

Primer parcial – 29 de septiembre de 2022

Ejercicio 1

Considerando la sección de la Figura 1:

- a) Determinar cuál es el momento máximo que puede soportar un elemento con dicha sección transversal, teniendo una tensión admisible de $\sigma_{adm} = 140 \text{ MPa}$.

Nota: Asuma que solo hay momento flector sobre el elemento.

Se tiene la estructura de la Figura 2, la cual está materializada con la sección de la parte a). En ella hay aplicadas: una carga distribuida constante hacia abajo de 10 kN/m sobre la barra BC, una carga puntual P horizontal hacia la izquierda en el nodo D y una carga distribuida lineal hacia abajo aplicada en FG cuyo valor en el nodo F es de 15 kN/m.

- b) Hallar reacciones en función de la carga P.
c) Trazar diagramas de directa, cortante y momento flector (N, V y M) en función de la carga P.
d) Halle P para que no se supere el momento máximo hallado en la parte a).

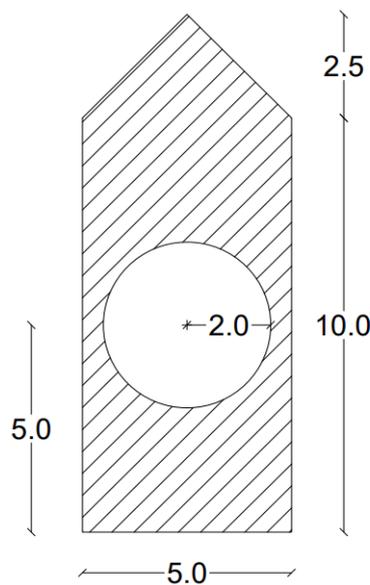


Figura 2: Sección transversal.

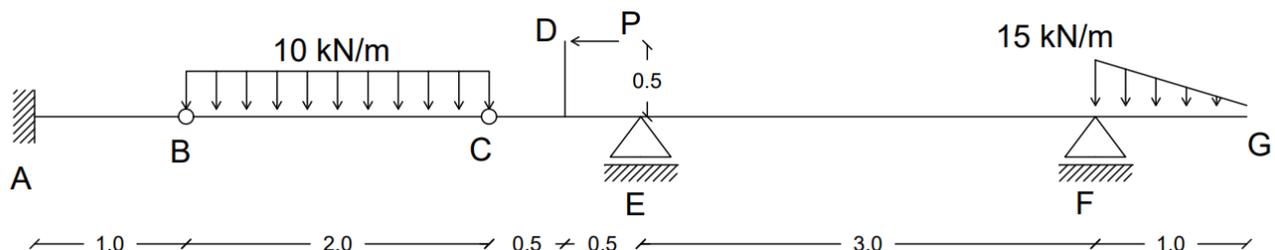


Figura 1: Estructura estudiada.

Solución:

Ejercicio 1:

a) Posición del baricentro de la sección:

Por tener un eje vertical de simetría sabemos que dicho eje será el eje y, luego el eje x se ubicará a una altura y_G medida desde la fibra inferior de la sección:

$$y_G = \frac{5 \cdot 10 \cdot 5 - \pi \cdot 2^2 \cdot 5 + 5 \cdot 2,5/2 \cdot (10 + \frac{2,5}{3})}{5 \cdot 10 - \pi \cdot 2^2 + 5 \cdot 2,5/2} \cong 5,8346$$

Momento de inercia según x:

$$I_x = \frac{5 \cdot 10^3}{12} + 5 \cdot 10 \cdot (5,8346 - 5)^2 - \frac{\pi \cdot 2^4}{4} - \pi \cdot 2^2 \cdot (5,8346 - 5)^2 + \frac{5 \cdot 2,5^3}{36} + 5 \cdot 2,5/2 \cdot (10 + \frac{2,5}{3} - 5,8346)^2$$

$$I_x \cong 588,516 \text{ cm}^4$$

Módulo resistente:

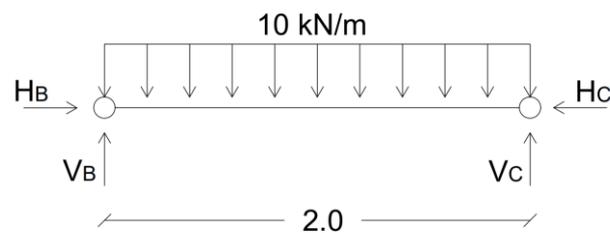
$$W = \frac{I}{y_{\text{máx}}} = \frac{588,516 \text{ cm}^4}{6,6654 \text{ cm}} \cong 88,294 \text{ cm}^3$$

Momento máximo:

$$\sigma_{adm} = \frac{M_{\text{máx}}}{W}$$

$$M_{\text{máx}} = 140 \text{ MPa} \cdot 88,294 \text{ cm}^3 = 12,361 \text{ kNm}$$

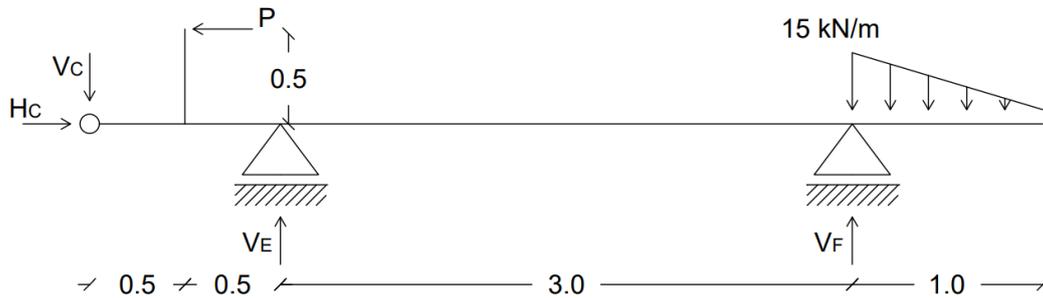
b) Aislamos y estudiamos el tramo BC:



