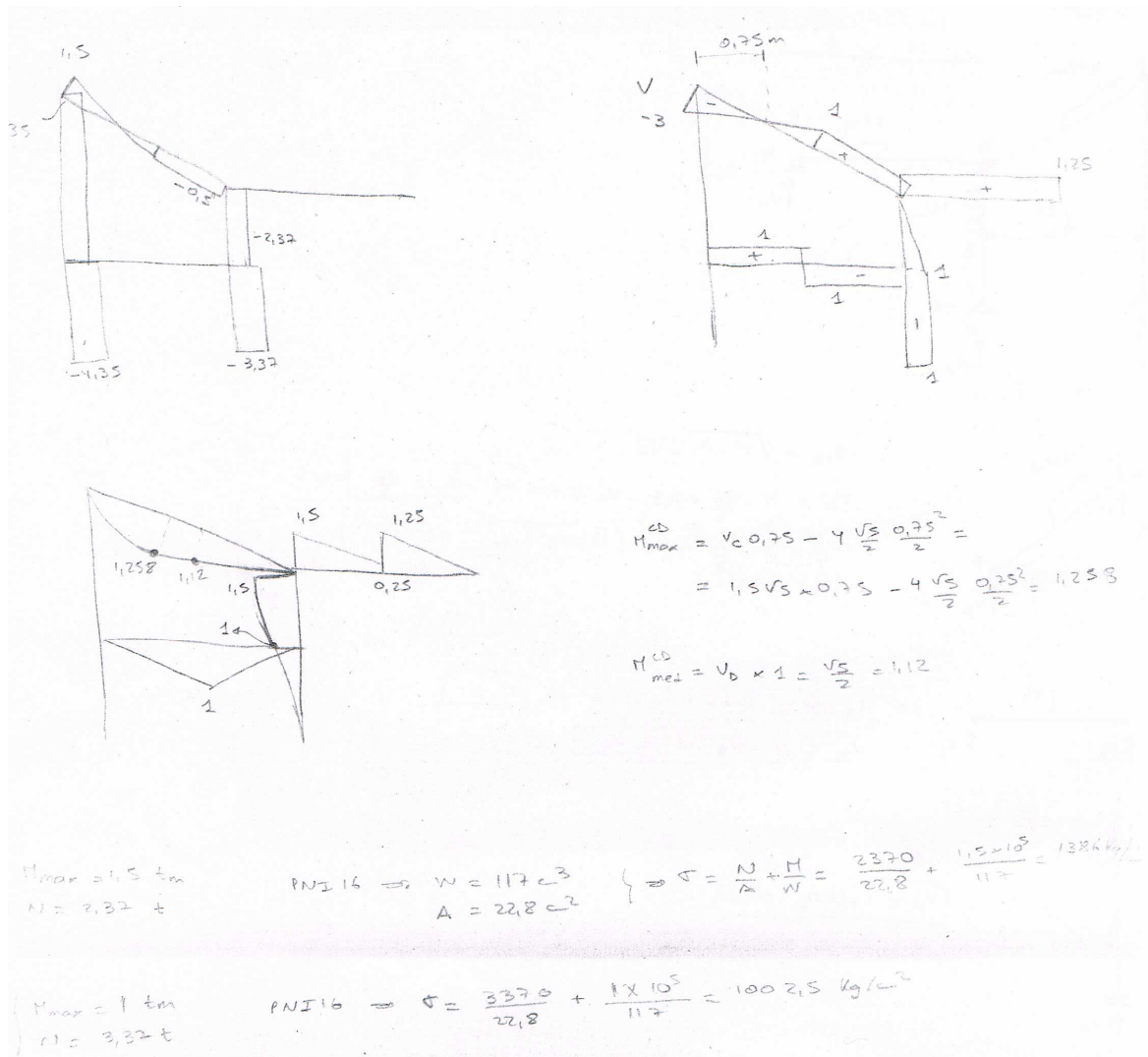
$V_A = 1 + 1,5\sqrt{5} = 4,35$

$\Sigma H = 0 \quad H_F = 1 \times 1 = 1 = H_F$
 $M_F = 0 = 1 \times 1 \times 1,5 + 1 + V_H \times 2 = 0 \Rightarrow V_H = -1,25$
 $V_F = -V_H + \frac{\sqrt{5}}{2} + 1 = 2,25 + \frac{\sqrt{5}}{2} = V_F = 3,32$

