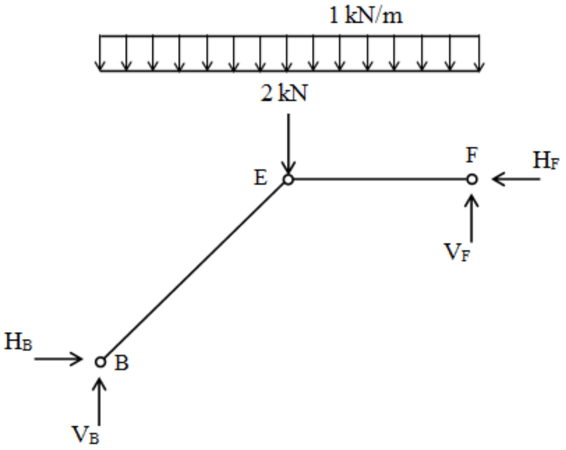
PRIMER PARCIAL 7 de octubre de 2013 - Solución

Ejercicio 1



Momento de la parte derecha en el punto *E*,

$$M_E^{der} = 0 \;\Rightarrow\; V_F \cdot 1m - 1kN/m \cdot 1m \cdot 0{,}5m = 0$$

$$V_F = 0{,}5\ kN$$

Equilibrio vertical ,

$$\sum V = 0 \;\Rightarrow\; V_B + 0{,}5kN = 2kN + 1kN/m \cdot 2m$$

$$V_B = 3{,}5\ kN$$

Momento en el punto *B*,

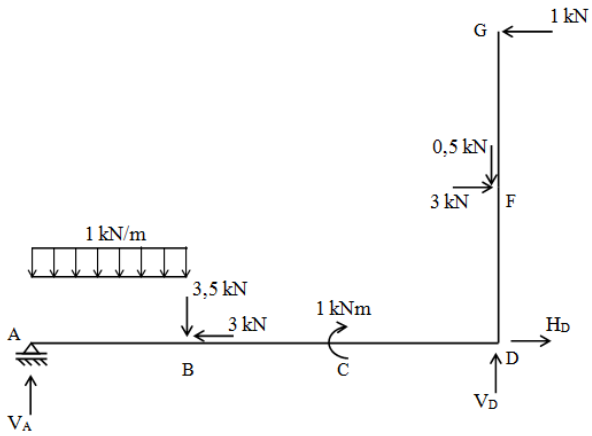
$$M_B = 0 \;\Rightarrow\; -2kN \cdot 1m - 1kN/m \cdot 2m \cdot 1m + H_F \cdot 1m + 0{,}5kN \cdot 2m = 0$$

$$H_F = 3\ kN$$

Equilibrio horizontal,

$$\sum H = 0 \;\Rightarrow\; H_B = H_F$$

$$H_B = 3\ kN$$



Equilibrio horizontal,

$$\sum H = 0 \ \Rightarrow \ H_D + 3kN - 1kN - 3kN = 0$$

$$H_D = 1\ kN$$

Momento en el punto A,

$$M_A = 0 \ \Rightarrow$$

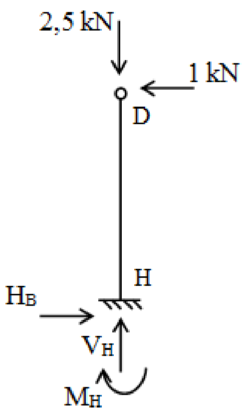
$$-1kN/m \cdot 1m \cdot 0{,}5m - 3{,}5kN \cdot 1m - 1kNm + V_D \cdot 3m - 3kN \cdot 1m - 0{,}5kN \cdot 3m + 1kN \cdot 2m = 0$$

$$V_D = 2{,}5\ kN$$

Equilibrio vertical,

$$\sum V = 0 \ \Rightarrow \ V_A - 1kN/m \cdot 1m - 3{,}5kN + 2{,}5kN - 0{,}5kN = 0$$

