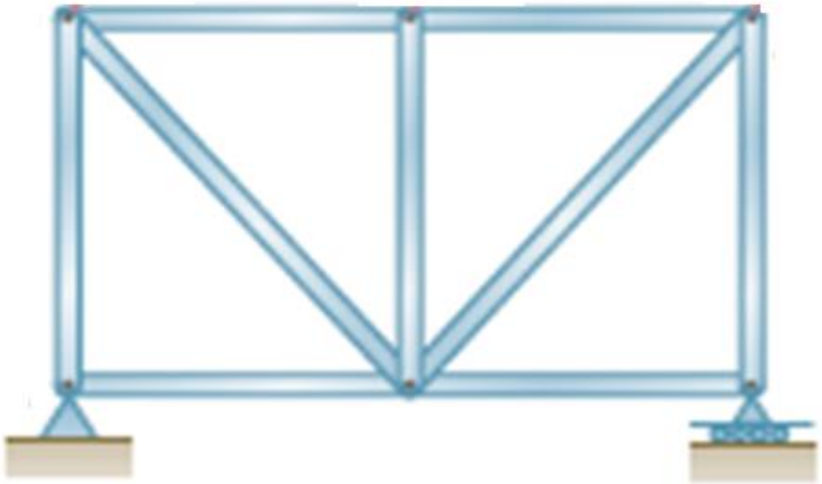
RETICULADOS

Reticulados - Introducción

Definición:
Estructuras formadas por **barras rectas** unidas en sus extremos mediante **articulaciones** (nudos).



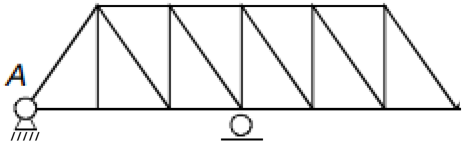
Supondremos válidas las siguientes **hipótesis**:

Las **fuerzas** actúan solamente **sobre los nudos**

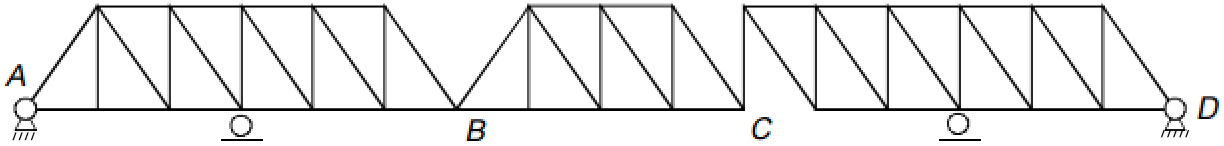
Los nudos son **articulaciones perfectas**.