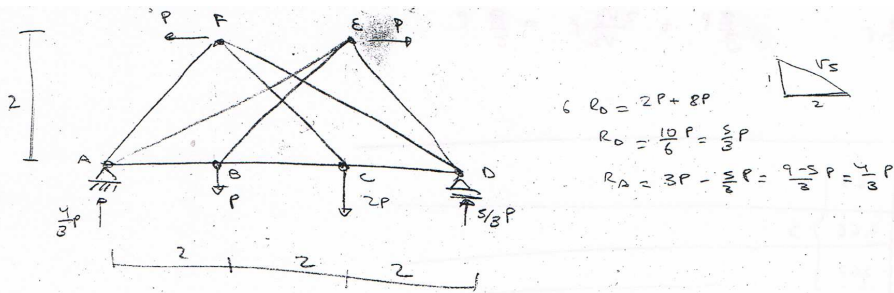
$\frac{V_C}{\sqrt{5}} = 1,5$
 $\frac{V_D}{\sqrt{5}} = 0,5$

$\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{1,5}{1} = \frac{0,5}{1}$
 $\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{0,75}{1} = \frac{0,25}{1}$

Resistencia de Materiales 1N



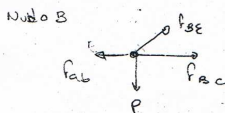
Resistencia de Materiales 1N



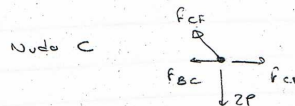
$$R_D = 2P + 8P$$

$$R_D = \frac{10}{6}P = \frac{5}{3}P$$

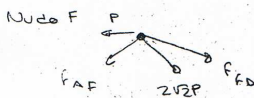
$$R_A = 3P - \frac{5}{3}P = \frac{9-5}{3}P = \frac{4}{3}P$$



$$f_{BE} = \sqrt{2}P$$



$$f_{CD} = 2\sqrt{2}P$$



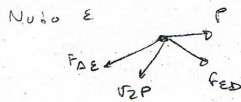
$$\frac{f_{AF}}{\sqrt{2}} + P = \frac{2\sqrt{2}P}{\sqrt{2}} + \frac{f_{CD}}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{f_{AF}}{\sqrt{2}} + 2\sqrt{2}P + \frac{f_{CD}}{\sqrt{3}} = 0 \Rightarrow \frac{f_{AF}}{\sqrt{2}} = -2P - \frac{f_{CD}}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow -2P - \frac{f_{CD}}{\sqrt{3}} + P = 2P + \frac{f_{CD}}{\sqrt{3}}$$

$$-3P = \frac{3f_{CD}}{\sqrt{3}} \Rightarrow f_{CD} = -\sqrt{3}P$$

$$\frac{f_{AF}}{\sqrt{2}} = -2P + \frac{\sqrt{3}P}{\sqrt{3}} = -P \Rightarrow f_{AF} = -\sqrt{2}P$$

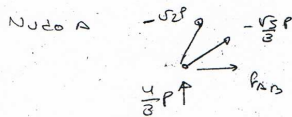


$$\frac{2f_{AE}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}P}{\sqrt{2}} = P + \frac{f_{ED}}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{f_{AE}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}P}{\sqrt{2}} + \frac{f_{ED}}{\sqrt{2}} = 0 \Rightarrow \frac{f_{ED}}{\sqrt{2}} = -\frac{f_{AE}}{\sqrt{3}} - P$$

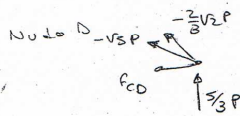
$$\Rightarrow \frac{2f_{AE}}{\sqrt{3}} + P = P - \frac{f_{AE}}{\sqrt{3}} - P \Rightarrow \frac{3f_{AE}}{\sqrt{3}} = -P \Rightarrow f_{AE} = -\frac{\sqrt{3}}{3}P$$

$$\frac{f_{ED}}{\sqrt{2}} = +\frac{\sqrt{3}}{3}\frac{P}{\sqrt{3}} - P = \left(\frac{1}{3} - 1\right)P = -\frac{2}{3}P \Rightarrow f_{ED} = -\frac{2}{3}\sqrt{2}P$$



$$-\frac{\sqrt{2}P}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}}{3}P \frac{2}{\sqrt{3}} + f_{AB} = 0 \Rightarrow f_{AB} = P + \frac{2}{3}P = \frac{5}{3}P$$

