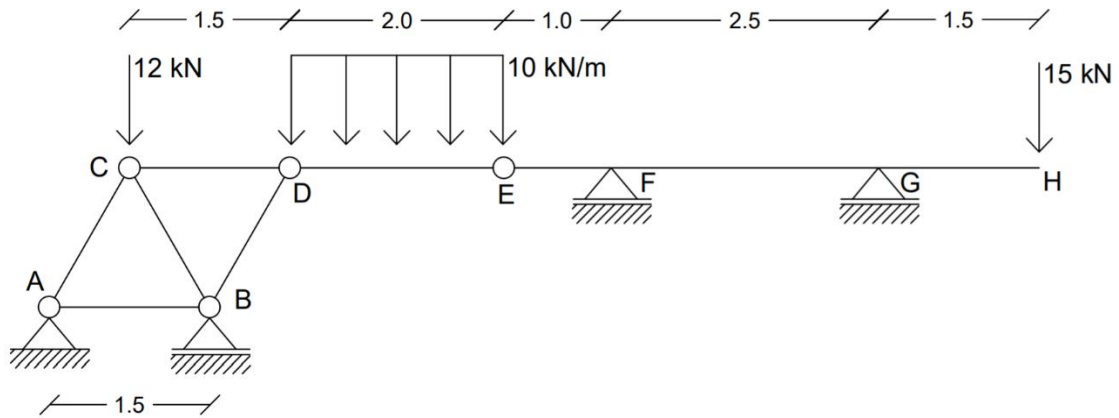


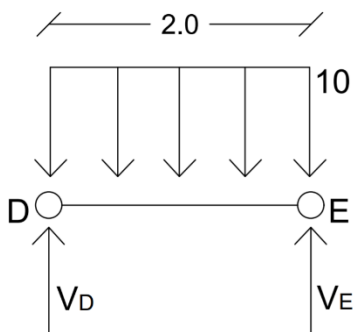
Ejercicio 1)

Se toman los datos del Conjunto 1.



a) Reacciones en función de P, Q y q:

Se estudia el tramo DE: H_E es nula debido a que si se estudia el tramo EFGH no tenemos otra fuerza horizontal que pueda equilibrarla. Como H_E es nula, H_D también lo es.



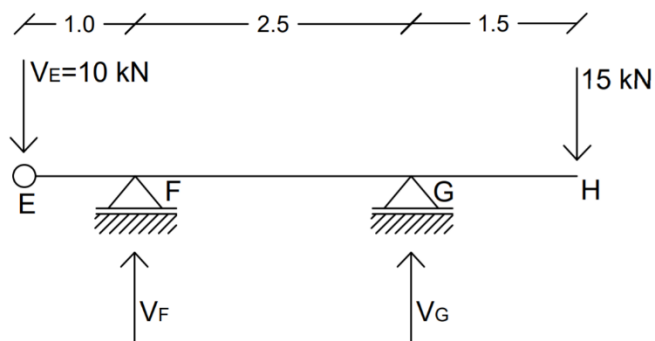
$$\bullet \quad \sum M_D = 0 \rightarrow q \cdot 2m \cdot 1m - V_E \cdot 2m = 0$$

$$V_E = q$$

$$\bullet \quad \sum V = 0 \rightarrow V_D + V_E - q \cdot 2m = 0$$

$$V_D = q$$

Se analiza el tramo EFGH:



- $\sum M_E = 0 \rightarrow V_F \cdot 1m + V_G(1m + 2,5m) = P \cdot (1m + 2,5m + 1,5m)$

$$V_F = 5P - 3,5 V_G \quad (I)$$

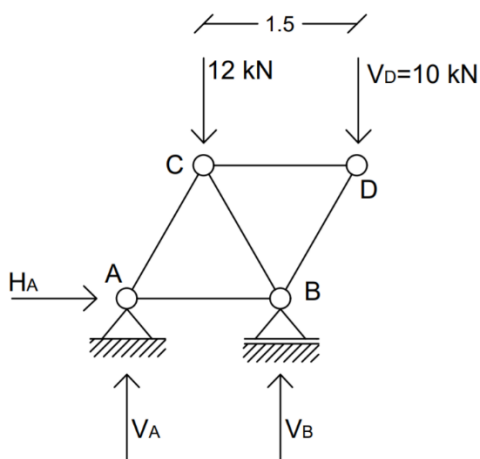
- $\sum V = 0 \rightarrow V_F + V_G = q + P \quad (II)$

