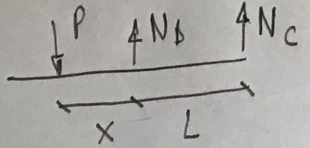
1) a)

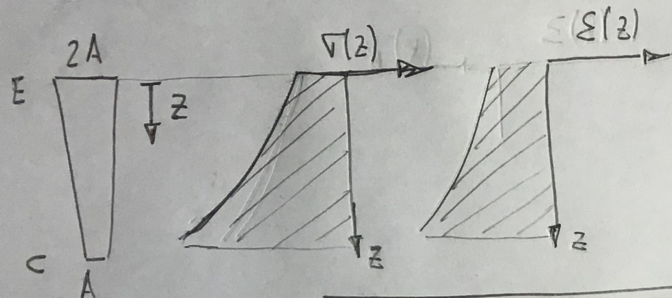


$\Sigma M_{C}=0 \rightarrow N_B L = P(L+x) \rightarrow N_B = \frac{P(L+x)}{L}$

$\Sigma M_{B}=0 \rightarrow N_C . L = Px \rightarrow N_C = \frac{-Px}{L}$

$$\left.\begin{aligned} \sigma_B &= \frac{N_B}{A} \\ \sigma_B &= E\varepsilon \\ \varepsilon_B &= \frac{\delta_B}{L} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{P(L+x)}{\cancel{L}.A} = E\,\frac{\delta_B}{\cancel{L}} \Rightarrow \boxed{x = \frac{\delta_B E A}{P} - L}$$

b)



$A(z) = A\,(2 - z/L)$; $\boxed{\sigma_C = \frac{N_C}{A(x)} = \underbrace{\frac{-Px}{L.A}}_{cte}\,\frac{1}{(2 - z/L)}}$; $\boxed{\varepsilon_C = \underbrace{\frac{-Px}{E.A.L}}_{cte}\,\frac{1}{(2 - z/L)}}$

c)

$$\varepsilon_C = \frac{dH}{dz} \Rightarrow \int_{H_E=0}^{H_C(L)} dH = -\frac{Px}{E.A.L}\int_0^L \frac{1}{(2-z/L)}\,dz \Rightarrow H_C = \frac{-Px}{EA\cancel{L}}\int_2^1 \frac{-\cancel{L}\,dv}{v}$$

C.V. $v = (2 - z/L)$

$dv = \frac{-1}{L}dz \rightarrow dz = -L\,dv$

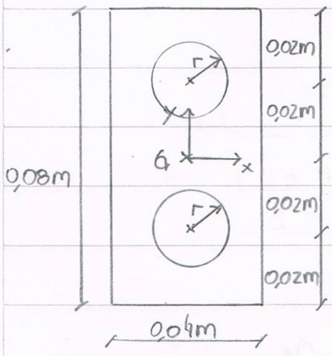
$$\Rightarrow H_C = \frac{Px}{EA}\,\ln v\,\Big|_2^1 \Rightarrow H_C = \frac{Px}{EA}(\ln 1 - \ln 2) \rightarrow \boxed{H_C = \frac{Px}{EA}\ln(1/2)}$$

Solución Ejercicio 2 - Primer Parcial R1 2020

Para realizar la solución de este ejercicio se toman los valores correspondientes al primer set de datos:

$a = 5800\ Nm$ $\quad b = 0{,}04\,m$ $\quad h = 0{,}08\,m$ $\quad a = 2{,}1\,m$ $\quad P = 1000\,N$ $\quad q = 1500\ N/m$ $\quad M = 1000\ Nm$

Parte a. Calcular el radio máximo para que resista un momento de 5800 Nm



Como la sección es simétrica el centro de masa G se ubica en el centro (a 0,04m del borde).

$$\sigma_{adm} \geq \frac{M}{W_x} \qquad W_x = \frac{I_x}{y_{máx}} \qquad I_x = I_{x_{rec.}} - 2\, I_{x_{circ.}}$$

$y_{máx} \rightarrow h/2 = 0{,}04\,m$

$$I_x = \frac{b h^3}{12} - 2\left[\frac{\pi r^4}{4} + \pi r^2 \left(\frac{h}{4}\right)^2\right] = 1{,}706 \times 10^{-6}\,m^4 - 2\left[\frac{\pi r^4}{4} + \pi r^2 (0{,}02\,m)^2\right]$$

