

Se tiene la estructura de la Figura 1. En ella hay aplicadas:

- una carga puntual a 3m de A de 75 kN (hacia arriba)
- una carga distribuida de 125kN/m de B a C
- una carga distribuida en las bielas FG y GH de 10 kN/m
- una carga horizontal de 90 kN
- una carga distribuida triangular cuyo valor en el nodo D es 75 kN/m.

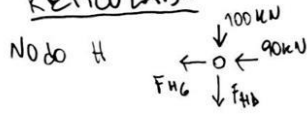
Se pide:

- a) Hallar reacciones de la estructura
- b) Trazar diagramas de solicitaciones (N,V,M)
- c) Dimensionar la viga (AC – DE) con IPN y el reticulado formado por bielas CF, FG, CG, GH, GD y HD con tubos rectangulares de ancho 5cm y espesor 5mm.

Solución

Parte a)

RETICULADO



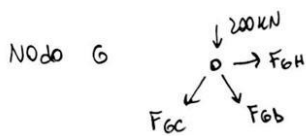
$$F_{HB} = -100 \text{ kN}$$

$$F_{HG} = -90 \text{ kN}$$



$$F_{FG} = 0$$

$$F_{FC} = -100 \text{ kN}$$

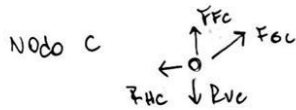


$$F_{GC} \cos 45 + 90 \text{ kN} = F_{Gb} \cos 45$$

$$200 \text{ kN} + F_{GC} \cos 45 + F_{Gb} \cos 45 = 0 \rightarrow$$

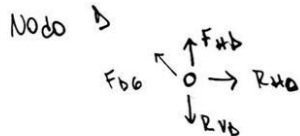
$$F_{GC} = -209,06 \text{ kN}$$

$$F_{Gb} = -77,78 \text{ kN}$$



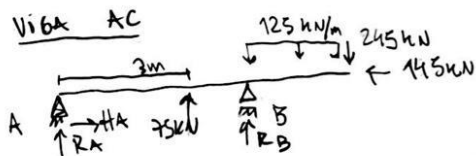
$$R_{Hc} = F_{GC} \cdot \cos 45 \rightarrow R_{Hc} = 145 \text{ kN}$$

$$R_{Vc} = F_{FC} + F_{Gc} \cos 45 \rightarrow R_{Vc} = -245 \text{ kN}$$



$$R_{Hb} = F_{Gb} \cos 45 \rightarrow R_{Hb} = -55 \text{ kN}$$

$$R_{Vb} = F_{HB} + F_{Gb} \cos 45 \rightarrow R_{Vb} = -155 \text{ kN}$$

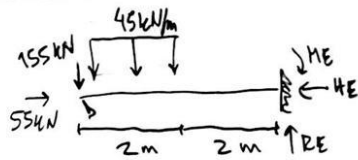


$$H_A = 145 \text{ kN}$$

$$R_A = -203,75 \text{ kN}$$

$$R_B = 623,75 \text{ kN}$$

VIGA DE



$$H_E = 55 \text{ kN}$$

$$R_E = 245 \text{ kN}$$

$$M_E = 890 \text{ kNm}$$

Parte b)

Diagrama directa (kN - valores positivos compresión)