Sustituyendo (I) en (II): $5P - 3,5 V_G + V_G = q + P$

$$V_G = \frac{4P - q}{2,5}$$

$$V_F = -0,6P + 1,4q$$

Se estudia el reticulado ABCD:



- $\sum H = 0 \rightarrow H_A = 0$

- $\sum M_A = 0$

$$\rightarrow V_B \cdot 1,5m = Q \cdot 0,75m + q \cdot 2,25m$$

$$V_B = 0,5Q + 1,5q$$

- $\sum V = 0 \rightarrow V_A + V_B = Q + q$

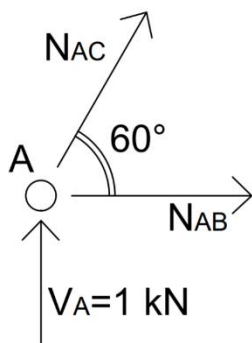
$$V_A = 0,5Q - 0,5q$$

Para las cargas de la Tabla (Conjunto 1) las reacciones son: $H_A=0$, $V_A=1 \text{ kN } \uparrow$, $V_B=21 \text{ kN } \uparrow$, $V_F=5 \text{ kN } \uparrow$ y $V_G=20 \text{ kN } \uparrow$.

b) Dimensionar reticulado: $\sigma_{adm} = 140 \text{ MPa}$

$$\text{sen}(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{cos}(60^\circ) = 0,5$$

Equilibrio de nudo A:



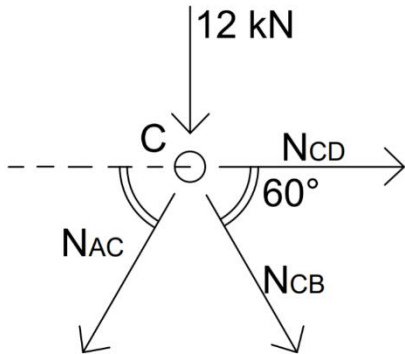
- $\sum V = 0 \rightarrow N_{AC} \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 \text{ kN} = 0$

$$N_{AC} = -\frac{2}{\sqrt{3}} \text{ kN}$$

- $\sum H = 0 \rightarrow N_{AB} + N_{AC} \frac{1}{2} = 0$

$$N_{AB} = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ kN}$$

Equilibrio de nudo C:



- $\sum V = 0 \rightarrow 12 \text{ kN} - \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ kN} \frac{\sqrt{3}}{2} + N_{CB} \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$

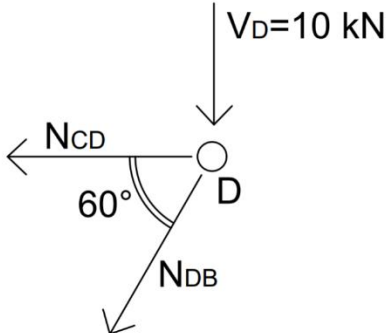
$$N_{CB} = \frac{-22}{\sqrt{3}} \text{ kN}$$

- $\sum H = 0 \rightarrow N_{CD} + N_{CB} \frac{1}{2} = N_{AC} \frac{1}{2}$

$$N_{CD} = \frac{22}{\sqrt{3}} \text{ kN} \frac{1}{2} - \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ kN} \frac{1}{2}$$

$$N_{CD} = \frac{10}{\sqrt{3}} \text{ kN}$$

Equilibrio de nudo D:



- $\sum V = 0 \rightarrow 10 \text{ kN} + N_{DB} \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$

$$N_{DB} = -\frac{20}{\sqrt{3}} \text{ kN}$$

Barras a compresión: AC, CB y DB $\rightarrow |N_{m\acute{a}x}^{comp}| = \frac{22}{\sqrt{3}} \text{ kN}$

Sección circular de diámetro d. Área sección $= \frac{d^2 \pi}{4}$

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{|N_{m\acute{a}x}^{comp}|}{A} = \frac{|N_{m\acute{a}x}^{comp}|}{d^2 \pi / 4} = \frac{22 / \sqrt{3} \text{ kN}}{d^2 \pi / 4} \leq 140 \text{ MPa}$$

Entonces:

$$d^2 \geq 1,155 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$d \geq 1,075 \text{ cm}$$

Tomamos: $d=1,5 \text{ cm}$.