$$-\frac{\sqrt{2}P}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}}{3}P \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{4}{3}P = 0 \checkmark$$



$$f_{CD} - \frac{\sqrt{3}P}{\sqrt{3}} \frac{2}{\sqrt{3}} - \frac{2}{3}\frac{\sqrt{2}P}{\sqrt{2}} = 0 \Rightarrow f_{CD} = 2P + \frac{2}{3}P = \frac{8}{3}P = f_{CD}$$

$$-\frac{\sqrt{3}P}{\sqrt{3}} - \frac{2}{3}\frac{\sqrt{2}P}{\sqrt{2}} + \frac{5}{3}P = 0 \checkmark$$



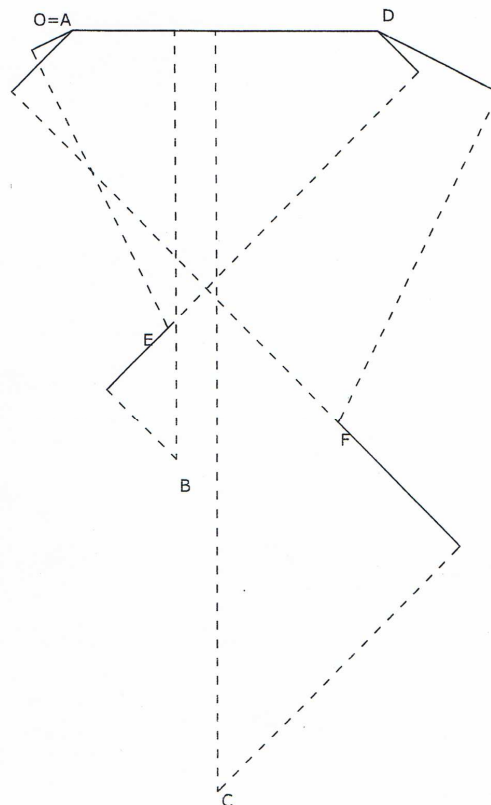
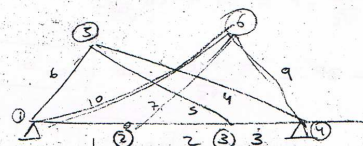
$$0 \leq 0 \quad \sqrt{3}P$$

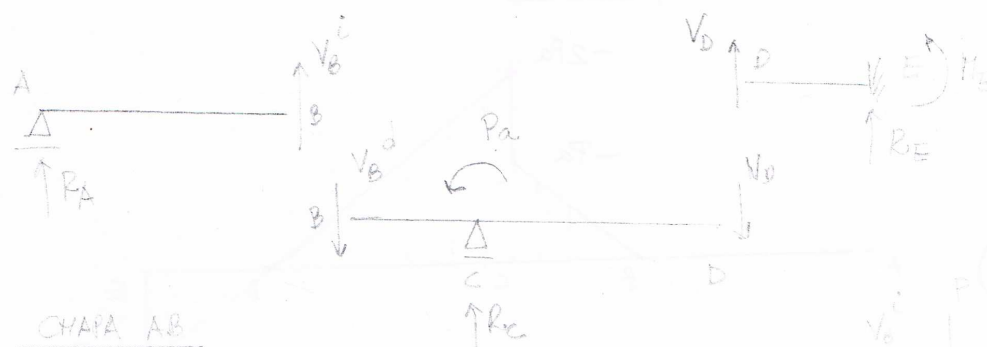
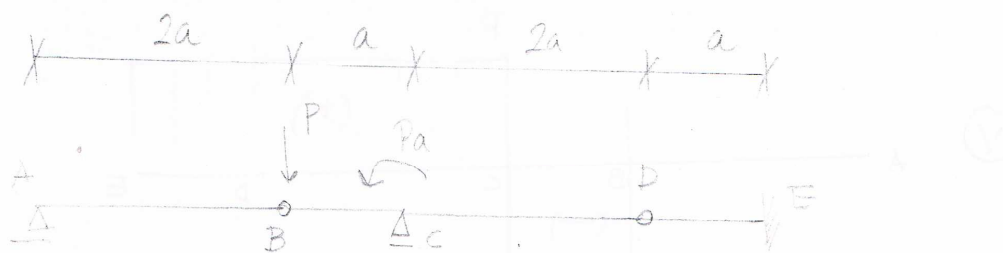
Resistencia de Materiales 1N