$$V_A = 2{,}5\ kN$$



Equilibrio horizontal,

$$\sum H = 0 \;\Rightarrow\; H_H = 1\,kN$$

Equilibrio vertical,

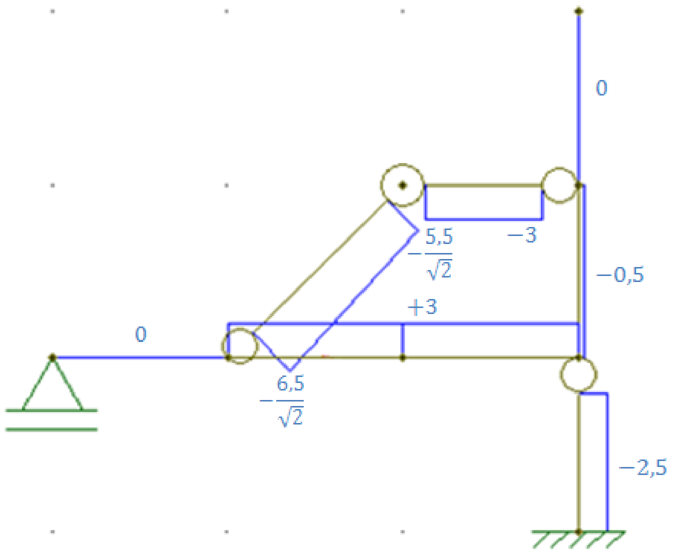
$$\sum V = 0 \;\Rightarrow\; V_H = 2{,}5\,kN$$

Momento en el punto *D*,

$$M_D = 0 \;\Rightarrow\; -M_H + 1kN \cdot 1m = 0$$

$$M_H = 1kNm$$

<u>Diagrama de directa</u> (unidades kN)



En la barra BE la directa varía linealmente.

Diagrama de cortante (unidades kN)

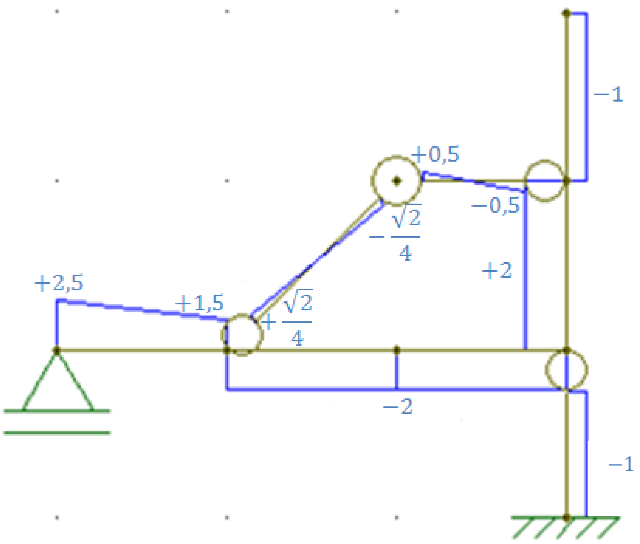
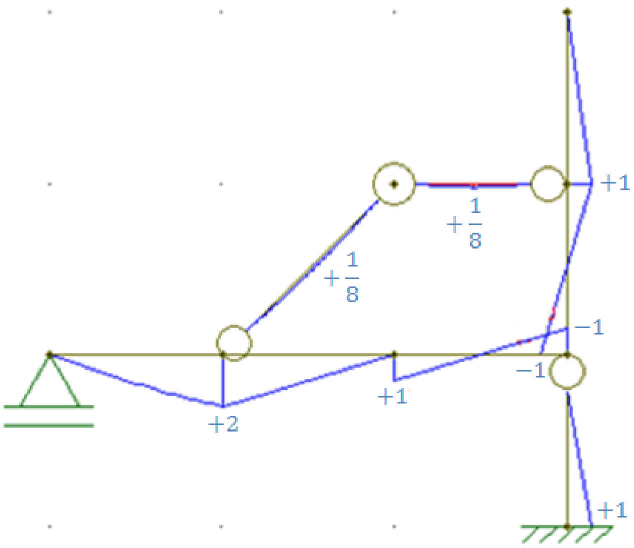


Diagrama de momento (unidades kNm)



En los tramos AB, BE y EF el momento varía parabólicamente.

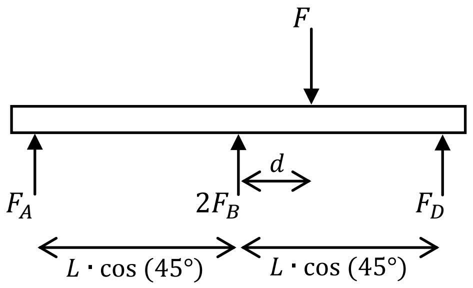
Ejercicio2

a)

