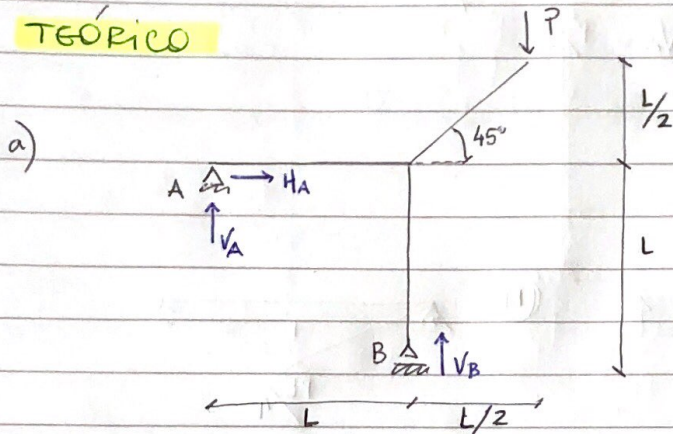


SEGUNDO PARCIAL - RESISTENCIA de MATERIALES I

Diciembre 2020

TEÓRICO

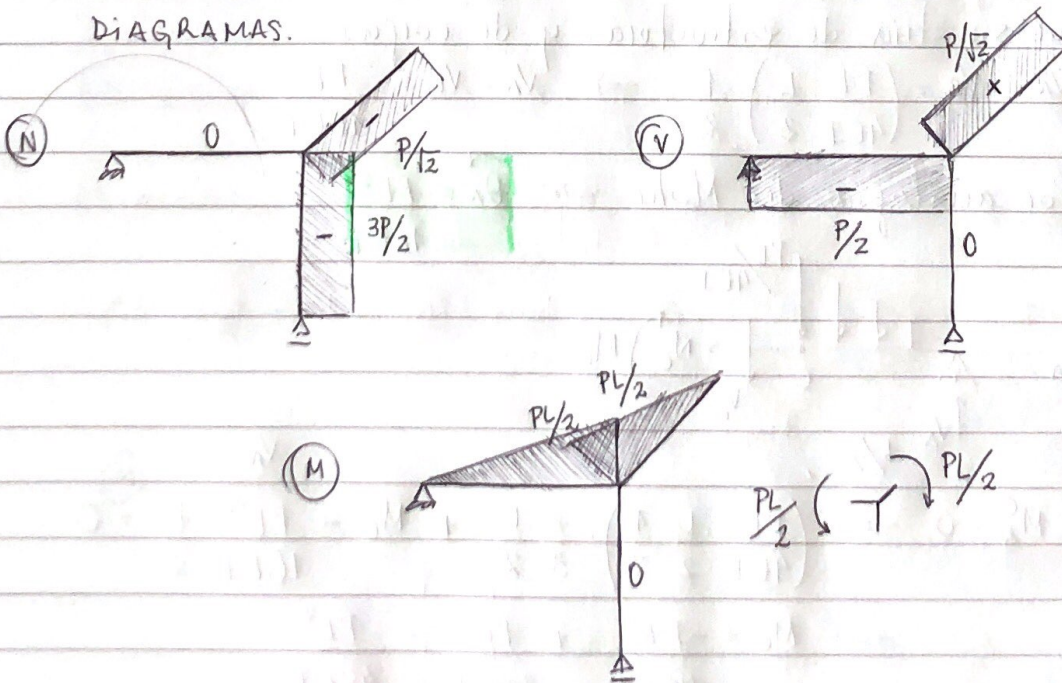


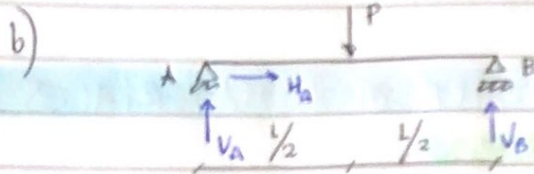
$$\sum M^B = 0 \Rightarrow P \cdot L/2 + V_A \cdot L = 0 \Rightarrow V_A = -P/2$$

$$\sum V = 0 \Rightarrow V_A + V_B = P \Rightarrow V_B = 3P/2$$

$$\sum H = 0 \Rightarrow H_A = 0$$

DIAGRAMAS.



