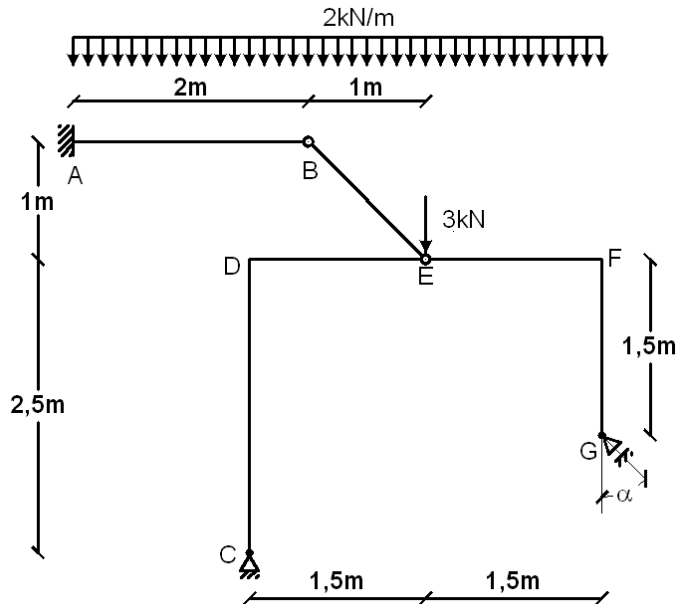


**EXAMEN – DICIEMBRE 2011**

**Ejercicio 1:**

En la estructura de barras de la figura actúa una carga vertical uniformemente distribuida por unidad de longitud horizontal de 2kN/m en las barras ABEF y una carga vertical concentrada de 3kN en el nudo E. En G existe un apoyo deslizando cuya reacción forma un ángulo  $\alpha$  con la vertical. Se pide:

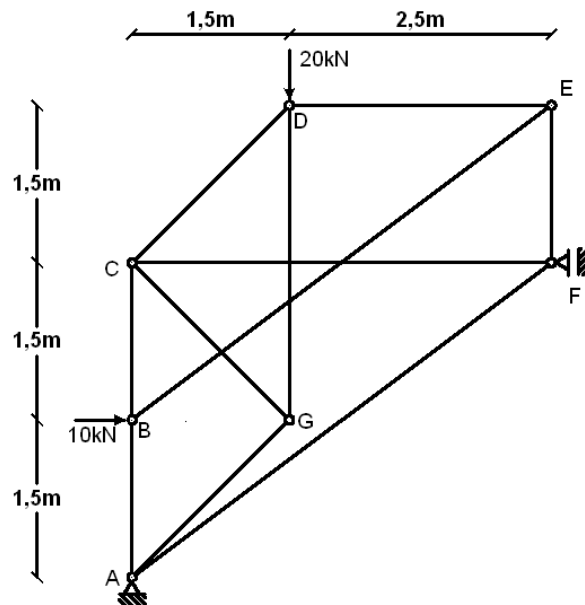
- Para los casos en que  $\alpha$  vale  $0^\circ$  y  $45^\circ$ , indicar si la estructura es invariante. Explicar porqué.
- Para el caso en que la estructura sea invariante, trazar los diagramas de solicitaciones en todas las barras.



**Ejercicio 2:**

El reticulado de la figura está sometido a una carga horizontal de 2kN en B y una carga vertical de 1kN en D. Se pide:

- Calcular las fuerzas en todas las barras
- El desplazamiento en todos los nudos, indicando módulo dirección y sentido en función de EA.