Barras a tracción: AB y CD $\rightarrow |N_{m\acute{a}x}^{tracc}| = \frac{10}{\sqrt{3}} \text{ kN}$

Sección cuadrada de lado a . Área sección = a^2

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{|N_{m\acute{a}x}^{tracc}|}{A} = \frac{|N_{m\acute{a}x}^{tracc}|}{a^2} = \frac{10/\sqrt{3} \text{ kN}}{a^2} \leq 140 \text{ MPa}$$

Por tanto:

$$a^2 \geq 4,124 \times 10^{-5} \text{ m}^2$$

$$a \geq 0,642 \text{ cm}$$

Tomamos: $a=1 \text{ cm}$.

c) Dimensionar viga DEFGH:

Diagrama de cortante (kN):

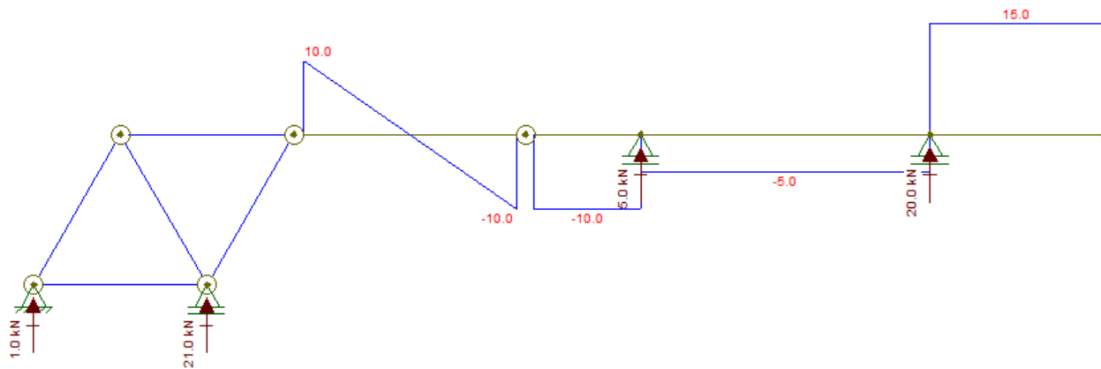
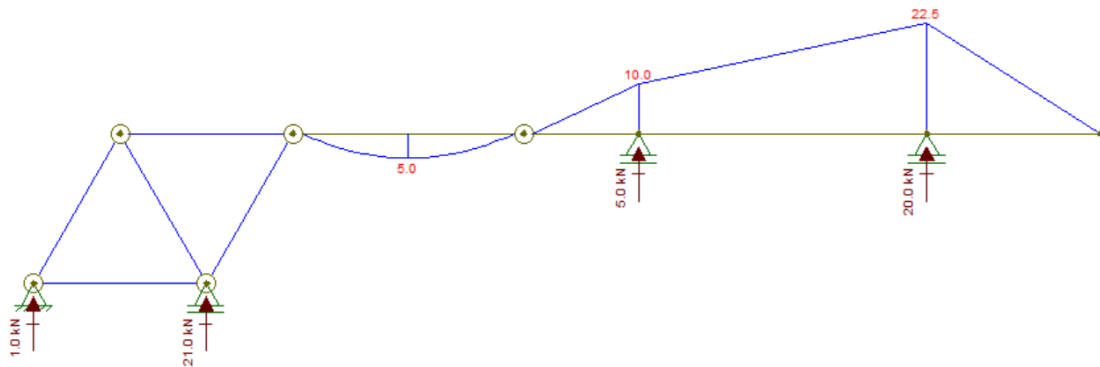


Diagrama de momento flector (kNm):



Se busca dimensionar la viga con un único PNI.