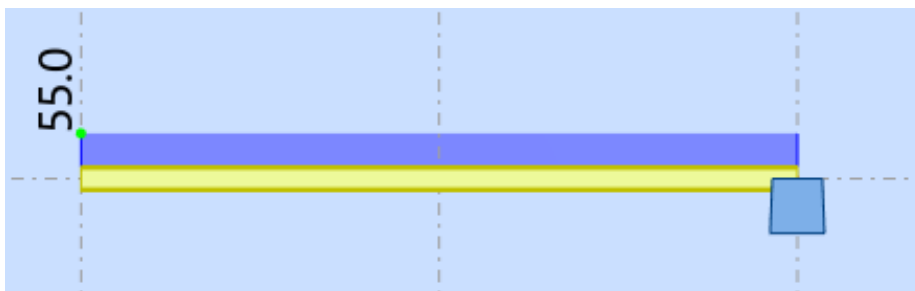
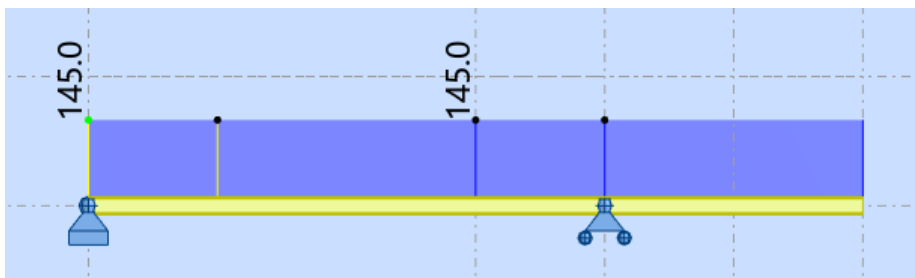
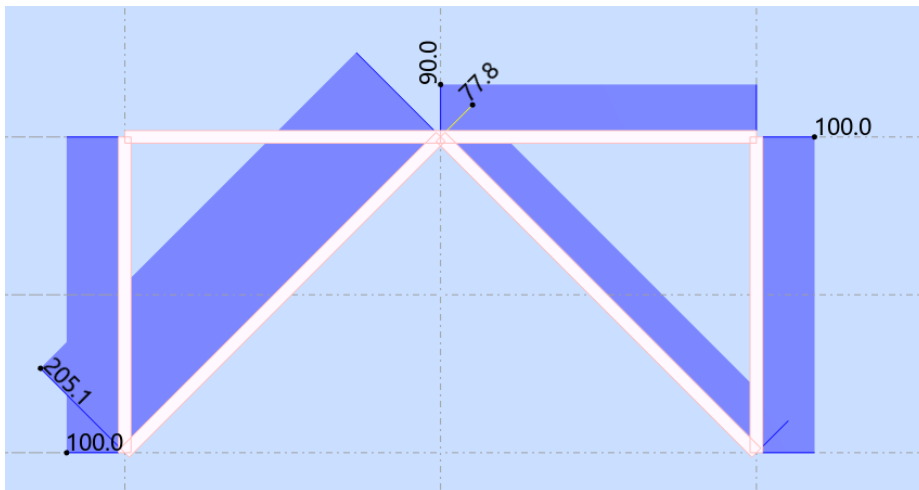
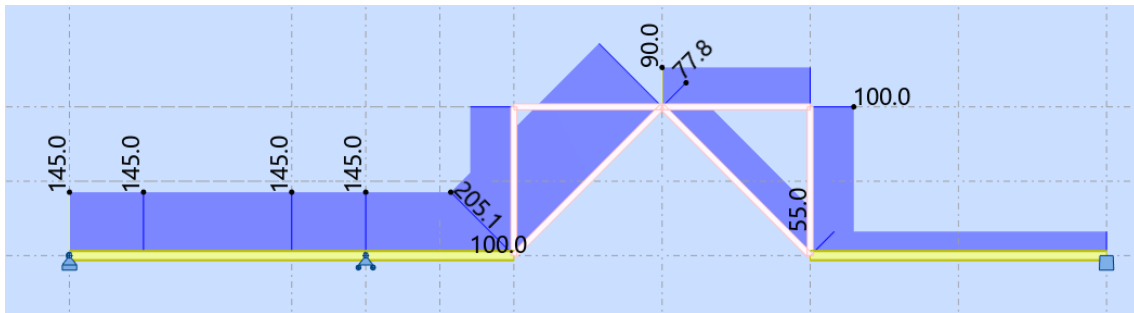