Clasficación

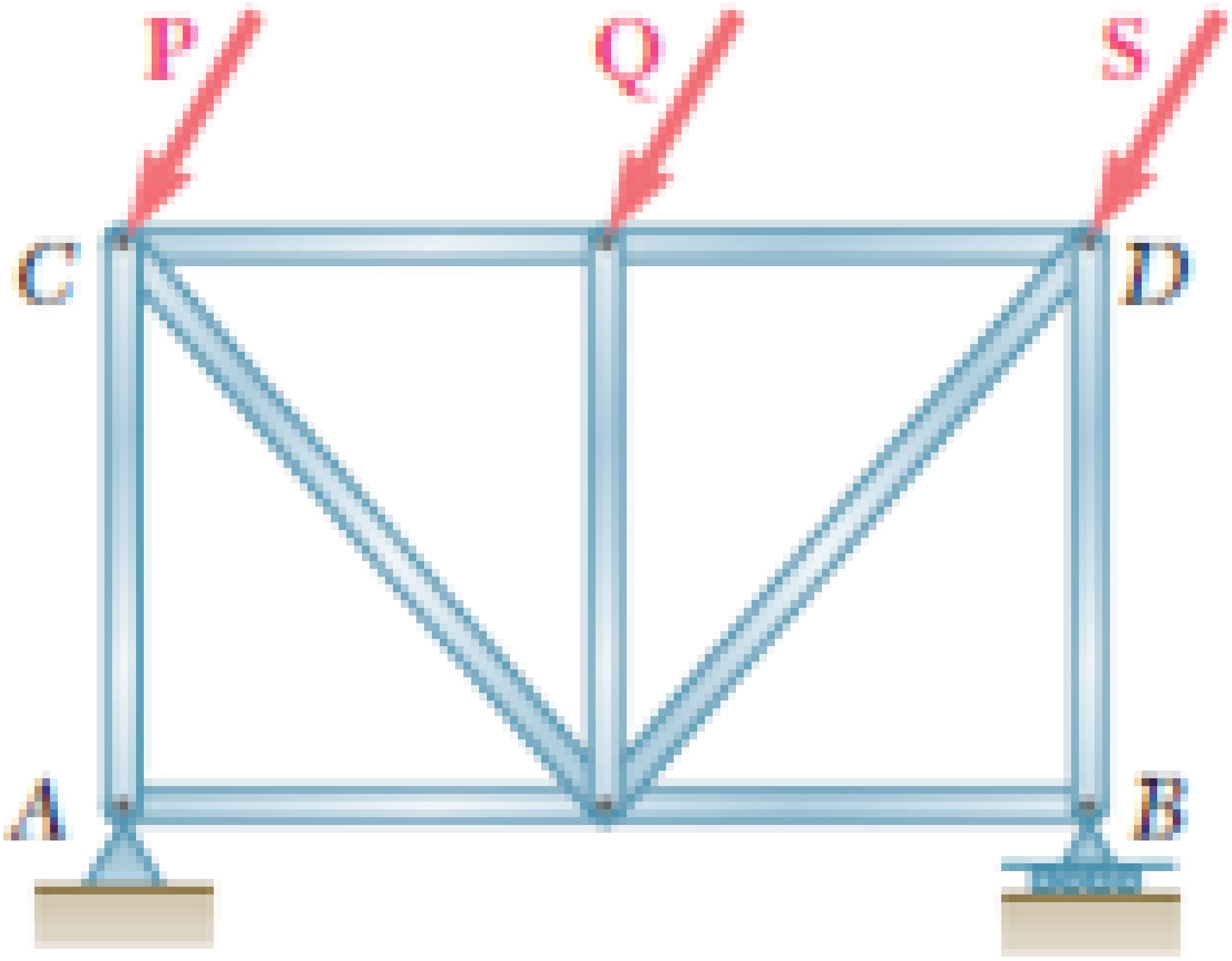
- Simples

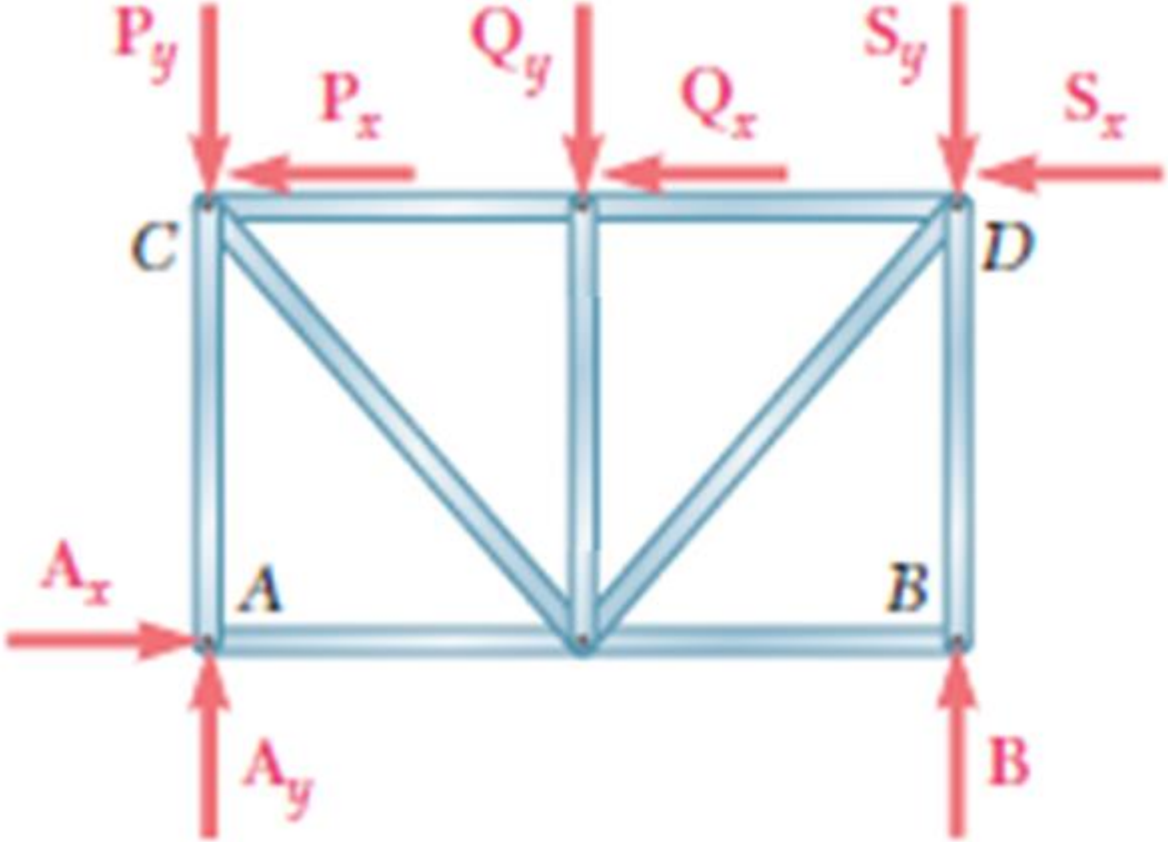


- Compuestos



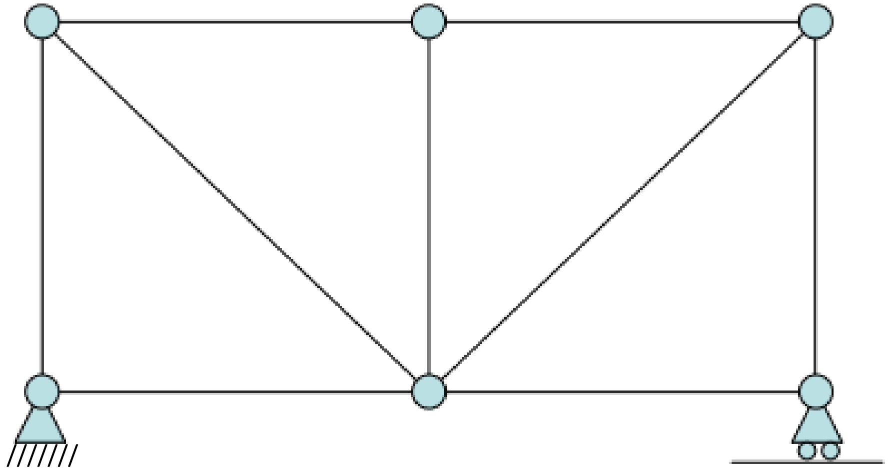
- Complejos


P
Q
S
C
D
A
B



P_y
P_x
Q_y
Q_x
S_y
S_x
C
D
A_x
A
B
A_y
B

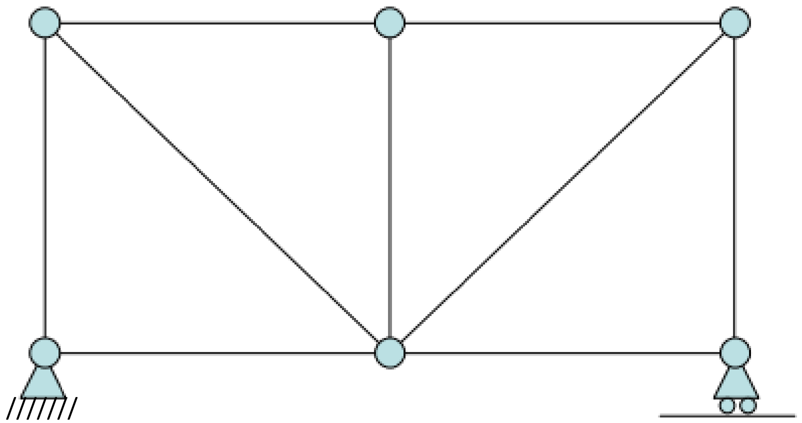