El momento flector máximo en la misma es de -22,5 kNm, y ya que no hay directa:

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{|M_{m\acute{a}x}|}{W} = \frac{22,5 \text{ kNm}}{W} \leq 140 \text{ MPa}$$

Por tanto:

$$W \geq 1,607 \times 10^{-4} \text{ m}^3 = 160,7 \text{ cm}^3$$

Tomamos un **PNI 200** cuyo módulo resistente es $W_y = 214 \text{ cm}^3$.

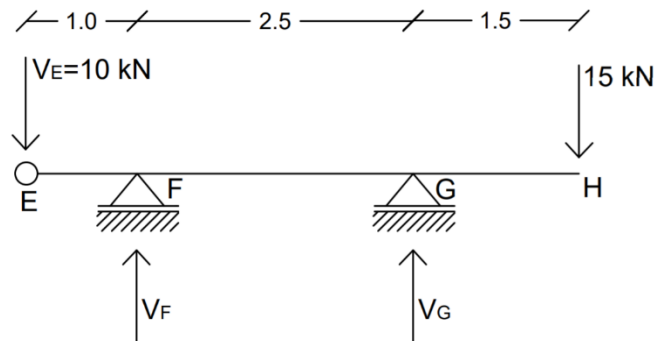
Verificamos las tensiones rasantes admisibles ($\tau_{adm} = 70 \text{ MPa}$). Para eso estudiamos la tensión rasante máxima, la cual se da en el baricentro de la sección con mayor cortante.

$V_{m\acute{a}x} = 15 \text{ kN}$.

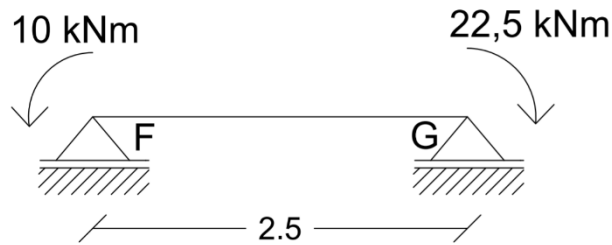
$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{V_{m\acute{a}x} \cdot \mu_G}{I_x \cdot b}$$

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{15 \text{ kN} \cdot 125 \text{ cm}^3}{2140 \text{ cm}^4 \cdot 7,5 \text{ mm}} = 11,68 \text{ MPa} \leq 70 \text{ MPa} \checkmark$$

d) Descenso en el punto medio de FG:



Para estudiar el descenso del punto medio estudiamos la viga simplemente apoyada FG con momentos aplicados en sus extremos (debido a las cargas de los voladizos).



Mediante las tablas de deflexión en vigas simplemente apoyadas proporcionadas en el curso se determina la flecha generada por dichos momentos. Se toma módulo de Young $E=210 \text{ GPa}$ y momento de segundo orden $I=2,14 \times 10^{-5} \text{ m}^4$ (obtenido de las tablas de PNI).

$$\delta_{\text{Punto medio}}^1 = \frac{ML^2}{16EI} = \frac{10 \text{ kNm} \cdot (2,5 \text{ m})^2}{16 \cdot 210 \text{ GPa} \cdot 2,14 \times 10^{-5} \text{ m}^4} = 0,087 \text{ cm} \uparrow$$

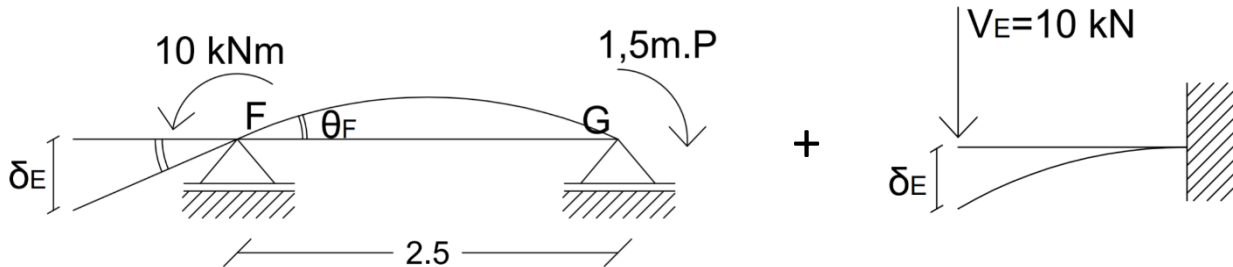
$$\delta_{\text{Punto medio}}^2 = \frac{ML^2}{16EI} = \frac{22,5 \text{ kNm} \cdot (2,5 \text{ m})^2}{16 \cdot 210 \text{ GPa} \cdot 2,14 \times 10^{-5} \text{ m}^4} = 0,196 \text{ cm} \uparrow$$