- $\sum V = 0$ y simetría $\leftrightarrow V_B = V_C = \frac{10 \text{ kN/m} \cdot 2 \text{ m}}{2} = 10 \text{ kN}$
- $\sum H = 0 \leftrightarrow H_B = H_C$

Estudiamos el tramo CDEFG:

Resistencia de Materiales 1



- $\sum H = 0 \leftrightarrow H_C = P$
- $\sum V = 0 \leftrightarrow V_E + V_F = \frac{15 \text{ kN/m} \cdot 1 \text{ m}}{2} + 10 \text{ kN}$
- $\sum M_C = 0 \leftrightarrow P \cdot 0,5 \text{ m} + V_E \cdot 1 \text{ m} + V_F \cdot 4 \text{ m} - 7,5 \text{ kN} \cdot (4 \text{ m} + 1/3 \text{ m}) = 0$

Se resuelve el sistema, obteniendo:

$$V_F = 5 \text{ kN} - 1/6 \cdot P$$

$$V_E = 12,5 \text{ kN} + 1/6 \cdot P$$

Aislamos el tramo AB:



- $\sum H = 0 \leftrightarrow H_A = H_B = H_C = P$
- $\sum V = 0 \leftrightarrow V_A = V_B = 10 \text{ kN}$
- $\sum M_B = 0 \leftrightarrow V_A \cdot 1 \text{ m} - M_A = 0$

Por lo cual:

$$H_A = P \rightarrow$$

$$V_A = 10 \text{ kN} \uparrow$$

$$M_A = 10 \text{ kNm} \curvearrowleft$$

$$V_E = 12,5 \text{ kN} + 1/6 \cdot P \uparrow$$

$$V_F = 5 \text{ kN} - 1/6 \cdot P \uparrow$$

c)

Diagrama de directa N (kN):

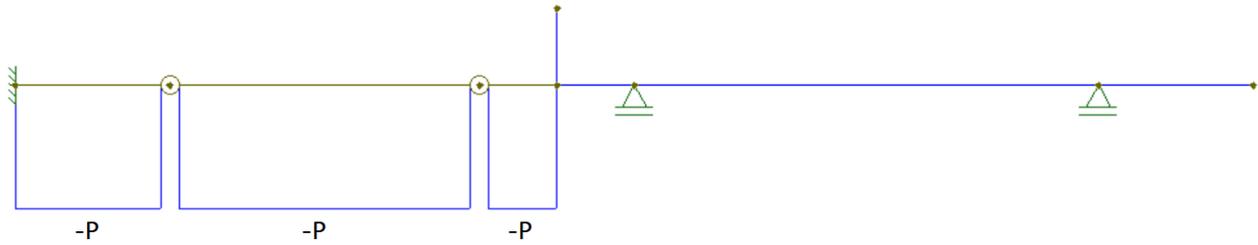


Diagrama de cortante V (kN):

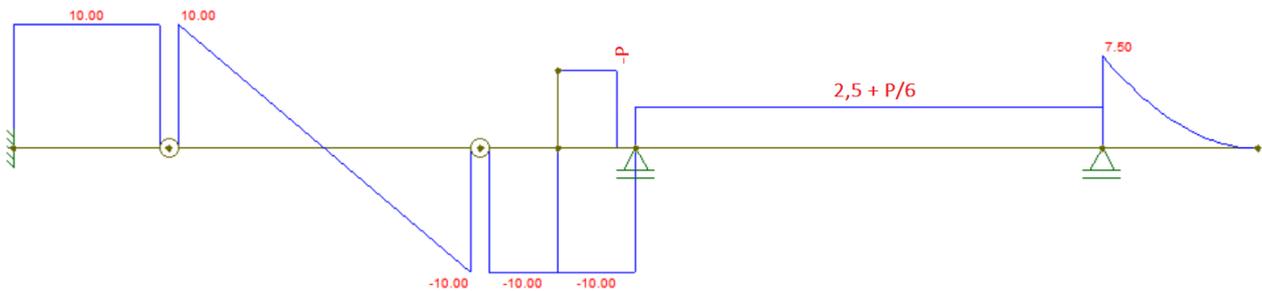
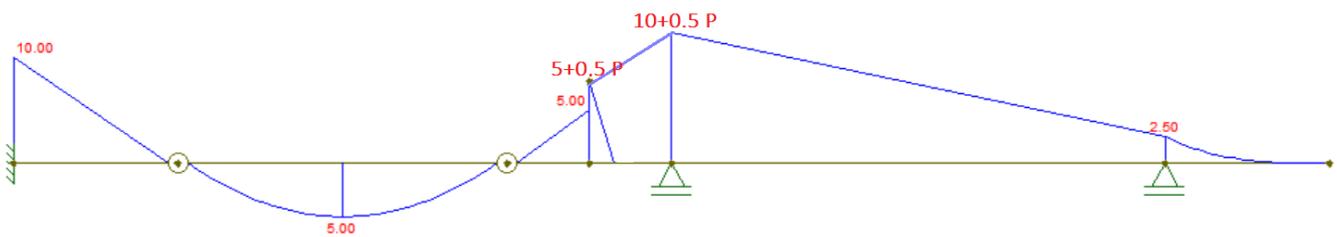


Diagrama de momento flector M (kN):



d)

$$M_{\text{m}\acute{a}\text{x}} = 10 \text{ kN} + 0,5 \cdot P_{\text{m}\acute{a}\text{x}} = 12,361 \text{ kN}$$

$$P_{\text{m}\acute{a}\text{x}} = 4,722 \text{ kN}$$