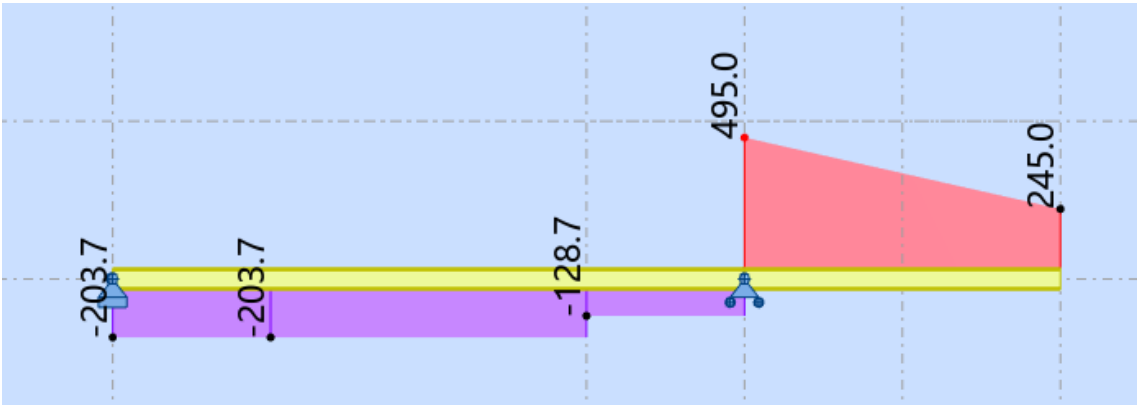
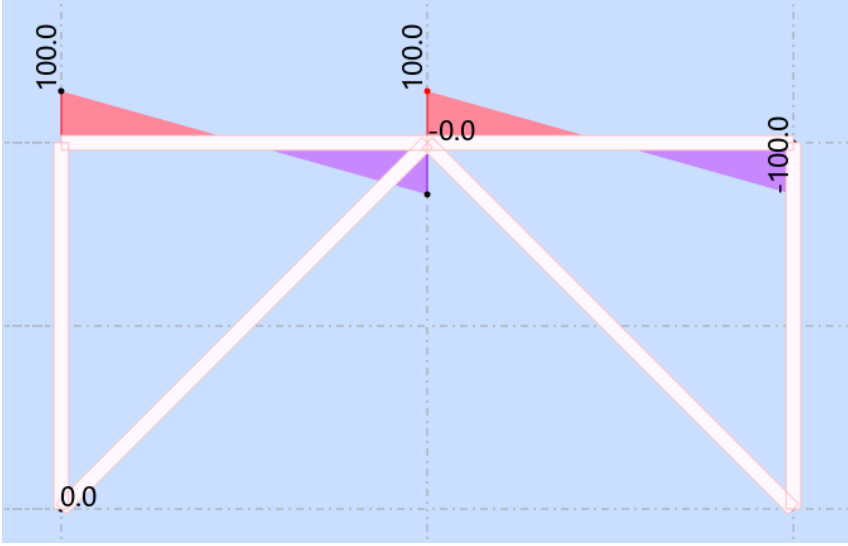
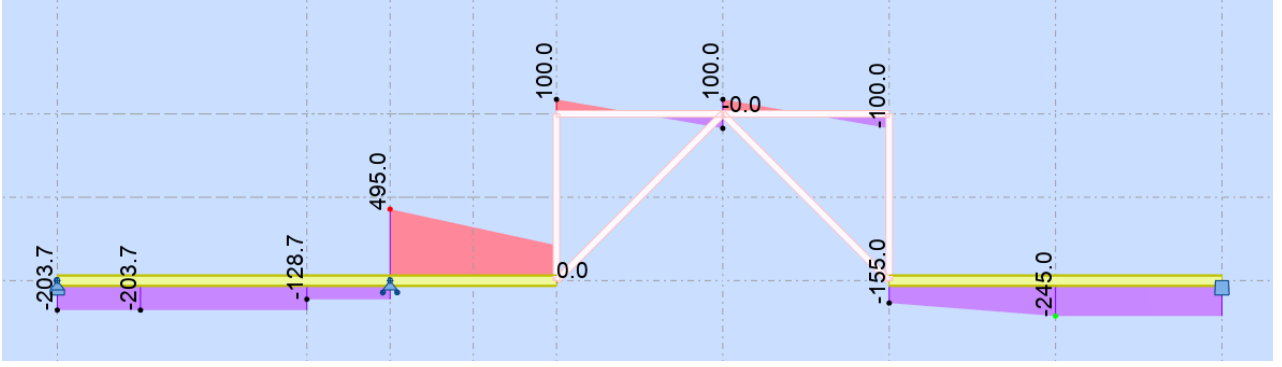