Por tanto:

$$\delta_{\text{Punto medio}}^{\text{total}} = 0,283 \text{ cm hacia arriba}$$

e) Carga P vertical para que el descenso en E sea nulo:

Para estudiar el descenso del punto E, se deben estudiar dos casos y superponerlos. Por un lado, se debe calcular el descenso asociado al giro en F (obtenido mediante el estudio de la viga simplemente apoyada con momentos aplicados en los extremos de la parte anterior) y el descenso generado al estudiar la ménsula EF (con extremo empotrado en F) con 10 kN aplicados en E. Es decir:



Viga simplemente apoyada FG:

$$\theta_F = \frac{10kNm \cdot 2,5m}{3 \cdot 210GPa \cdot 2,14 \times 10^{-5}m^4} + \frac{P \cdot 1,5m \cdot 2,5m}{6 \cdot 210GPa \cdot 2,14 \times 10^{-5}m^4}$$

$$\theta_F = 1,854 \times 10^{-7} (10000 + P \cdot 0,75)$$

Por tanto:

$$\delta_E^1 = \theta_F \cdot 1m = 1,854 \times 10^{-7} (10000 + P \cdot 0,75) \downarrow$$

Ménsula EF:

$$\delta_E^2 = \frac{10kN \cdot (1m)^3}{3 \cdot 210GPa \cdot 2,14 \times 10^{-5}m^4} = 7,417 \times 10^{-4}m \downarrow$$

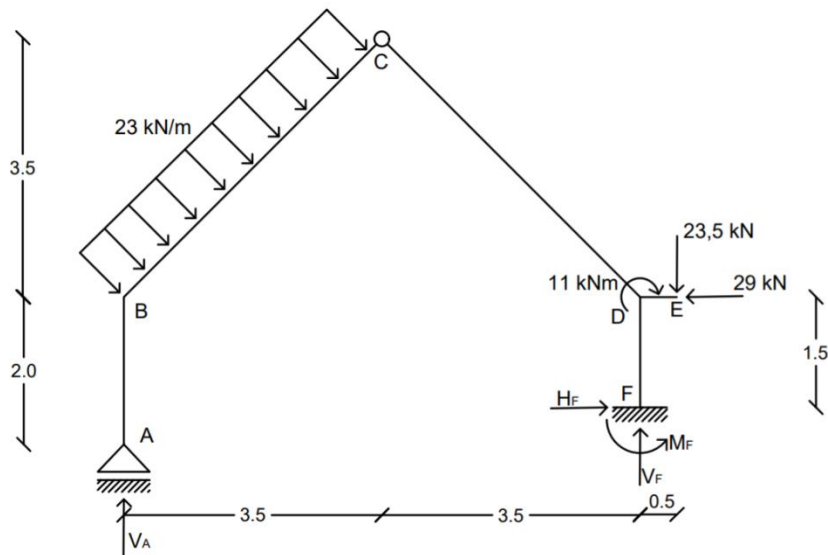
Ahora:

$$\delta_E = \delta_E^1 + \delta_E^2 = 0$$

Despejamos P, y obtenemos: **P=-18667,6 N**. Por tanto, al aplicar una carga P vertical hacia arriba de módulo 18667,6 N aproximadamente, obtenemos un descenso nulo en E.