**Ejercicio 3:**

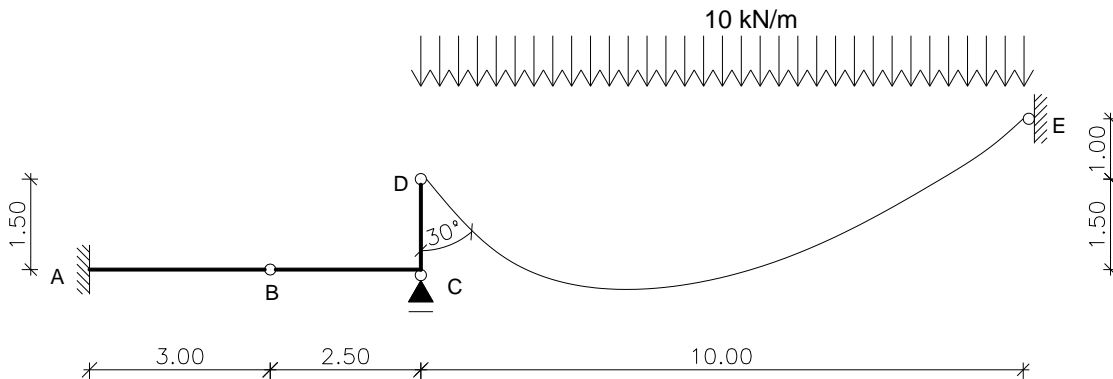
La estructura de la figura adjunta (cotas en metros), está formada por la estructura de barras **ABCD** y un cable **DE** (flexible, inextensible y sin peso). En el cable, actúa una carga vertical hacia abajo, uniformemente distribuida por unidad de longitud horizontal de **10 kN/m**.

Se sabe que el cable, en **D**, forma un ángulo de **30°** con la barra **CD** (ver la figura).

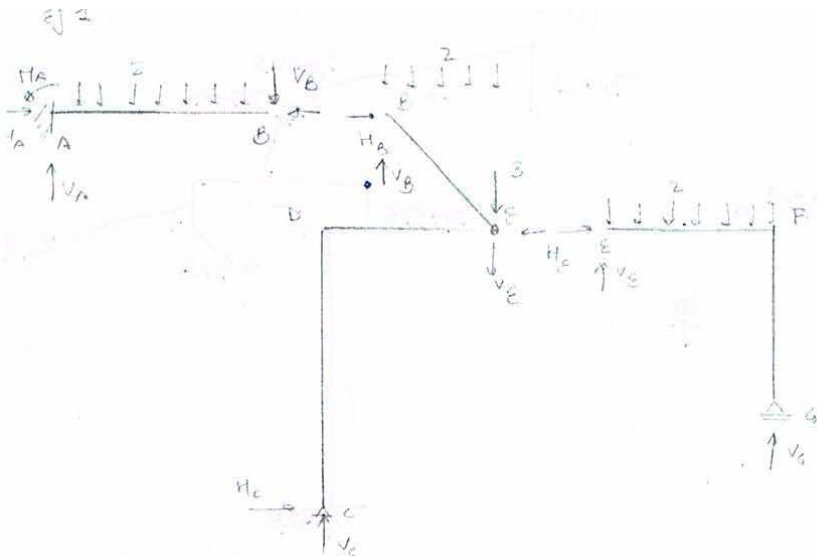
Se pide:

Dimensionar la estructura de barras, mediante la utilización de 2 perfiles **PNC apareados**, sabiendo que la máxima deformación admitida en el punto **D**, es de **2 cm** y que  $\sigma_{adm}^{tracción} = 140\text{MPa}$ ,  $\sigma_{adm}^{compresión} = 100\text{MPa}$  y  $\tau_{adm} = 100\text{MPa}$

(Se admite que el desplazamiento del punto **D**, no influye en la configuración del cable y se desprecia la deformación por fuerza directa en las barras).



Resistencia de Materiales 1N



$$V_g = \frac{2 \times 1,5}{2} = 1,5 \text{ kN}$$

$$V_e = 1,5 \text{ kN}$$

$$H_g = 0$$

$$V_B + V_C = 2 \times 1 + 3 + V_E = 6,5 \text{ kN}$$

$$H_B + H_C = 0$$

$$M_B = 2 \times 0,5 + 3 + V_E + V_C \times 0,5 - H_C \times 3,5 = 0 \Rightarrow 5,5 + 0,5 V_C - 3,5 H_C = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \end{array} \right.$$

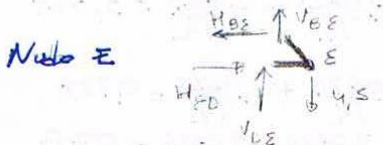
$$M_E^{DER} = V_C \times 1,5 - H_C \times 2,5 = 0 \Rightarrow H_C = 0,6 V_C$$

$$\rightarrow 5,5 + 0,5 V_C - 3,5 \times 0,6 V_C = 0 \rightarrow 5,5 - 1,6 V_C = 0 \Rightarrow V_C = 3,4375 \text{ kN}$$