Diagrama cortante (kN)



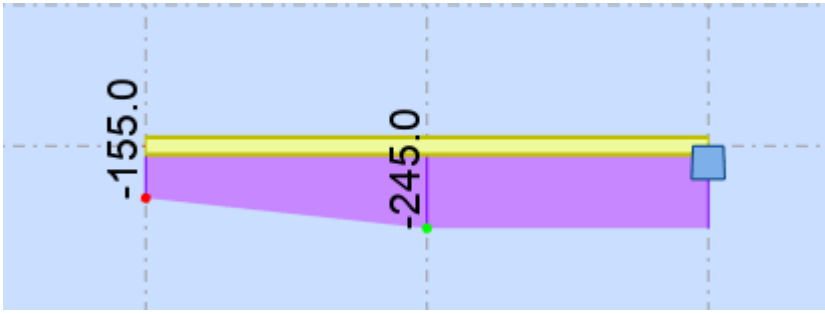
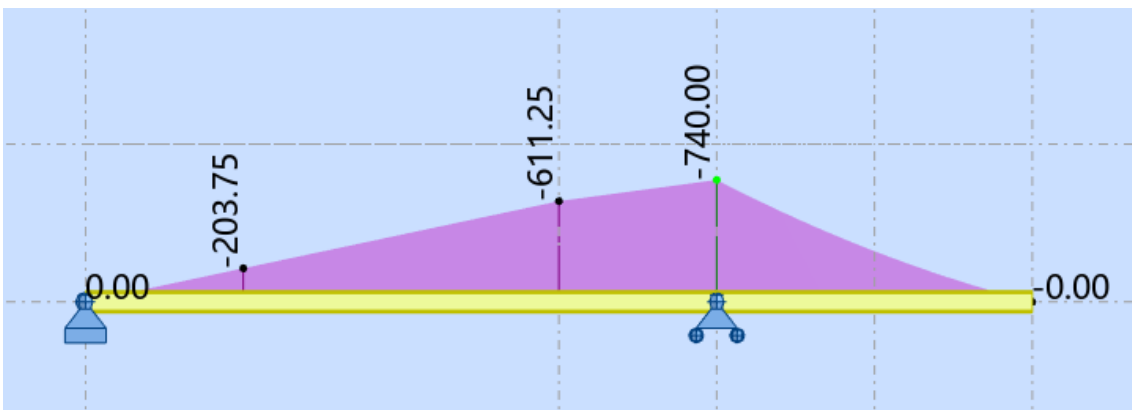