Ejercicio 2)

Se toman los datos del Conjunto 1.



a) Reacciones:

Positivo hacia arriba (reacciones verticales), hacia la derecha (reacciones horizontales) y en sentido antihorario (momento).

$$L_{BC} = \sqrt{2} \cdot 3,5 \text{ m} = \sqrt{24,5} \text{ m} \cong 4,95 \text{ m}$$

$$\bullet \quad \sum M_C^{izq} = 0 \rightarrow 23 \text{ kN/m} \cdot \sqrt{24,5} \text{ m} \cdot \frac{\sqrt{24,5} \text{ m}}{2} = V_A \cdot 3,5 \text{ m}$$

$$\mathbf{V_A = 80,5 \text{ kN}}$$

$$\bullet \quad \sum V = 0 \rightarrow V_A + V_F - 23,5 \text{ kN} - 23 \text{ kN/m} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{24,5} \text{ m} = 0$$

$$\mathbf{V_F = 23,5 \text{ kN}}$$

$$\bullet \quad \sum H = 0 \rightarrow H_F - 29 \text{ kN} + 23 \text{ kN/m} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{24,5} \text{ m} = 0$$

$$\mathbf{H_F = -51,5 \text{ kN}}$$

$$\bullet \quad \sum M_C^{der} = 0 \rightarrow$$

$$23,5 \text{ kN} \cdot 4 \text{ m} + 11 \text{ kNm} + 29 \text{ kN} \cdot 3,5 \text{ m} - V_F \cdot 3,5 \text{ m} - H_F \cdot 5 \text{ m} - M_F = 0$$

$$\mathbf{M_F = 381,75 \text{ kNm}}$$

b) Diagramas de solicitaciones:

Diagrama de directa (kN):

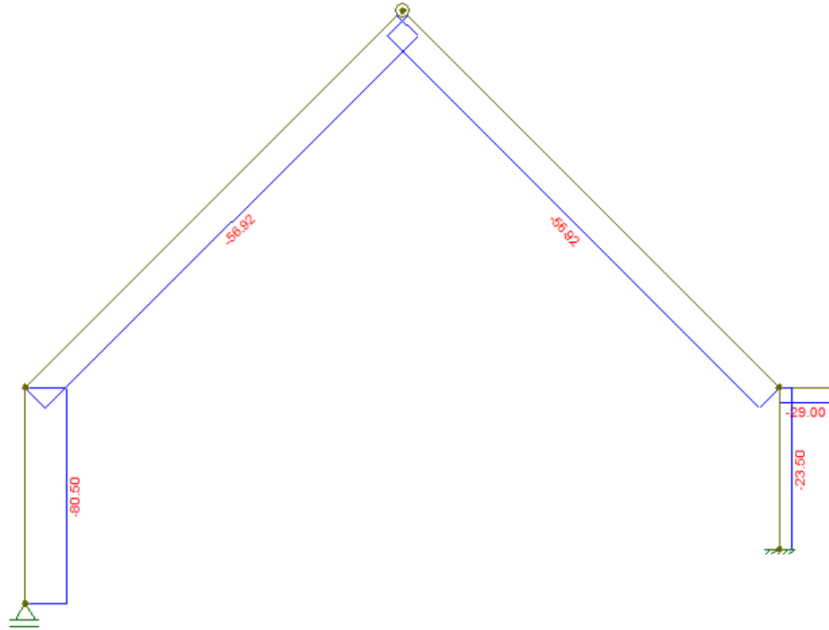


Diagrama de cortante (kN):