$$H_C = 2,0625 \text{ kN}$$

$$H_B = -2,0625 \text{ kN}$$

$$V_B = 6,5 - V_C = 3,0625 \text{ kN}$$



$$V_{DE} = V_C = 3,4375 \text{ kN}$$

$$H_{ED} = H_C = 2,0625 \text{ kN}$$

$$V_{BE} = 4,5 - V_{DE} = 1,0625 \text{ kN}$$

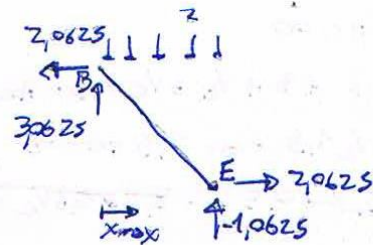
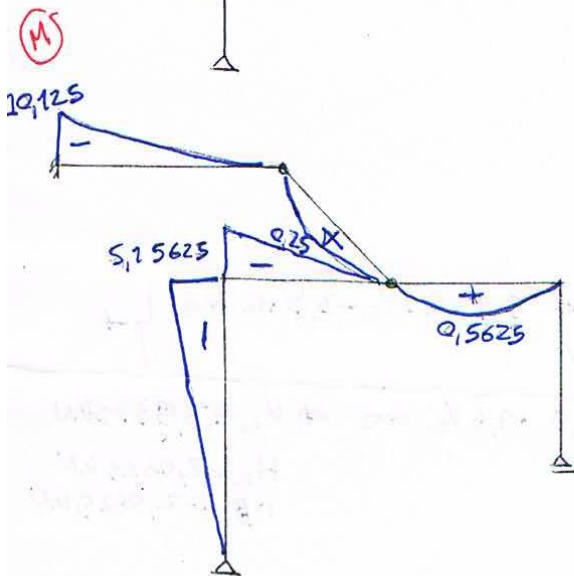
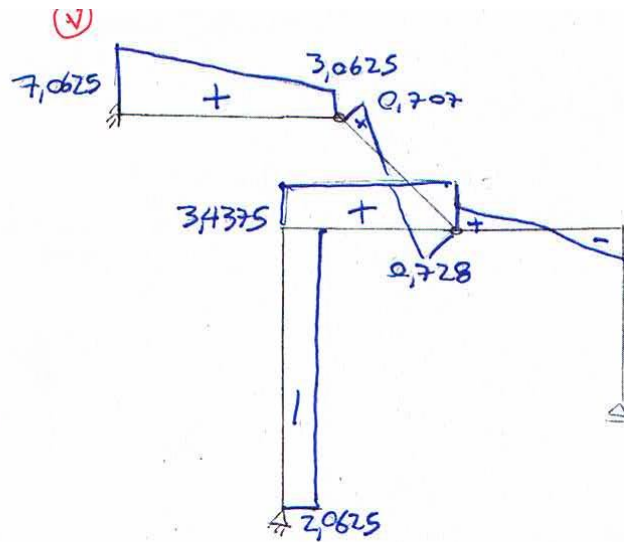
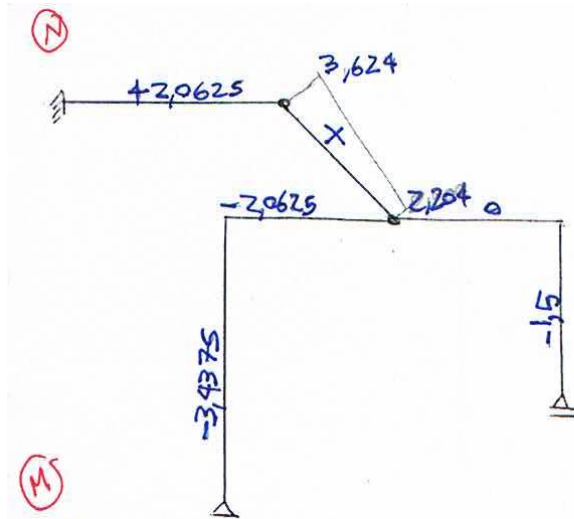
$$H_{BE} = H_{ED} = 2,0625 \text{ kN}$$