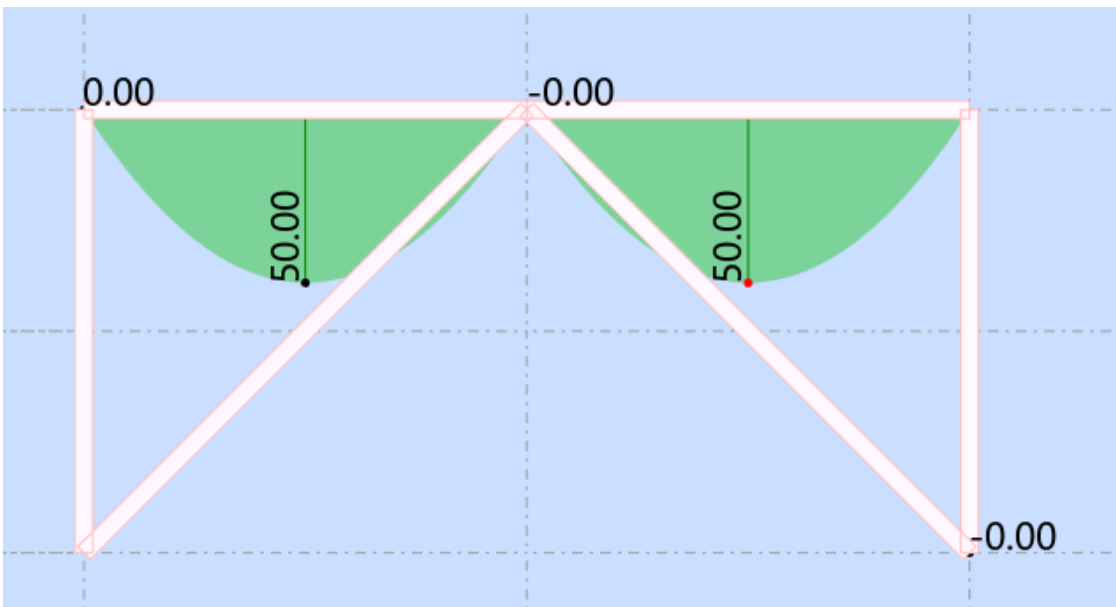
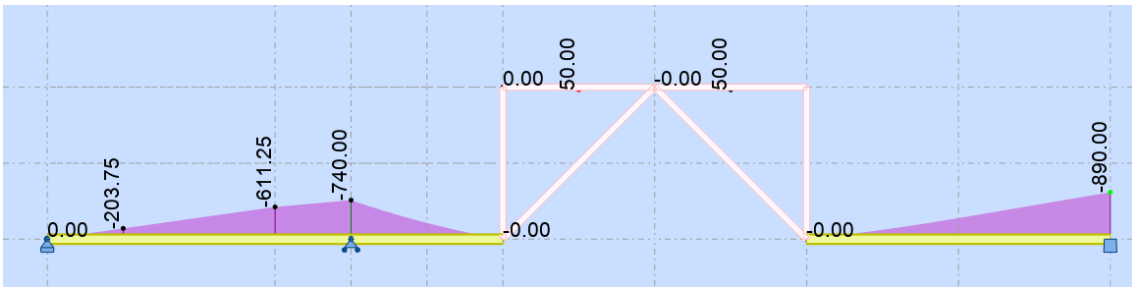
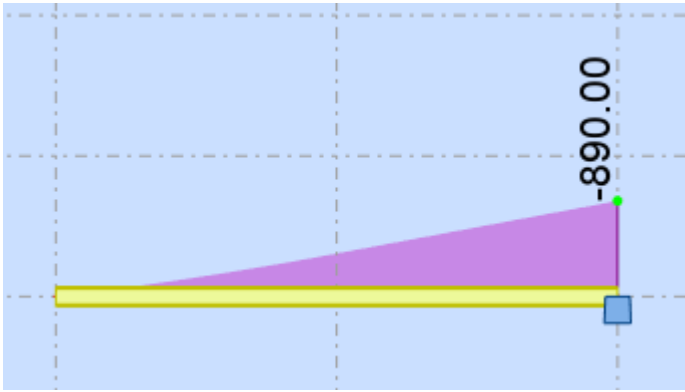