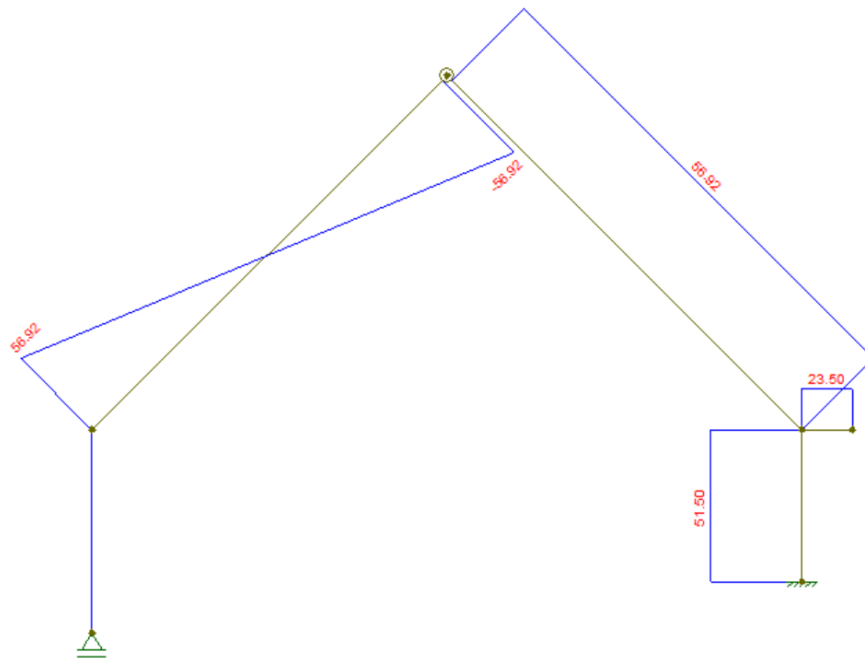
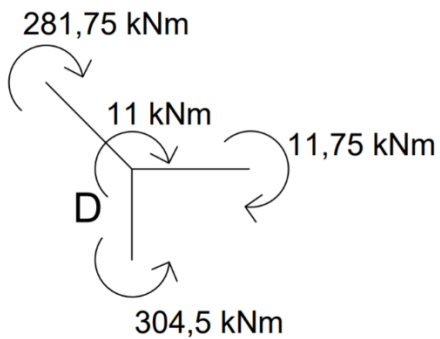
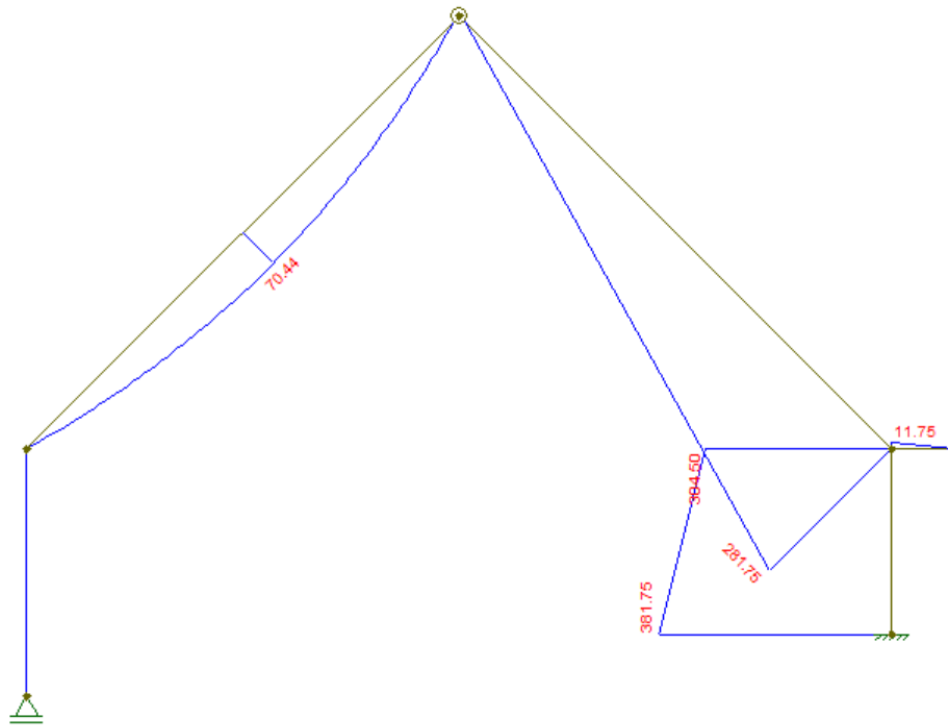


Diagrama de momento flector (kNm):



$$\bullet \sum M_i + M_{ext} = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow 281,75kNm + 11,75kNm - 304,5kNm + 11kNm = 0 \checkmark$$

c) Dimensionar con sección cuadrada:

Sección cuadrada de lado a . Área sección = a^2 . $\sigma_{adm} = 140 MPa$.

El momento máximo se da en la barra DF y vale $M_{m\acute{a}x}=381,75 kNm$. La directa asociada a dicha barra es de valor $N=23,5 kN$ (de compresión).