	F/p	
AB	5/3	1,67
BC	2/3	0,66
CD	8/3	2,67
FA	$-\sqrt{2}$	-1,41
FC	$2\sqrt{2}$	2,83
FD	$-\sqrt{3}$	-2,24
EA	$-\sqrt{3}/3$	-0,75
EB	$\sqrt{2}$	1,41
ED	$-\frac{2}{3}\sqrt{2}$	-0,94

2/3
1/3





CHAPA AB

$$R_A + V_b^i = 0$$

$$V_b^i \cdot 2a = 0 \rightarrow V_b^i = 0 \rightarrow V_b^d = -P$$

CHAPA BCD

$$-V_b^d + R_c - V_d = 0 \rightarrow -P + R_c - V_d = 0$$

$$-V_b^d \cdot 3a - Pa + R_c \cdot 2a = 0 \rightarrow -3P - P + 2R_c = 0$$

$$\rightarrow R_c = 2P$$

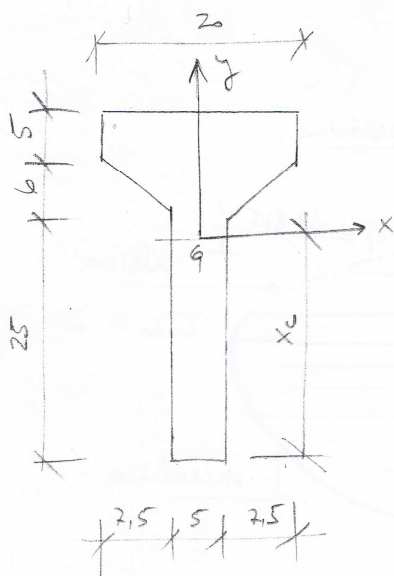
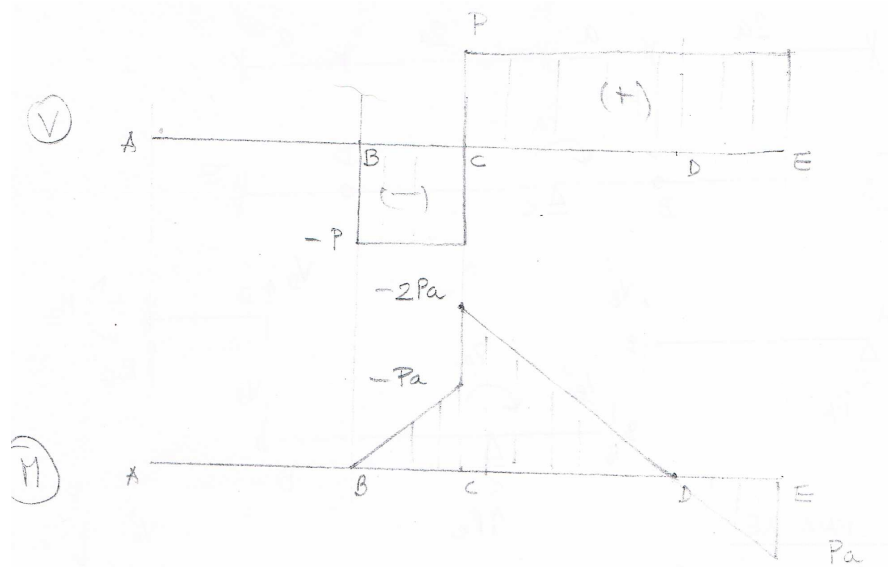
$$\rightarrow V_d = -V_b^d + R_c = 0$$