Diagrama momentos (kNm)





Parte c)

DIMENSIONADO RETICULADO

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M}{W}$$

DIATEL \rightarrow $N = 90 \text{ kN}$
 $M = 50 \text{ kNm}$

DIAGONAL \rightarrow $N = 205,1 \text{ kN}$
 $M = 0 \text{ kNm}$

$$\left. \begin{array}{l} A = l^2 \\ W = \frac{l^3}{6} \end{array} \right\} \rightarrow l \geq 11 \text{ cm}$$

DIMENSIONADO VIGAS

VIGA AC $\left. \begin{array}{l} M = 740 \text{ kNm} \\ N = 145 \text{ kN} \end{array} \right\} \text{ IPN 550 } \checkmark$

VIGA DE $\left. \begin{array}{l} M = 890 \text{ kNm} \\ N = 55 \text{ kN} \end{array} \right\} \text{ IPN 550 } \checkmark$

A y W sacados TABLA

Ejercicio 2

La Figura muestra una estructura que tiene un apoyo deslizando en A y un empotramiento en E. Además, se tiene una articulación en el punto C. Sobre la estructura se aplica una fuerza distribuida horizontal q en el tramo A-C, una fuerza horizontal de 10 kN en C y una vertical de 10 kN en D. Se pide:

- Determinar el valor de la carga distribuida q para que se cumpla que $2N_{AB} = -N_{DE}$.
- Hallar todas las reacciones.
- Trazar diagramas de N, V y M.
- Dimensionar la estructura con un único perfil PNI ($\sigma_{adm} = 140$ MPa).
- Determinar el desplazamiento vertical y horizontal en C (considerar $E = 200$ GPa).