Condición de Isoestaticidad

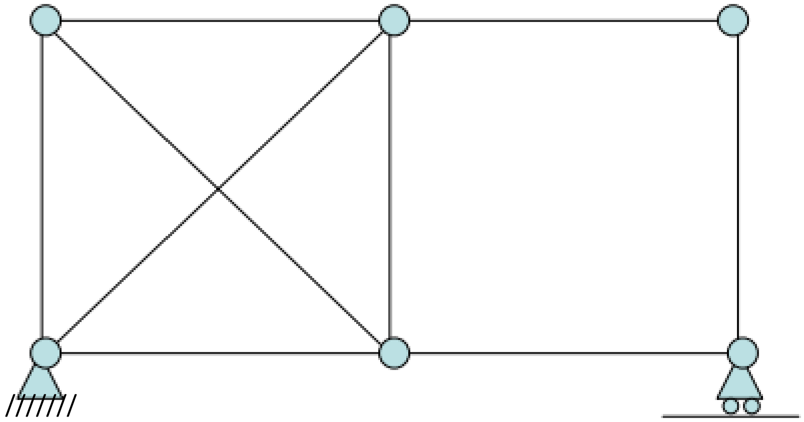


2*n=b
n: número de nudos
b: número de barras

Apoyo fijo→2 barras
Apoyo desl.→ 1 barra

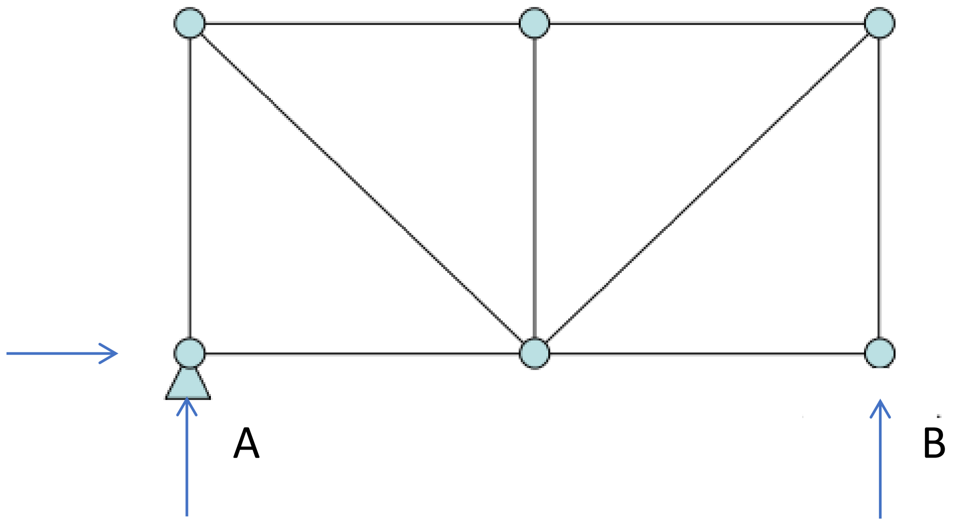
Necesaria pero no suficiente

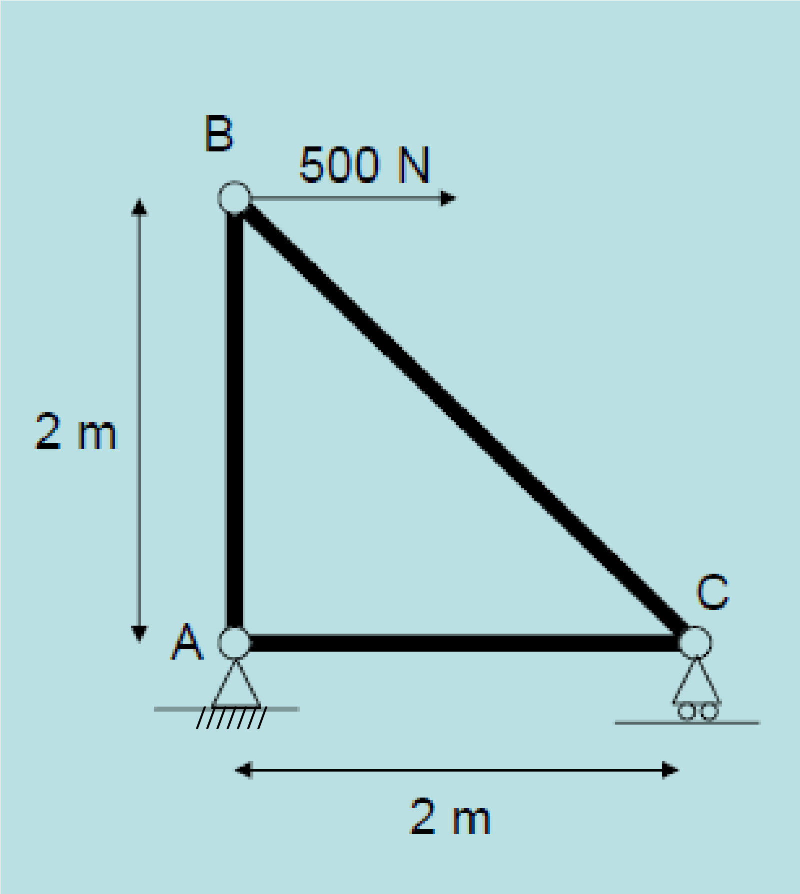




Clasificación – por construcción

Reticulados simples:
Se parte de 3 barras unidas por 3 articulaciones. Luego, cada nuevo nodo es vinculado por 2 barras al reticulado existente.
(A los nudos unidos sólo por dos barras se los denomina: *nudos canónicos*)