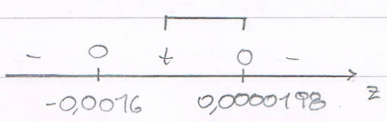
$$140 \times 10^6\,Pa \geq \frac{5800\,Nm \cdot 0{,}04\,m}{I_x} \Rightarrow I_x \geq \frac{5800\,Nm\ 0{,}04\,m}{140 \times 10^6\,N/m^2} = 1{,}657 \times 10^{-6}\,m^4$$

$$\Rightarrow 1{,}706 \times 10^{-6}\,m^4 - 0{,}5\pi r^4 - 0{,}0008\,m^2\,\pi r^2 \geq 1{,}66 \times 10^{-6}\,m^4$$

$$-1{,}57\, r^4 - 0{,}0025\,m^2\, r^2 + 0{,}05 \times 10^{-6}\,m^4 \geq 0 \qquad C\ de\ V:\ z = r^2$$

$$-1{,}57\, z^2 - 0{,}0025\,m^2\, z + 0{,}05 \times 10^{-6}\,m^4 \geq 0$$

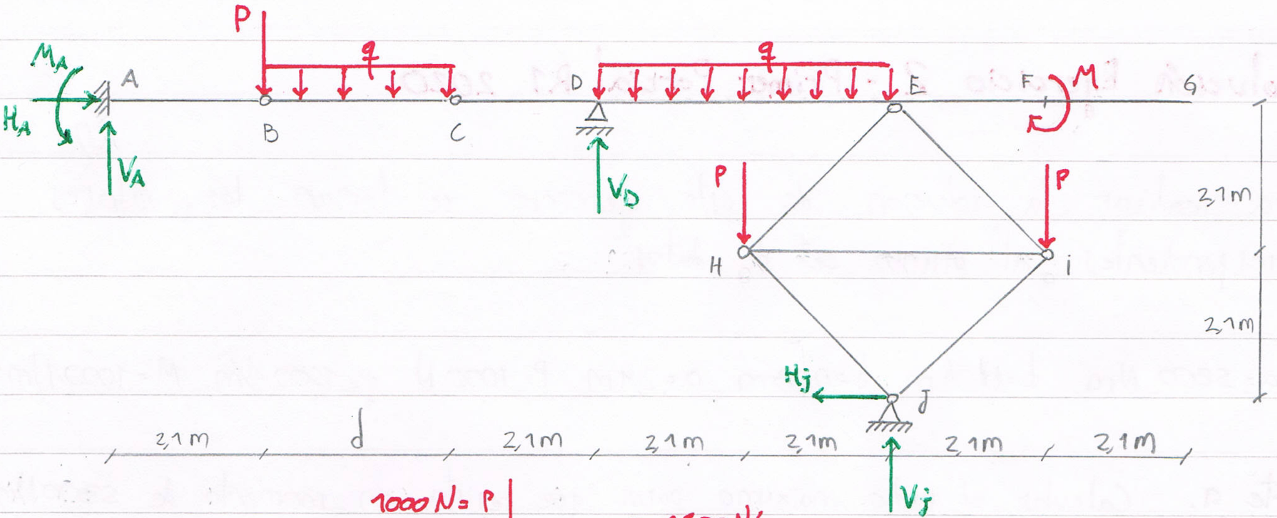
Hallo las raíces: $z = -0{,}0016\,m^2$ $\quad z = 0{,}0000198\,m^2$



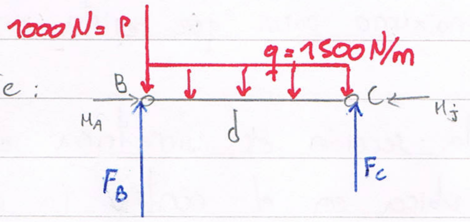
$\Rightarrow r^2$ debe estar entre 0 y $0{,}0000198\,m^2$

$\Rightarrow 0\,m \leq r \leq 0{,}0044\,m \Rightarrow \boxed{r = 4\,mm}$

Parte b. Hallar d / $M_{máx}^{AB} = 5800\ Nm$



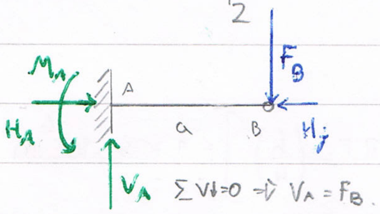
Aislo tramo flotante:

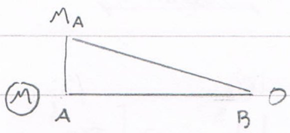


$$\sum \vec{M_c} = 0 \Rightarrow F_B \cdot d - P \cdot d - q d \cdot \frac{d}{2} = 0 \Rightarrow \boxed{F_B = P + \frac{qd}{2}}$$

$$\Rightarrow \sum V\downarrow = 0 \Rightarrow F_B + F_c = P + q \cdot d \Rightarrow F_c = \frac{qd}{2}$$

Me quedo con el tramo AB:





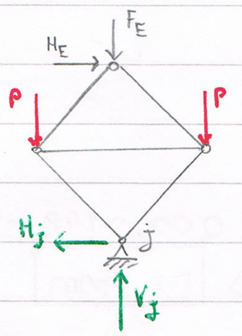
$\sum V\downarrow = 0 \Rightarrow V_A = F_B$

$$\sum \vec{M_A} = 0 \Rightarrow F_B \cdot a - M_A = 0 \Rightarrow M_A = F_B \cdot a = P a + \frac{q d a}{2}$$

$$\text{Como el } M_{máx}^{AB} = M_A \Rightarrow 5800\ Nm \geq P a + \frac{q d a}{2} \Rightarrow$$

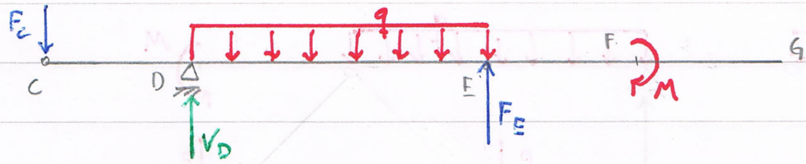
$$\Rightarrow d \leq \frac{2(5800\ Nm - Pa)}{q\,a} = \frac{2\,(5800\ Nm - 1000\,N\ 2{,}1\,m)}{1500\ N/m\ 2{,}1\,m} \Rightarrow \boxed{d \leq 2{,}35\,m}$$

Parte c. Calcular reacciones



$$\sum \vec{M_j} = 0 \Rightarrow H_E \cdot 2a = 0 \Rightarrow H_E = 0N,\quad \sum \vec{H} = 0 \Rightarrow \boxed{H_j = 0N}$$

$$\sum V\downarrow = 0 \Rightarrow F_E + 2P - V_j = 0 \Rightarrow V_j = F_E + 2P$$



$\Sigma \overset{\curvearrowleft}{M}_D = 0 \Rightarrow F_C \cdot a + F_E\, 2a - q\, 2a \cdot a - M = 0 \Rightarrow F_E = \dfrac{q\,2a^2 + M - F_C \cdot a}{2a}$

$\Rightarrow F_E = 2507\,N \Rightarrow \boxed{V_J = 4507\,N}$

$\Sigma V\downarrow = 0 \Rightarrow F_C + q\,2a - V_D - F_E = 0 \Rightarrow V_D = F_C + q\,2a - F_E \Rightarrow \boxed{V_D = 5555\,N}$

De imponer el máximo valor de d se tiene que $\boxed{M_A = 5800\,Nm}$,

por equilibrio global se sabe que $H_A = H_J \Rightarrow \boxed{H_A = 0\,N}$ y de hacer

equilibrio vertical en AB se obtiene que $V_A = F_B \Rightarrow \boxed{V_A = 2762\,N}$

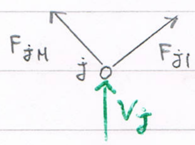
<u>Resumiendo:</u>

$M_A = 5800\,N$ G $\qquad V_D = 5555\,N \uparrow$

$V_A = 2762\,N \uparrow \qquad V_J = 4507\,N \uparrow$

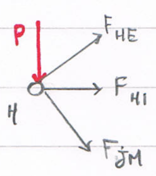
$H_A = 0\,N \qquad H_J = 0\,N$

Parte d Trazar diagramas de solicitaciones (N, V, M).



$\Sigma \vec{H} = 0 \Rightarrow F_{JH} = F_{Ji}$

$\Sigma V\uparrow = 0 \Rightarrow V_J + 2\dfrac{F_{JH}}{\sqrt{2}} = 0 \Rightarrow \boxed{F_{JH} = F_{Ji} = -3187\,N}$