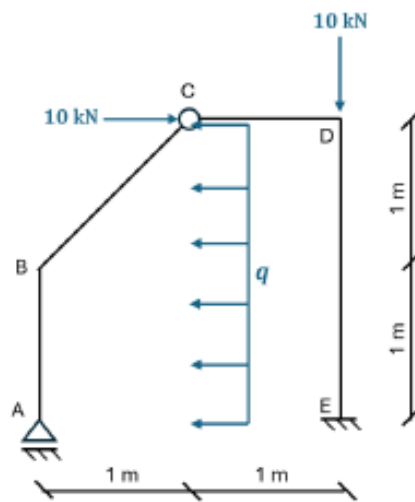


Figura 2: Estructura

Ejercicio 2

a) Suponiendo V_A , V_E positivos hacia arriba, $V_A = -N_{AB}$ y $V_E = -N_{DE}$

$$\Rightarrow 2V_A = -N_E$$

$$\sum F_V = 0 \Rightarrow V_A + V_E = 30 \text{ kN}$$

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow 1\text{m} \cdot V_A + \frac{2\text{m}}{2} \cdot 2\text{m} \cdot q = 0$$

$$\Rightarrow V_A = -2\text{m} \cdot q$$

$$2V_A = -4\text{m} \cdot q = -V_E$$

$$\hookrightarrow V_E = 4\text{m} \cdot q$$

$$-2\text{m} \cdot q + 4\text{m} \cdot q = 30 \text{ kN}$$

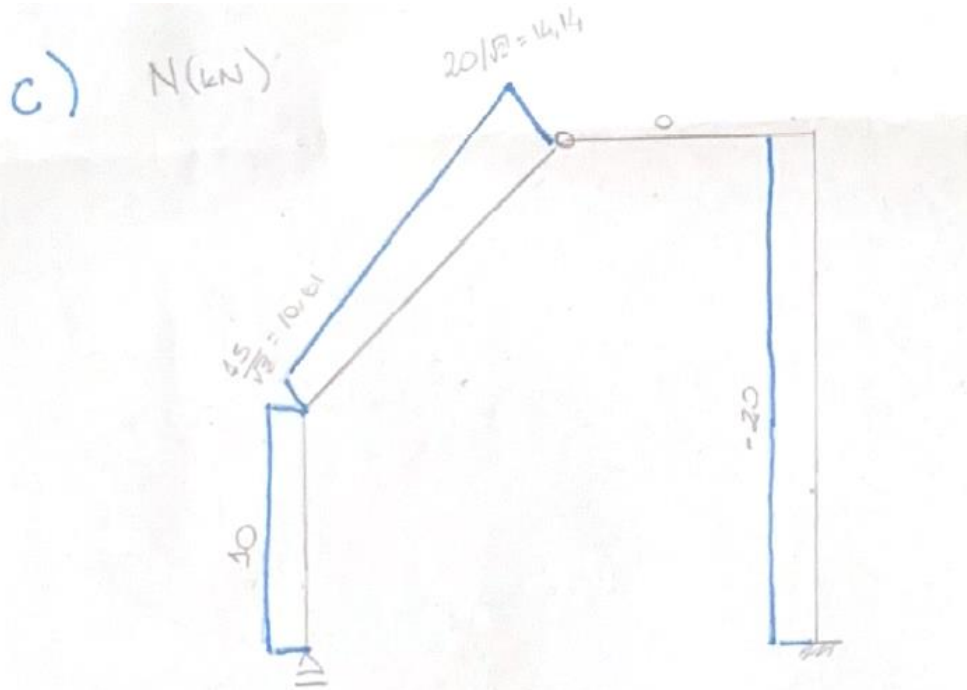
$$q = 5 \text{ kN/m}$$

b) $V_A = -30 \text{ kN}$ $V_E = 20 \text{ kN}$

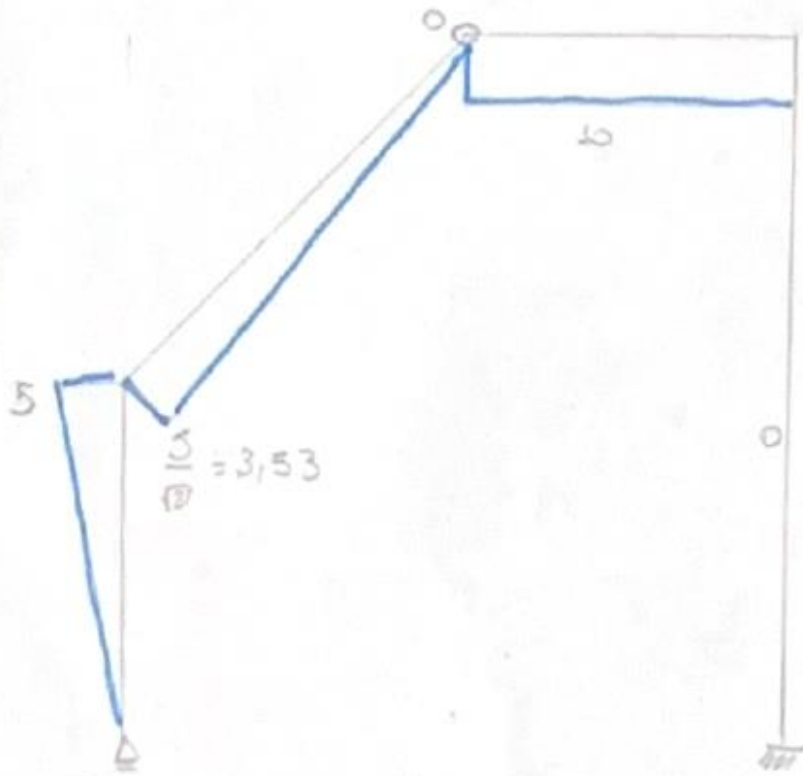
$$\sum F_H = 0 \Rightarrow 30 \text{ kN} + H_E = 2\text{m} \cdot q = 30 \text{ kN} \Rightarrow H_E = 0$$