Condición de
Estaticidad

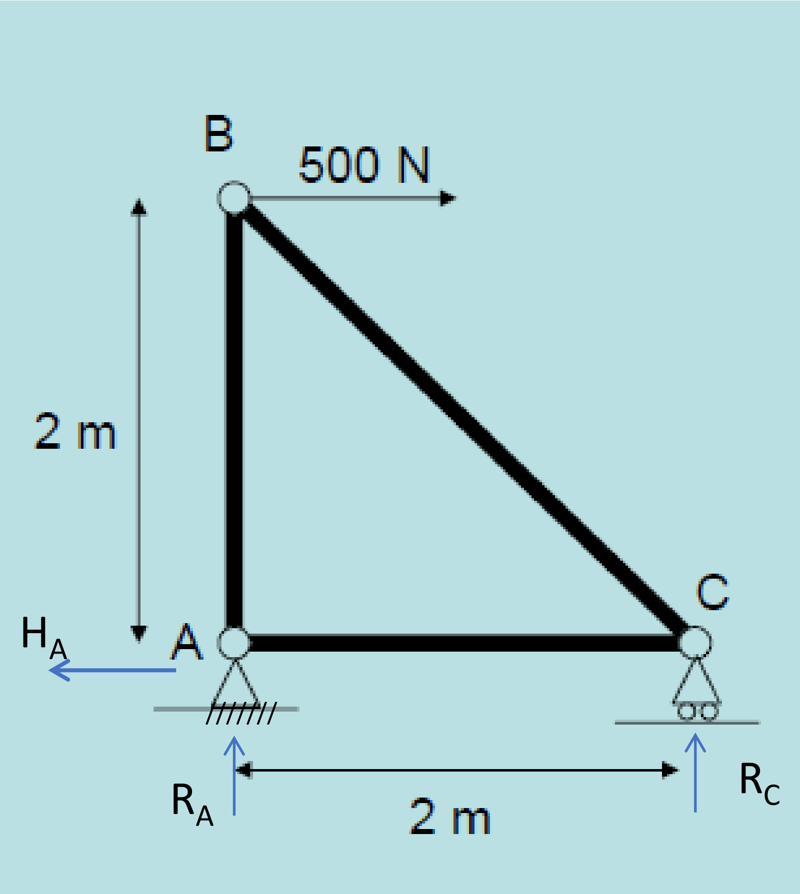
3 Barras

3 Articulaciones
grados de libertad

3 nudos x 2=6 GL

Para fijar los nudos
Tenemos 3 barras
2 GL apoyo A
1 GL apoyo B

Equilibrio de nudos



Suma $(F_V) = 0$

Suma $(F_H) = 0$

Suma $(M_A) = 0$

$R_A + R_C = 0$

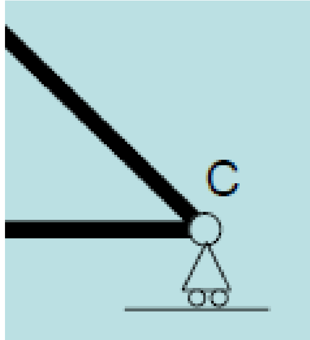
$H_A = 500$ N

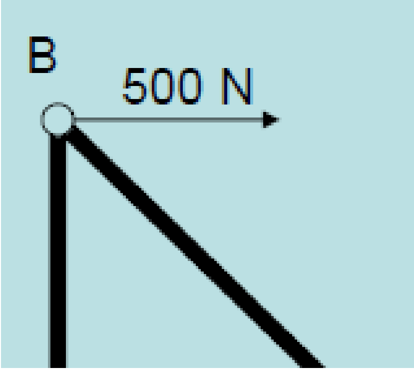
2 m.500-2 m.Rc=0

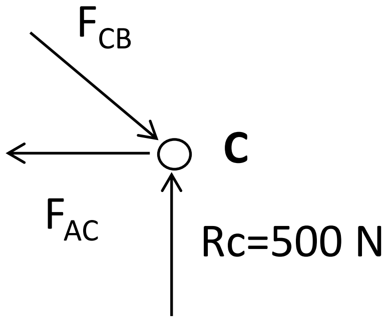