$$V_A = 2 \times 2 + V_B = 7,0625 \text{ kN}$$

$$H_A = H_B = -2,0625 \text{ kN}$$

$$M_A = 2 \times 2 \times 1 + V_B \times 2 = 10,125 \text{ kNm}$$

Resistencia de Materiales 1N



$$V_B^{\perp} = \frac{3.0625}{\sqrt{2}} - \frac{2.0625}{\sqrt{2}} = 0.707$$

$$H_B^{\parallel} = \frac{3.0625}{\sqrt{2}} + \frac{2.0625}{\sqrt{2}} = 3.624$$

$$V_E^{\perp} = \frac{-1.0625}{\sqrt{2}} + \frac{2.0625}{\sqrt{2}} = 0.728$$

$$V_E^{\parallel} = \frac{3.0625}{\sqrt{2}} - \frac{1.0625}{\sqrt{2}} = 0.707$$

$$x_{max} = 1 \Rightarrow M_{max} = +0.25$$

Resistencia de Materiales 1N

$\begin{matrix} 12 & 22 & \{ 3 \} \\ 12 & 53 & \} \end{matrix}$

$\begin{matrix} 5 \\ 4 \end{matrix} \left| \begin{matrix} BE \\ AF \end{matrix} \right.$

Ej 2

Nudo B

$$F_{BE} \frac{4}{5} + 10 = 0 \Rightarrow F_{BE} = -12,5$$

$$F_{BC} - F_{AB} + F_{BE} \frac{3}{5} = 0$$

Nudo E

$$F_{BE} \frac{4}{5} + F_{DE} = 0 \Rightarrow F_{DE} = 10$$

$$F_{BE} \frac{3}{5} + F_{EF} = 0 \Rightarrow F_{EF} = 7,5$$

Nudo D

$$\frac{F_{CD}}{\sqrt{2}} = F_{DE} \Rightarrow F_{CD} = 10\sqrt{2}$$

$$\frac{F_{CD}}{\sqrt{2}} + F_{DG} + 20 = 0 \Rightarrow F_{DG} = -30$$

Nudo G

$$F_{CG} + \frac{F_{DG}}{\sqrt{2}} = 0 \Rightarrow F_{CG} = \frac{30}{\sqrt{2}}$$

$$F_{AG} = \frac{F_{DG}}{\sqrt{2}} \Rightarrow F_{AG} = -\frac{30}{\sqrt{2}}$$

Nudo C

$$F_{CP} + \frac{F_{CD}}{\sqrt{2}} + \frac{F_{CG}}{\sqrt{2}} = 0 \Rightarrow F_{CP} = -\frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \frac{30}{2} = -25$$

$$F_{BC} = \frac{F_{CD}}{\sqrt{2}} - \frac{F_{CG}}{\sqrt{2}} \Rightarrow F_{BC} = \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \frac{30}{2} = -5$$

$\downarrow$   
 $F_{AB} = F_{BC} + F_{BE} \frac{3}{5} = -5 - 12,5 \times \frac{3}{5}$   
 $F_{AB} = -12,5$

$\sum M_A = 0 \Rightarrow H_F \cdot 3 = 1,5 \times 10 + 20 \times 1,5 \Rightarrow H_F = 15$