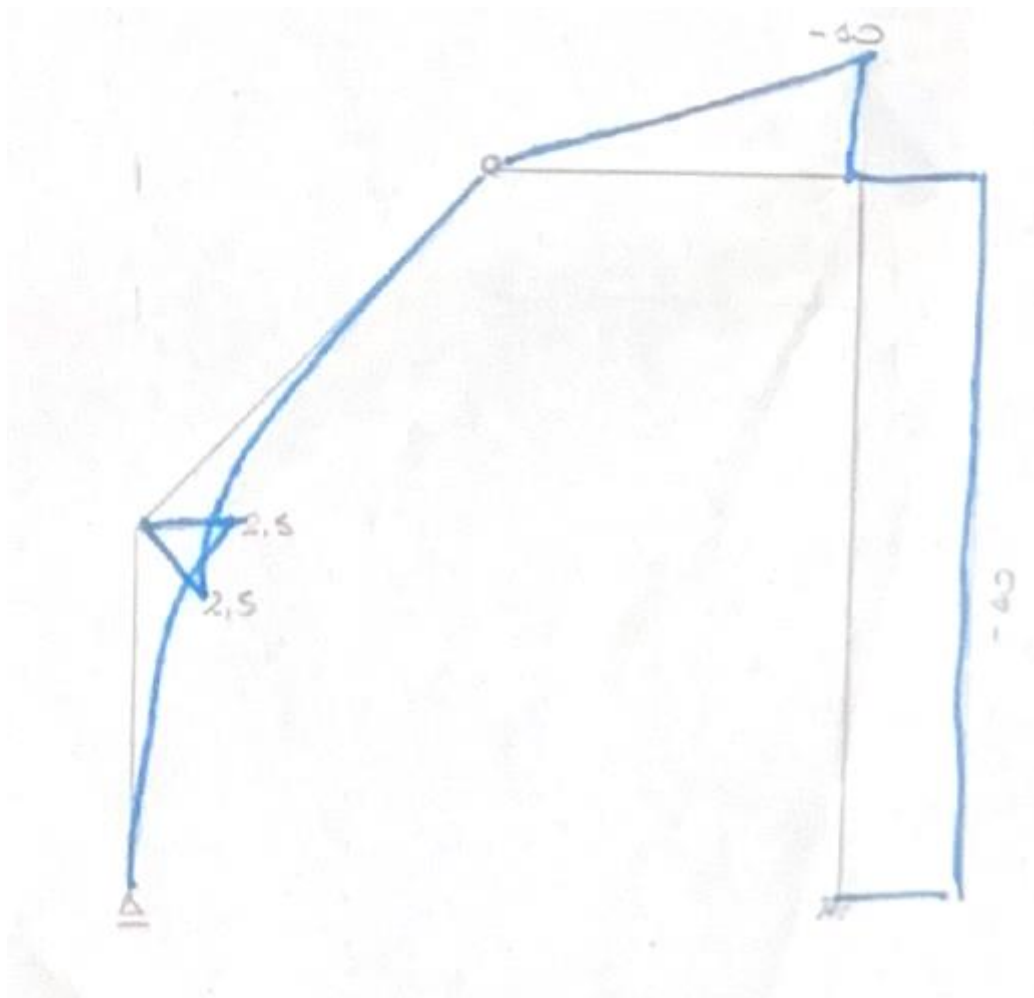
$$\sum M_C^{\text{dsc}} = 0 \Rightarrow 30 \text{ kN} \cdot 1\text{m} + M_E = V_E \cdot 1\text{m} = 20 \text{ kNm} \quad \left. \vphantom{\sum M_C^{\text{dsc}} = 0} \right\} M_E = 30 \text{ kNm}$$

positivo horario



V (kN)





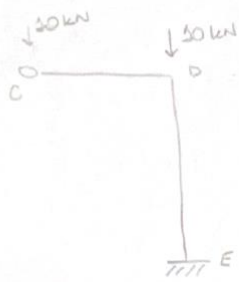
$\sigma_{adm} > \frac{M}{W} + \frac{N}{A}$ M y N máximos en mismo punto
 ($M = 40 \text{ kNm}$ y $N = 20 \text{ kN}$)

$$\sigma_{adm} > \frac{M}{W} \quad \Rightarrow \quad W > \frac{M_{max}}{\sigma_{adm}} = 7,14 \times 10^5 \text{ m}^3 = 71,4 \text{ cm}^3$$

$$\text{IPN } 140 \quad \rightarrow \quad W = 81,9 \text{ cm}^3 \quad \text{y} \quad A = 18,2 \text{ cm}^2$$

$$\sigma = \frac{40 \text{ kNm}}{W} + \frac{20 \text{ kN}}{A} = 133 \text{ MPa} \leq \sigma_{adm} \quad \rightarrow \quad \text{IPN } 140 \text{ ok}$$

e)



Desplazamiento vertical por directa en DE

$$\delta_1 = \frac{20 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m}}{EA} = 0,11 \text{ mm}$$

$$I = 573 \text{ cm}^4$$

Desplazamiento hacia la izquierda = $\frac{40 \text{ kNm} \cdot (2 \text{ m})^2}{2EI} = 1,75 \text{ cm}$

$$\text{Giro} = \frac{40 \text{ kNm} \cdot 2 \text{ m}}{EI} = 1,75 \times 10^{-2} \text{ rad}$$

$$\delta_2 (\text{vertical}) = \theta \cdot 4 \text{ m} = 1,75 \text{ cm}$$

40 kNm

40 kN

$$\delta_3 = \frac{40 \text{ kN} (4 \text{ m})^3}{3EI} = 0,29 \text{ cm}$$

→ Desplazamiento horizontal = 1,75 cm hacia la izquierda

Desplazamiento vertical = $\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 = 2,05 \text{ cm}$ hacia abajo