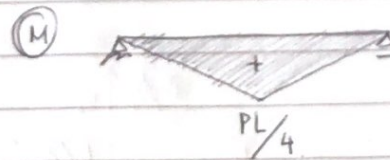
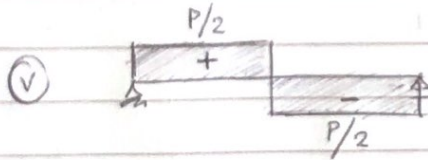


$$\sum M_A = V_B \cdot L - P \cdot \frac{L}{2} = 0 \rightarrow V_B = \frac{P}{2}$$

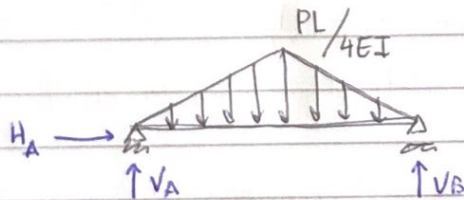
$$\sum V = V_A + V_B = P \Rightarrow V_A = \frac{P}{2}$$

$$\sum H = H_A = 0$$

DIAGRAMAS



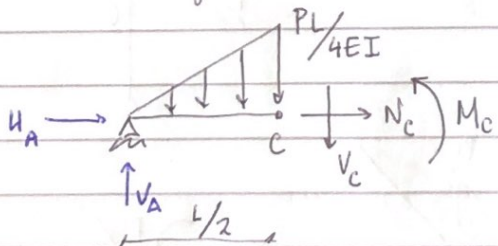
VIGA ANALÓGA.



→ Por simetría de estructuras y de cargas:

$$V_A = V_B = \left(\frac{PL \cdot L}{4EI \cdot 2} \right) \frac{1}{2} \Rightarrow V_A = V_B = \frac{PL^2}{16EI}$$

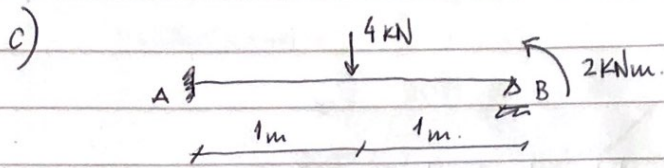
→ Por analogía de Mohr $\Rightarrow \theta_A = \frac{PL^2}{16EI}$



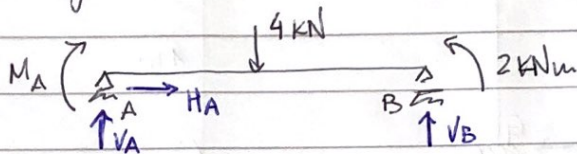
$$\sum M^C = 0 \Rightarrow \left(\frac{PL \cdot L \cdot 1}{4EI \cdot 2 \cdot 2} \right) \frac{1}{3} \frac{L}{2} + M_C - \frac{V_A \cdot L}{16EI \cdot 2} = 0$$

$$\Rightarrow M_C = \frac{-PL^3}{96EI} + \frac{PL^3}{32EI} = \frac{PL^3}{48EI}$$

→ Por analogía de Mohr $\Rightarrow \delta_C = \frac{PL^3}{48EI}$



Trabajo con la estructura auxiliar:



→ Se debe imponer $\theta_A = 0$ por ser A un empotramiento.

De imponer lo anterior se obtiene M_A .

$$\theta_A = \frac{4 \text{ kN} \cdot (2 \text{ m})^2}{16 EI} + \frac{2 \text{ kNm} \cdot 2 \text{ m}}{6 EI} + \frac{M_A \cdot 2 \text{ m}}{3 EI} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{M_A}{3} = -\frac{8 \text{ kNm}}{16} - \frac{2 \text{ kNm}}{6} \Rightarrow M_A = -2,5 \text{ kNm}$$

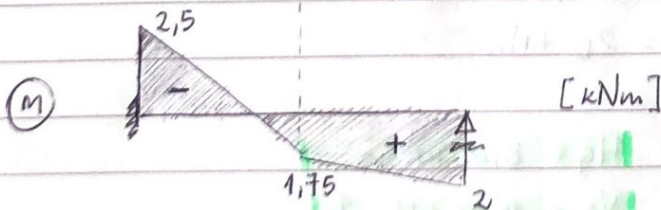
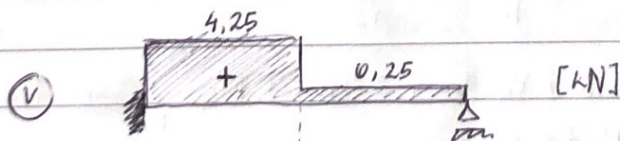
→ Se realiza equilibrio para determinar las reacciones.