$\sum V = 0 \Rightarrow V_A = 20 \text{ kN}$

$\sum H = 0 \Rightarrow H_A = H_F - 10 = 15 - 10 = 5$

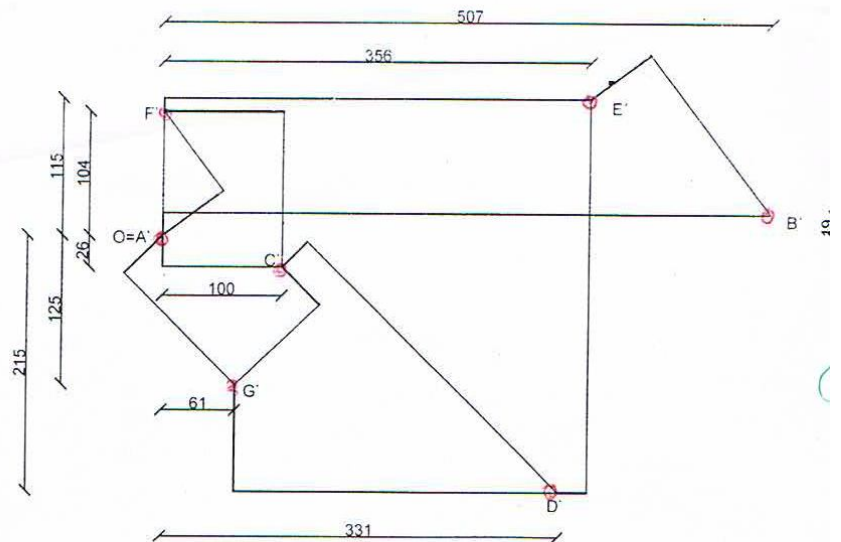
Nudo F

$$F_{AF} \frac{4}{5} + F_{CP} + 15 = 0 \Rightarrow F_{AF} = +12,5$$

Resistencia de Materiales 1N

	F	L	$\Delta L = \frac{FL}{EA}$	
AB	-12,5	1,5	-18,75	-26,25
BC	-5	1,5	-7,5	
CD	+10 $\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$ 1,5	30	
DE	10	2,5	25	
EF	7,5	1,5	11,25	
AF	12,5	5	62,5	
AG	-30 $\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$ 1,5	-45	
CG	30 $\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$ 1,5	45	
CF	-25	4	-100	
BE	-12,5	5	-62,5	
DG	-30	3	-90	

	$\delta V \uparrow$	$\delta H \rightarrow$
A	0	0
B	19	307
C	-26	100
D	-215	331
E	<del>145</del>	356
F	104	0
G	-125	61



Resistencia de Materiales 1N

Ej 3

$H_A$   
 $V_A$   
 $H_B$   
 $V_B$   
 $V_D$   
 $H_D$   
 $V_C$   
 $H_C$   
 $T_D$   
 $V_D$   
 $H_D$   
 $T_E$

$1253$   
 $1717$   
 $1950$   
 $1958$

$42,27$   
 $27,29$

$H_B = 19,30 \Rightarrow H_D = 19,30 V_D$   
 $M_C = V_D \cdot 10 + H_D \cdot 1 - 10 \times 10^2 = 0$   
 $V_D \cdot 10 + 19,30 V_D = \frac{10^3}{2} \Rightarrow V_D = 47,27$   
 $H_D = 27,29$

$27,29 \times 1,5 = V_B \cdot 2,5$   
 $V_B = 16,374$   
 $H_B = 27,29$   
 $V_C = 42,27 + 16,374 = 58,644$

$H_A = 27,29$   
 $V_A = 16,374$   
 $M_A = 16,374 \times 3 = 49,122$

$49,122 \text{ kNm}$   
 $40,935$   
 $27,29$   
 $16,374$   
 $27,29$   
 $16,374$

$N = 27,29 \text{ kN}$   
 $M = 49,122 \text{ kNm}$

$N = -47,25$   
 $M = 40,935$

$27,29 \times 10^3 / 250 = 109,16 \text{ MPa}$   
 $49,122 \times 10^3 / 250 = 196,488 \text{ MPa}$   
 $140 \times 10^6$   
 $128,6 \text{ MPa}$

$47,25 \times 10^3 / 250 = 189 \text{ MPa}$   
 $40,935 \times 10^3 / 250 = 163,74 \text{ MPa}$   
 $100 \times 10^6$   
 $89,85 \text{ MPa}$

Sup 2 RNC 20  $\Rightarrow W = 19$   
 $I = 32$   
 $\sigma^T = 132,8 \text{ MPa}$

Sup 2 RNC 22  $\Rightarrow W = 24$   
 $I = 32$   
 $\sigma^C = -89,85 \text{ MPa}$

Resistencia de Materiales 1N

$$\uparrow F_B = \frac{PL^3}{3EI} = \frac{16,374 \times 10^3 \times 300^3}{3EI} = \frac{1,474 \times 10^{10}}{EI}$$

$$\delta_D^1 = \frac{\delta_B}{2,5} = \frac{8,842 \times 10^{10}}{EI} = \frac{4421}{I}$$

$$\delta_D^2 = \frac{PL^3}{3EI} = \frac{27,29 \times 10^3 \times 150^3}{3EI} = \frac{3,09 \times 10^{10}}{EI} = 1535$$

$$\delta_D^3 = \frac{ML}{3EI} = \frac{10,935 \times 10^5 \times 250}{3EI} =$$

$$\delta_D^3 = \ominus 150 = \frac{2558}{I}$$

$$\delta_D = \delta_D^1 + \delta_D^2 + \delta_D^3 = \frac{8514}{I} < 2 \text{ cm} \quad \rightarrow \quad \frac{I}{2E} > 4257 \rightarrow I_C = 2128 \text{ cm}^4$$

$\Downarrow$   
 2 PNC 22