Rc=500 N

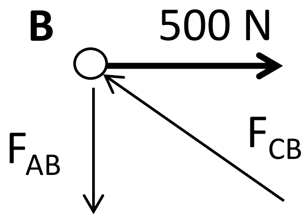
$R_A = -500$ N

Equilibrio de nudos

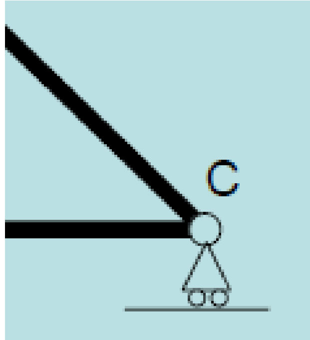


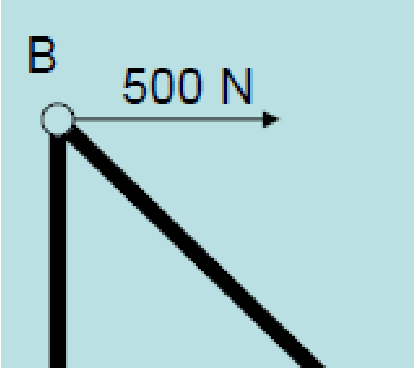


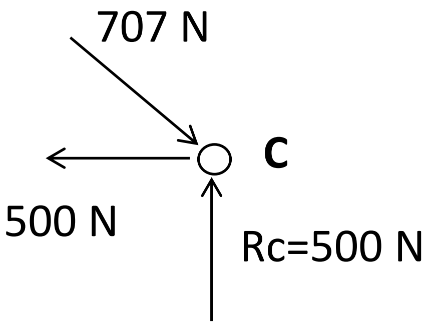


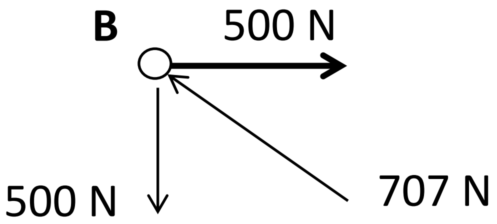


Equilibrio de nudos









Equilibrio de nudos

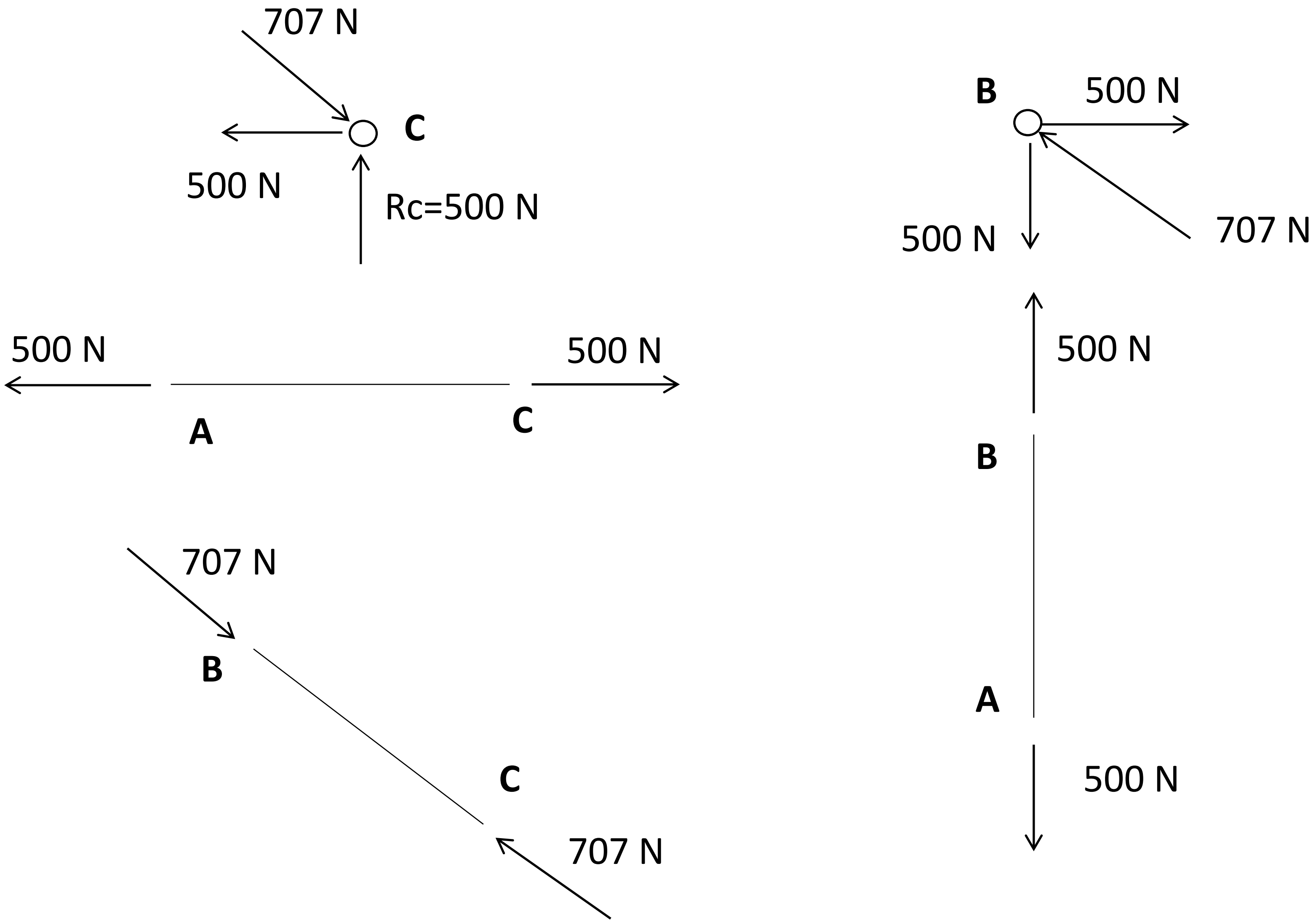
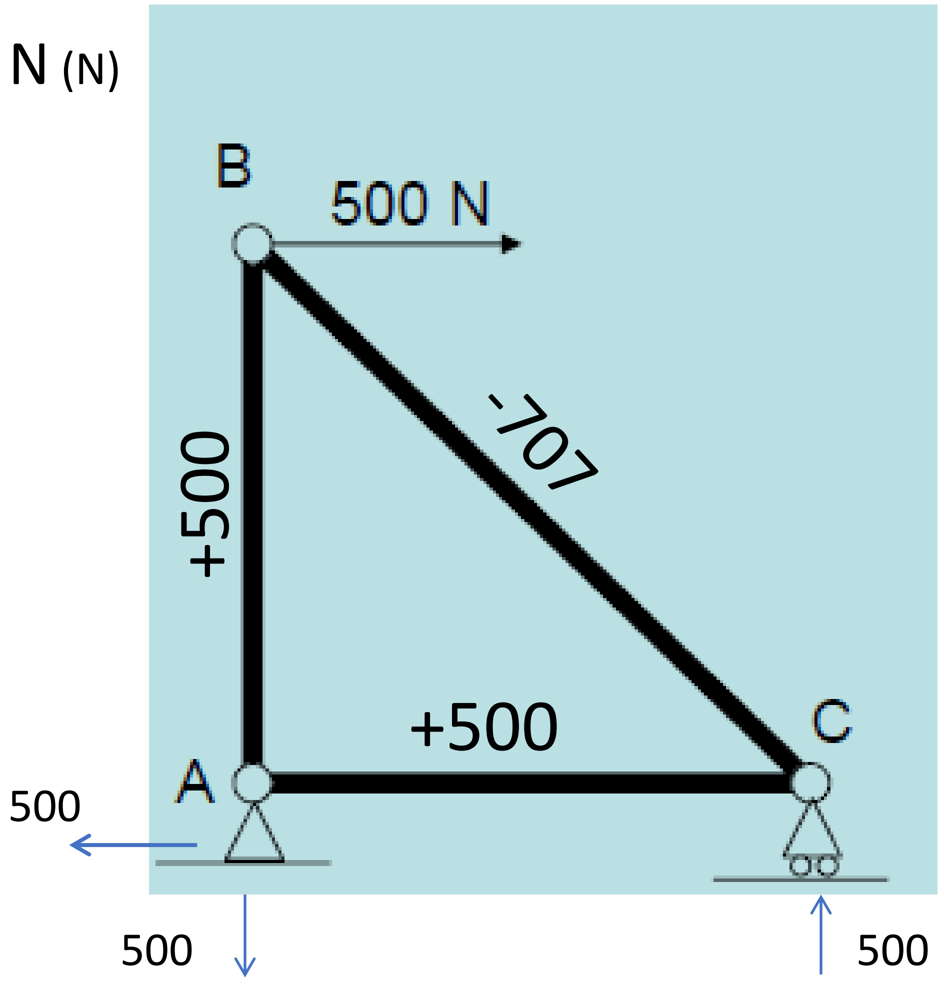
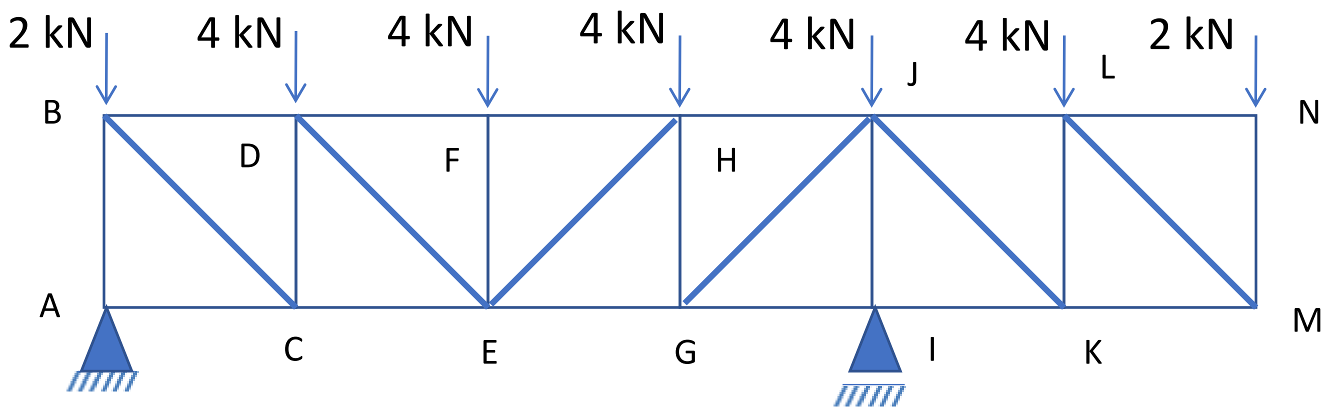