$$\sum M^A = 0 \Rightarrow V_B \cdot 2 \text{ m} + 2 \text{ kNm} - 4 \text{ kN} \cdot 1 \text{ m} + 2,5 \text{ kNm} = 0$$

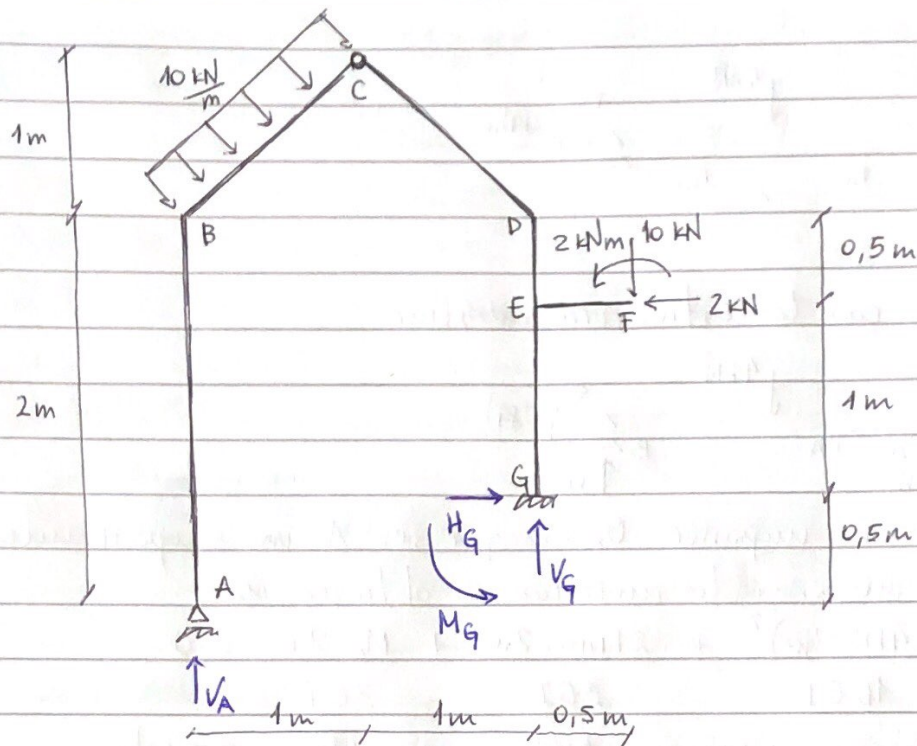
$$\Rightarrow V_B = -0,25 \text{ kN}$$

$$\sum V = 0 \Rightarrow V_A + V_B = 4 \text{ kN} \Rightarrow V_A = 4,25 \text{ kN}$$

DIAGRAMAS



PRÁCTICO



* Para la resolución del ejercicio se toma $q = 10 \text{ kN/m}$ y $P = 10 \text{ kN}$.

$$a) \quad \sum H = 0 \Rightarrow 10 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot \sqrt{2} \text{ m} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + H_G - 2 \text{ kN} = 0 \Rightarrow H_G = -8 \text{ kN}$$

$$\sum M_C^{\text{izq}} = 0 \Rightarrow 10 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot \sqrt{2} \text{ m} \cdot \frac{\sqrt{2} \text{ m}}{2} - V_A \cdot 1 \text{ m} = 0 \Rightarrow V_A = 10 \text{ kN}$$