$$= -P + 2P = P$$

CHAPA DE

$$V_d + R_E = 0 \rightarrow R_E = -P$$

$$M_E = +Pa \text{ (tracción inferior)}$$



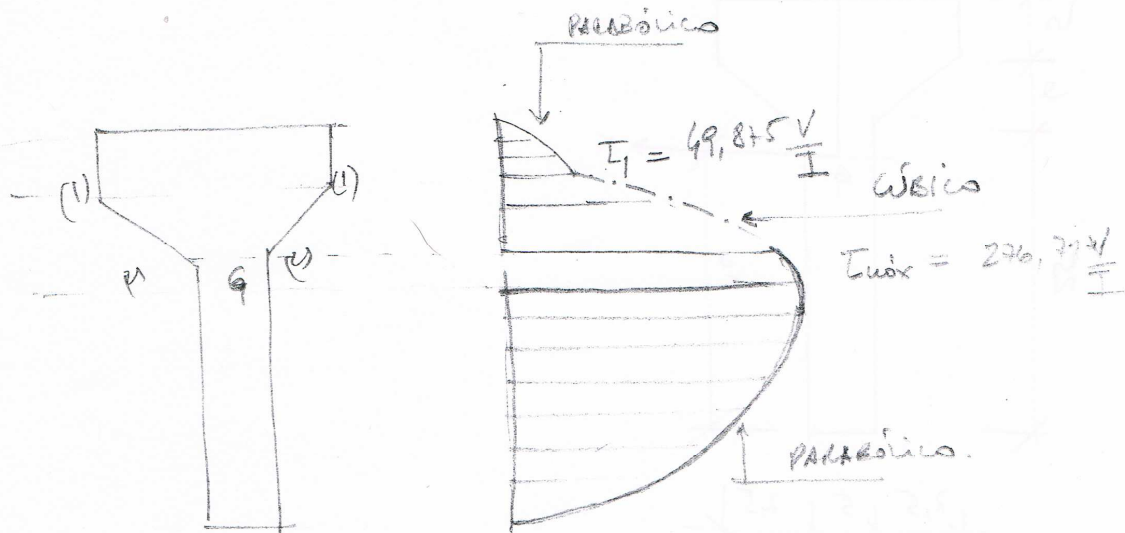
$$X_c = \frac{(5 \times 20 \times 33,5 + \frac{7,5 \times 6 \times 2 \times 29}{2} + 6 \times 5 \times 28 + 25 \times 5 \times 12,5)}{5 \times 20 + \frac{7,5 \times 6 \times 2}{2} + 31,5}$$

$$X_c = 23,525 \text{ cm}$$

$$I_x = \frac{20 \times 5^3}{12} + 5 \times 20 \times 9,975^2 + 2 \left(\frac{7,5 \times 6^3}{3} + \frac{6 \times 7,5 \times 5,475^2}{2} \right) + \frac{5 \times 31^3}{12} + 5 \times 31 \times 8,025^2$$

$$I_x = 33992,31 \text{ cm}^4$$

$$\tau = \frac{V}{I} \int \frac{y \, dx \, dy}{b(y)}$$



$$\tau_1 = \frac{5 \times 20 \times 9,975}{20} \times \frac{V}{I} = 49,875 \frac{V}{I}$$

$$\tau_{max} = \frac{5 \times 23,525^2}{2 \times 8} \cdot \frac{V}{I} = 276,71 \frac{V}{I}$$

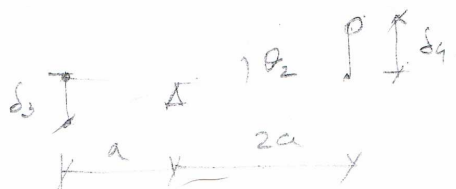
PARA $V = 1000 \text{ kg}$,

$$I = 33992,31 \text{ cm}^4$$

$$\tau_{max} = 8,14 \text{ kg/cm}^2$$

Resistencia de Materiales 1N

- EL DESCENSO DEL PUNTO B. SE COMPONE DE:
- 1 - EL DESCENSO DE LA MENSCUA BC
 - 2 - EL DESCENSO PROVOCADO POR LA ROTACION DEL NUDO C, DE LA VIGA CD DEBIDO AL MOMENTO EN C.
 - 3 - EL DESCENSO PROVOCADO POR EL DESPLAZ. DE D.



$$\uparrow \delta_1 = -\frac{Pa^3}{3EI}$$



$$\theta_B = \frac{2Pa(2a)}{3EI} = \frac{4Pa^2}{3EI}$$

$$\uparrow \delta_2 = -\frac{4Pa^3}{3EI}$$



$$\uparrow \delta_4 = \frac{Pa^3}{3EI}$$

$$\uparrow \delta_3 = -\frac{Pa^3}{3EI} \cdot \frac{1}{(2a)} \cdot a = -\frac{Pa^3}{6EI}$$

$$\uparrow \delta = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 = -\frac{11}{6} \frac{Pa^3}{EI}$$

$$S: a = 2,0 \text{ m}$$

$$P = 1000 \text{ kg}$$

$$E = 3,0 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$$

$$I = 33992,31$$

$$\delta = 1,438 \text{ cm (centímetros)}$$