Predimensiono utilizando solo la tensión normal generada por el momento flector máximo:

$$\frac{M_{m\acute{a}x}}{W} = \frac{381,75 \text{ kNm} \cdot a/2}{a^4/12} \leq 140 \text{ MPa}$$

$$a \geq 0,254 \text{ m}$$

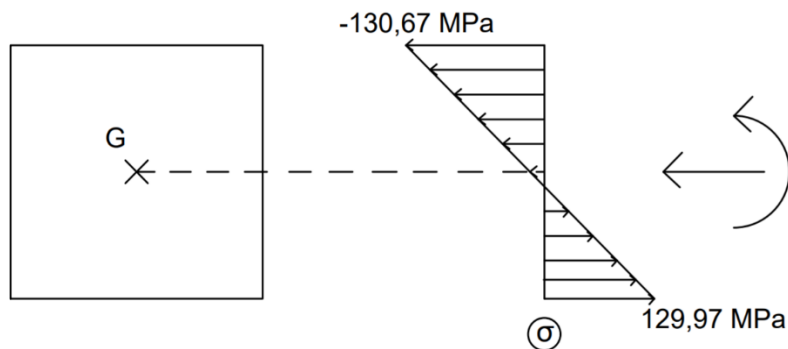
Tomo $a = 26 \text{ cm}$ y corroboro que no se superen la tensi3n admisible al agregar la componente asociada a la directa:

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{M_{m\acute{a}x}}{W} + \frac{N}{A} = \frac{381,75 \text{ kNm}}{2,93 \times 10^{-3} \text{ m}^3} + \frac{23,5 \text{ kN}}{0,0676 \text{ m}^2} \cong 130,67 \text{ MPa}$$

Dado que la tensi3n normal m\acute{a}xima es menor a la tensi3n admisible, podemos dimensionar con una secci3n cuadrada de lado $a = 26 \text{ cm}$.

d) Diagrama de tensiones normales y rasantes:

La secci3n con mayores tensiones normales es la secci3n en el empotramiento F. El diagrama de tensiones normales en dicha secci3n es el siguiente:

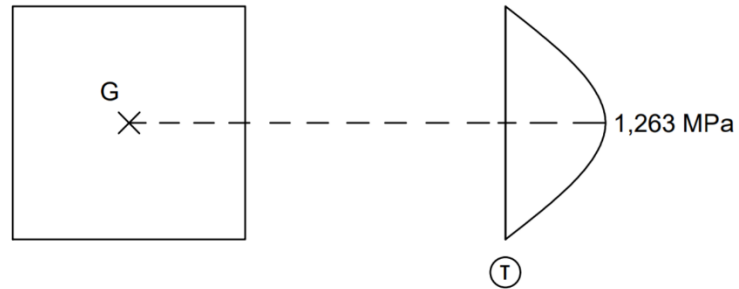


$$\sigma_{comp} = \frac{M_{m\acute{a}x}}{W} + \frac{N}{A} = \frac{381,75 \text{ kNm}}{2,93 \times 10^{-3} \text{ m}^3} + \frac{23,5 \text{ kN}}{0,0676 \text{ m}^2} \cong 130,67 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{tracc} = \frac{M_{m\acute{a}x}}{W} - \frac{N}{A} = \frac{381,75 \text{ kNm}}{2,93 \times 10^{-3} \text{ m}^3} - \frac{23,5 \text{ kN}}{0,0676 \text{ m}^2} \cong 129,97 \text{ MPa}$$

Solución 2do Parcial 2021

Las secciones con mayores tensiones rasantes son las que tienen mayor cortante ($V_{m\acute{a}x}=56,92$ kN). El diagrama de tensiones rasantes en dichas secciones es el siguiente (sigue función polinómica de 2do grado):



$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{V_{m\acute{a}x} \cdot \mu_G}{I_x \cdot b} = \frac{56,92 \text{ kN} \cdot (a \cdot a/2 \cdot a/4)}{(a^4/12) \cdot a} = \frac{56,92 \text{ kN} \cdot 2,197 \times 10^{-3} \text{ m}^3}{3,808 \times 10^{-4} \text{ m}^4 \cdot 0,26 \text{ m}} \cong 1,263 \text{ MPa}$$