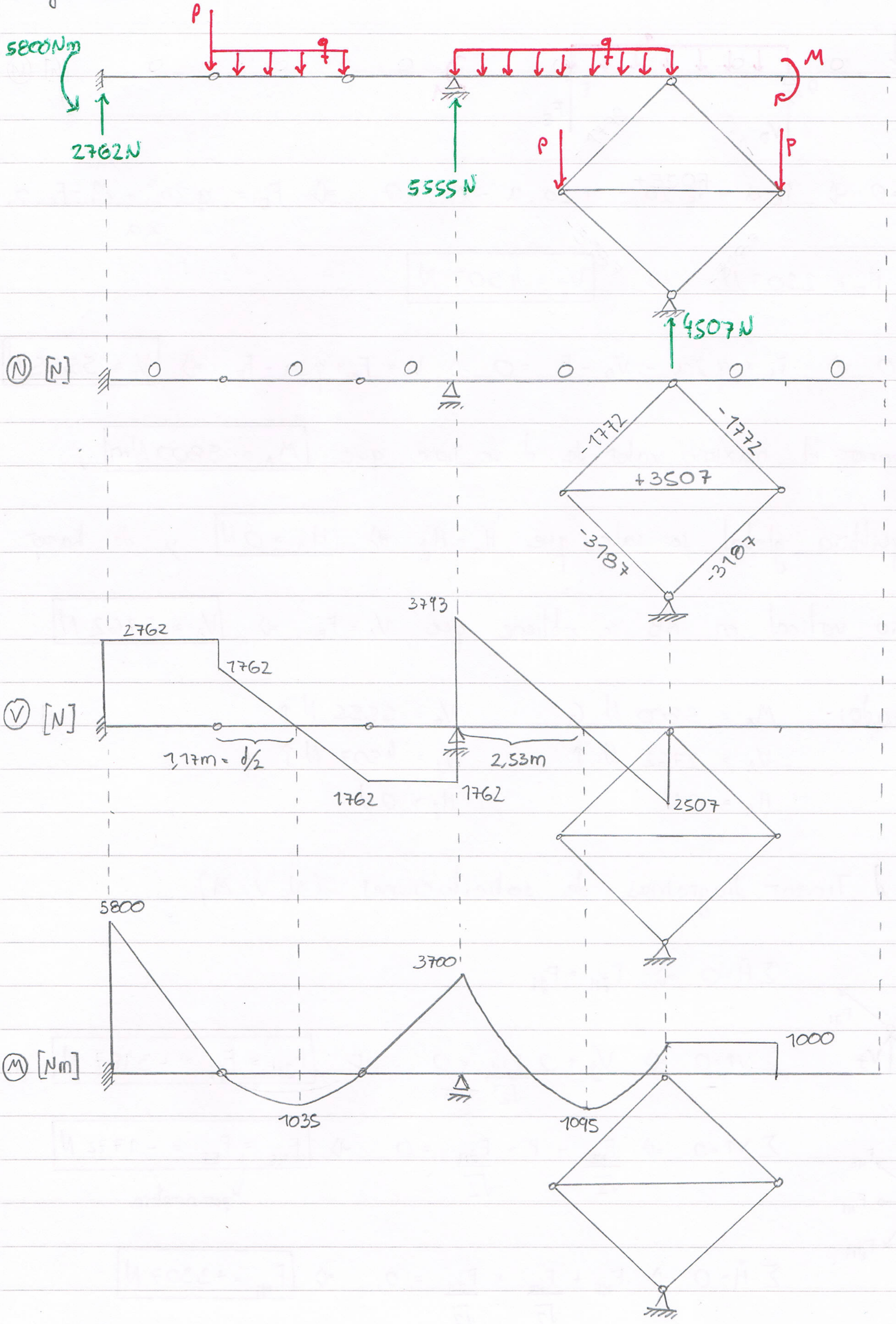


$\Sigma V\uparrow = 0 \Rightarrow \dfrac{F_{HE}}{\sqrt{2}} - P - \dfrac{F_{JH}}{\sqrt{2}} = 0 \Rightarrow \boxed{F_{HE} = F_{EI} = -1772\,N}$

por simetría

$\Sigma \vec{H} = 0 \Rightarrow F_{Hi} + \dfrac{F_{HE}}{\sqrt{2}} + \dfrac{F_{JH}}{\sqrt{2}} = 0 \Rightarrow \boxed{F_{Hi} = +3507\,N}$

Diagramas:



P
q
q
M
5800Nm
2762N
5555N
P
P
4507N
N [N]
0
0
0
0
0
0
-1772
-1772
+3507
-3187
-3187
3793
2762
1762
V [N]
1,17m = d/2
2,53m
1762
1762
2507
5800
3700
1000
M [Nm]
1035
1095

Parte e. Verificar σ en las barras BC y CG.

Los momentos máximos en las barras BC y CG son menores que 5800 Nm, que fue el momento para el cual se diseñó la sección, por lo que no se superará la tensión admisible.

Parte f. Dimensionar las barras del reticulado con una única sección expresando el diámetro como un número entero en mm.

Como pide dimensionar con una única sección se calcula para la directa con mayor valor absoluto, que resulta ser 3507 N.

$$\sigma_{máx} = \frac{3507 N}{A} \leq 140 \text{ MPa} = \sigma_{adm} \quad , \quad A = \pi\left(\frac{\phi}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{3507 N}{140 \text{ MPa}} \leq \pi\left(\frac{\phi}{2}\right)^2 \Rightarrow \phi \geq 0{,}0056 m \Rightarrow \boxed{\phi = 6 mm}$$