Por simetría en la dirección BC,

$$F_B = F_C$$

Se considera el siguiente esquema en la dirección *AD*,



Momento en el punto *A*,

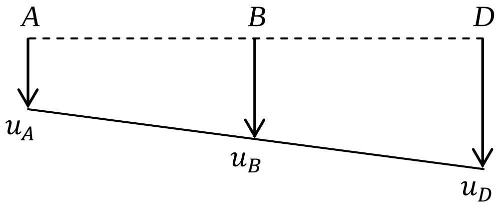
$$M_A = 0 \;\Rightarrow\; 2 \cdot F_B \cdot L \cdot \cos 45° - F(L \cdot \cos 45° + \mathrm{d}) + \mathrm{F_D} \cdot 2 \cdot \mathrm{L} \cdot \cos 45° = 0$$

$$2{,}50m \cdot F_B - 1{,}55m \cdot F + 2{,}50m \cdot F_D = 0 \quad (1)$$

Equilibrio vertical,

$$\sum V = 0 \;\Rightarrow\; F_A + 2 \cdot F_B + F_D = F = 20kN \quad (2)$$

En el plano *AD* se considera el siguiente esquema de desplazamiento vertical de la mesa,



Se debe cumplir la siguiente relación entre desplazamientos,

$$u_D - u_A = 2(u_B - u_A) \;\Rightarrow\; u_A - 2 \cdot u_B + u_D = 0 \quad (3)$$

Los desplazamientos verticales de los puntos *A*, *B* y *D* son, respectivamente,

$$u_A = \frac{F_A \cdot b}{\Omega.\,\mathrm{E}}$$

$$u_B = \frac{F_B \cdot b}{\Omega.\,\mathrm{E}}$$

$$u_D = \frac{F_D \cdot b}{\Omega.\,\mathrm{E}}$$

Sustituyendo los desplazamientos en la ecuación (3),

$$\frac{F_A \cdot b}{\Omega \cdot \mathrm{E}} - 2 \cdot \frac{F_B \cdot b}{\Omega \cdot \mathrm{E}} + \frac{F_D \cdot b}{\Omega \cdot \mathrm{E}} = 0$$

$$F_A - 2 \cdot F_B + F_D = 0 \quad (4)$$

Con las ecuaciones (2) y (4) se tiene,

$$4.\,F_B = 20kN$$

$$F_B = 5{,}0\ kN$$

Sustituyendo F_B en la ecuación (1),

$$2{,}50m \cdot 5kN - 1{,}55m \cdot 20kN + 2{,}50m \cdot F_D = 0$$

$$F_D = 7{,}4\ kN$$

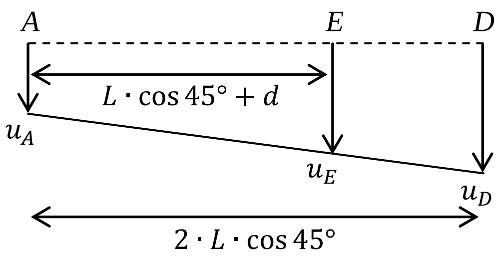
Sustituyendo F_B y F_D en la ecuación (2),

$$F_A + 2 \cdot 5{,}0kN + 7{,}4kN = 20kN$$

$$F_A = 2{,}6\ kN$$

b)

Se considera el siguiente esquema de desplazamiento vertical de la mesa en el plano *AD*,



Por semejanza de triángulos,

$$\frac{u_D - u_A}{2 \cdot L \cdot \cos 45°} = \frac{u_E - u_A}{L \cdot \cos 45° + d} \;\Rightarrow\; \frac{u_D - u_A}{2{,}50m} = \frac{u_E - u_A}{1{,}55m}$$

Como,

$$u_A = \frac{F_A \cdot b}{\Omega \cdot \mathrm{E}} = \frac{2{,}6kN \cdot 1{,}00m}{1{,}6.10^{-3}m^2 \cdot 11.10^6\mathrm{kPa}} \;\Rightarrow\; u_A = 1{,}48.10^{-4}\, m$$

$$u_D = \frac{F_D \cdot b}{\Omega \cdot \mathrm{E}} = \frac{7{,}4kN \cdot 1{,}00m}{1{,}6.10^{-3}m^2 \cdot 11.10^6\mathrm{kPa}} \;\Rightarrow\; u_D = 4{,}20.10^{-4}\, m$$

Entonces, el desplazamiento vertical del punto E es,

$$u_E = 3{,}17.10^{-4}\, m$$

c)

Para la fuerza $F = 20kN$ la tensión en la pata más comprimida, la pata D, vale,

$$\sigma = \frac{F_D}{\Omega} = \frac{7{,}4kN}{1{,}6.10^{-3}m^2} \;\Rightarrow\; \sigma = 4625\, kPa$$

Entonces, para que no se alcance la tensión admisible $\sigma_{adm} = 8MPa = 8000kPa$, la tensión F aplicada en el punto E no debe superar,

$$F_{max} = \frac{8000kPa \cdot 20kN}{4625kPa}$$

$$F_{max} = 34{,}59\, kN$$