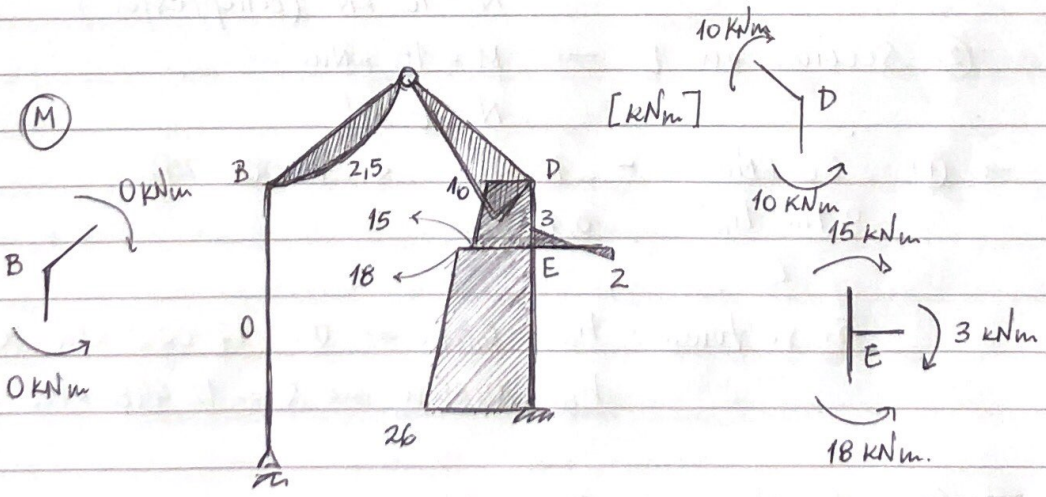
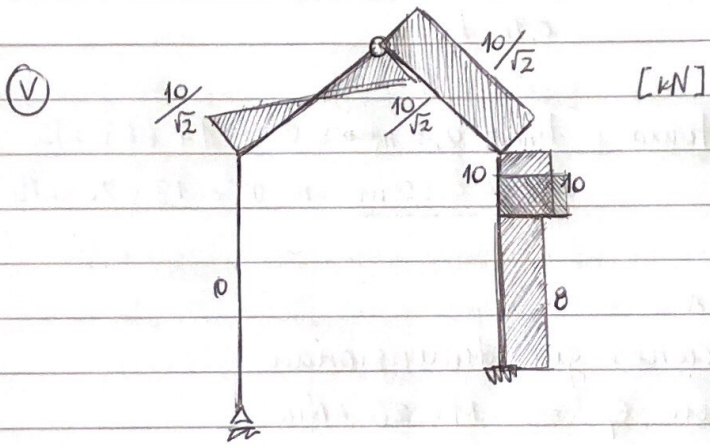
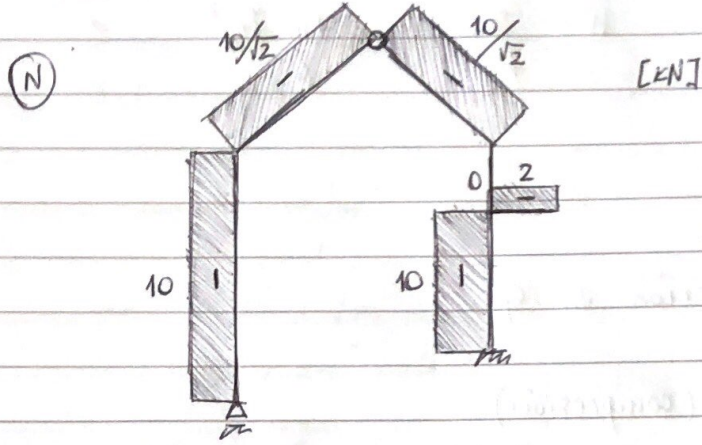
$$\sum V = 0 \Rightarrow V_A + V_G - 10 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot \sqrt{2} \text{ m} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - 10 \text{ kN} = 0 \Rightarrow V_G = 10 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} \sum M_C^{\text{der}} = 0 &\Rightarrow H_G \cdot 2,5 \text{ m} + V_G \cdot 1 \text{ m} + 2 \text{ kNm} + M_G - 10 \text{ kN} \cdot 1,5 \text{ m} \\ &\quad - 2 \text{ kN} \cdot 1,5 \text{ m} = 0 \\ &\Rightarrow M_G = 26 \text{ kNm} \end{aligned}$$

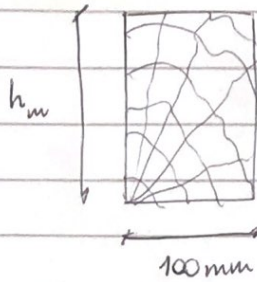
\Rightarrow Reacciones :

- $H_G = 8,0 \text{ kN} \leftarrow$
- $V_A = 10,0 \text{ kN} \uparrow$
- $V_G = 10,0 \text{ kN} \uparrow$
- $M_G = 26 \text{ kNm} \curvearrowright$

b) DIAGRAMAS.



c)



$$I = \frac{b h_m^3}{12} = \frac{0,1 \text{ m} \cdot h_m^3}{12}$$

$$W = \frac{I}{h_m/2} = \frac{0,1 \text{ m} \cdot h_m^2}{6}$$

- FIBRA COMPRIMIDA.

- Dimensiona sección en G

- $M = 26 \text{ kNm}$

- $N = 10 \text{ kN}$ (compresión)

$$\Rightarrow \frac{26 \text{ kNm}}{0,1 \text{ m} \cdot h_m^2} + \frac{10 \text{ kN}}{0,1 \text{ m} \cdot h_m} < 16.000 \text{ kPa}$$

$$\Rightarrow \text{Si se toma: } h_m = 0,3 \text{ m} \Rightarrow \sigma = 17.667 \text{ kPa} \quad \times$$

$$\underline{h_m = 0,35 \text{ m}} \Rightarrow \sigma = 13.020 \text{ kPa} \quad \checkmark$$

- FIBRA TRACCIONADA.

- 2 posibles secciones que dimensionan.

① Sección en G $\Rightarrow M = 26 \text{ kNm}$

$N = 10 \text{ kN}$ (compresión)

② Sección en E $\Rightarrow M = 15 \text{ kNm}$

$N = 0 \text{ kN}$

$$\Rightarrow \text{①: } \frac{26 \text{ kNm}}{0,1 \text{ m} \cdot h_m^2} - \frac{10 \text{ kN}}{0,1 \text{ m} \cdot h_m} < 13.000 \text{ kPa}$$

$$\text{Si se toma: } h_m = 0,3 \text{ m} \Rightarrow \sigma = 17.000 \text{ kPa} \quad \times$$

$$\underline{h_m = 0,35 \text{ m}} \Rightarrow \sigma = 12.448 \text{ kPa} \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow \text{②: } \frac{15 \text{ kNm}}{0,1 \text{ m} \cdot h_m^2} < 13.000 \text{ kPa}$$

$$\text{Si se toma: } h_m = 0,3 \Rightarrow \sigma = 10.000 \text{ kPa} \quad \checkmark$$

• CORTANTE

- Dimensionar las secciones con $V = 10 \text{ kN}$

* Se tiene que μ se maximiza cuando se calcula el correspondiente a media sección y tiene un valor

$$\mu_{\max} = \frac{b h_m^2}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{10 \text{ kN} \cdot 0,1 \text{ m} \cdot h_m^2}{0,1 \text{ m} \cdot h_m^3 \cdot 0,1 \text{ m} \cdot 8} = \frac{3 \cdot 10 \text{ kN}}{2 \cdot 0,1 \text{ m} \cdot h_m} < 2.000 \text{ kPa}$$

Si se toma: $h_m = 0,3 \text{ m} \rightarrow \sigma = 500 \text{ kPa} \checkmark$

Luego de verificar las distintas tensiones se tiene que la altura necesaria h_m es $h_m = 35 \text{ cm}$

d) • DIAGRAMA DE TENSIONES NORMALES

- La sección más solicitada es la G.

$$\Rightarrow \sigma_{\text{comp}} = \frac{26 \text{ kNm}}{0,1 \text{ m} (0,35 \text{ m})^2} + \frac{10 \text{ kN}}{0,1 \text{ m} \cdot 0,35 \text{ m}} = 13.020 \text{ kPa}$$

$$\Rightarrow \sigma_{\text{trac}} = \frac{26 \text{ kNm}}{0,1 \text{ m} \cdot (0,35 \text{ m})^2} - \frac{10 \text{ kN}}{0,1 \text{ m} \cdot 0,35} = 12.448 \text{ kPa}$$

• DIAGRAMA DE TENSIONES RASANTES

- Las secciones más solicitadas son aquellas con $V = 10 \text{ kN}$.

$$\Rightarrow \tau_m = \frac{10 \text{ kN} \cdot 0,1 \text{ m} \cdot (0,35 \text{ m})^2 / 8}{0,1 \text{ m} (0,35 \text{ m})^3 / 12 \cdot 0,1 \text{ m}} = 429 \text{ kPa}$$