Diagrama de Directa

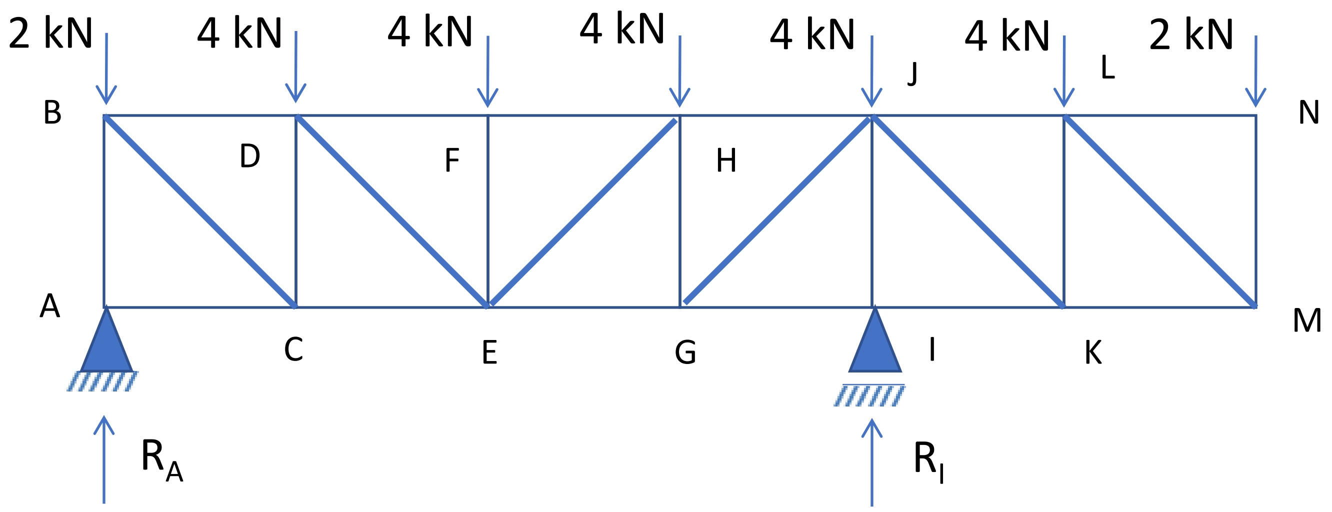


Ejemplo



- Calcular Reacciones
- Calcular las fuerza en todas las barras

Ejemplo



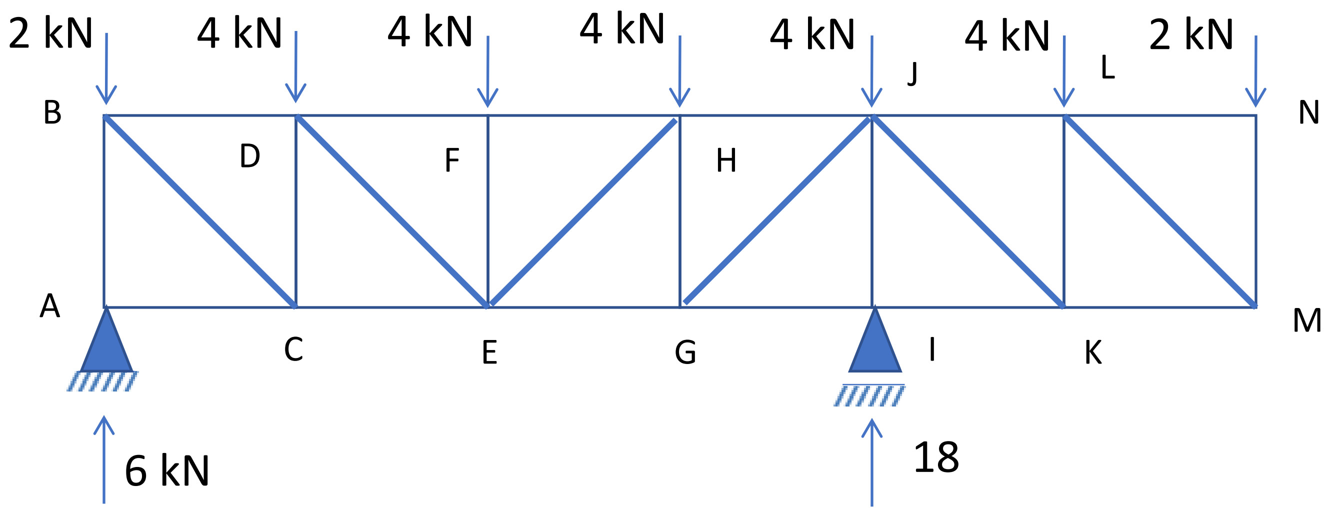
Reacciones:

Suma(M_A)=0 → 4.L+4.2L+4.3L+4.4L+4.5L+2.6L-RI*4L=0

R_I.4L=72.L→ R_I= 18 kN

Suma(FV)=0 R_A+R_I= 24 kN Suma (FH)=0

Equilibrio en Nudos

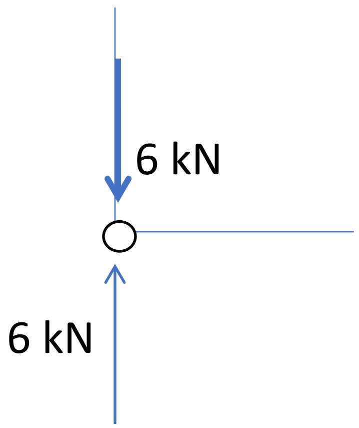


Equilibrio

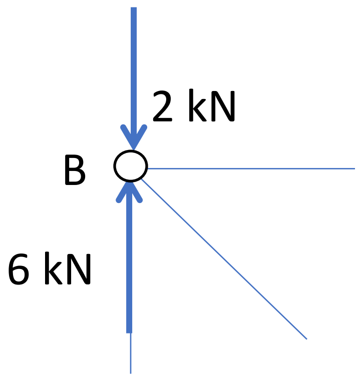
Nudo A y Nudo B

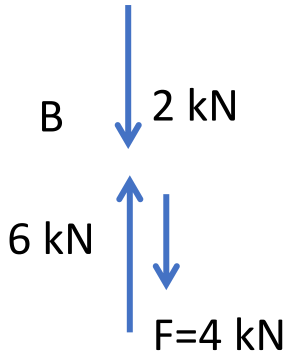
Equilibrio en Nudos

Nudo A



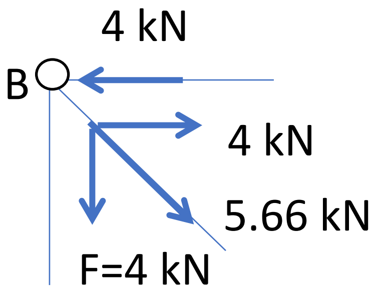
Nudo B

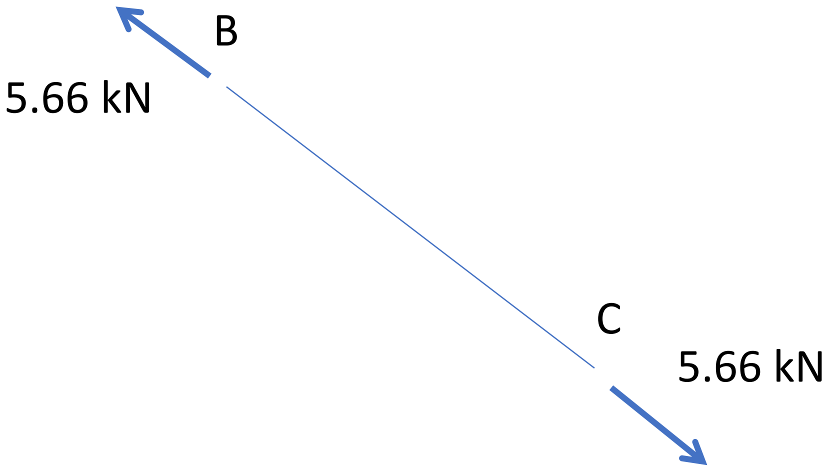




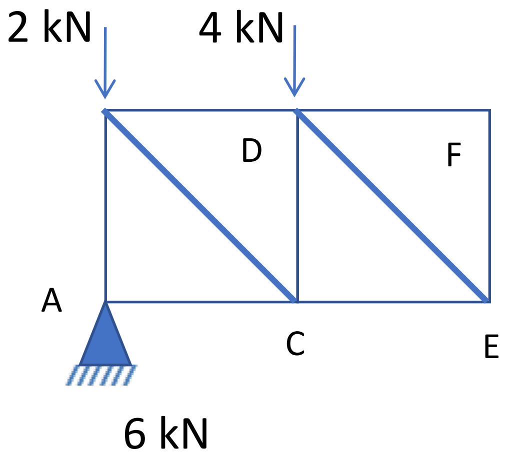
Equilibrio en Nudos

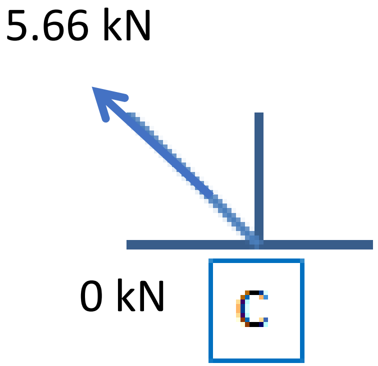
Nudo B

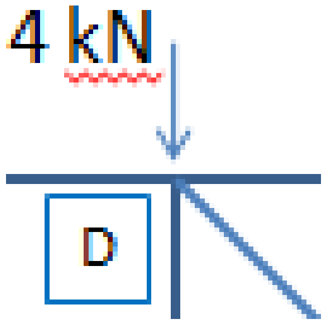




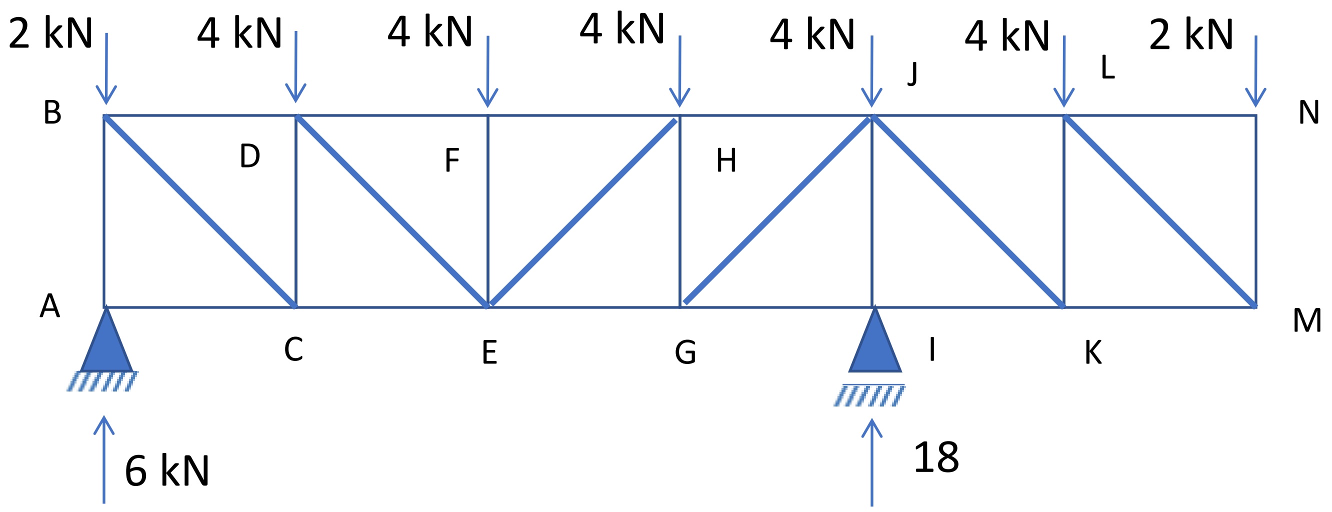
Equilibrio en Nudos



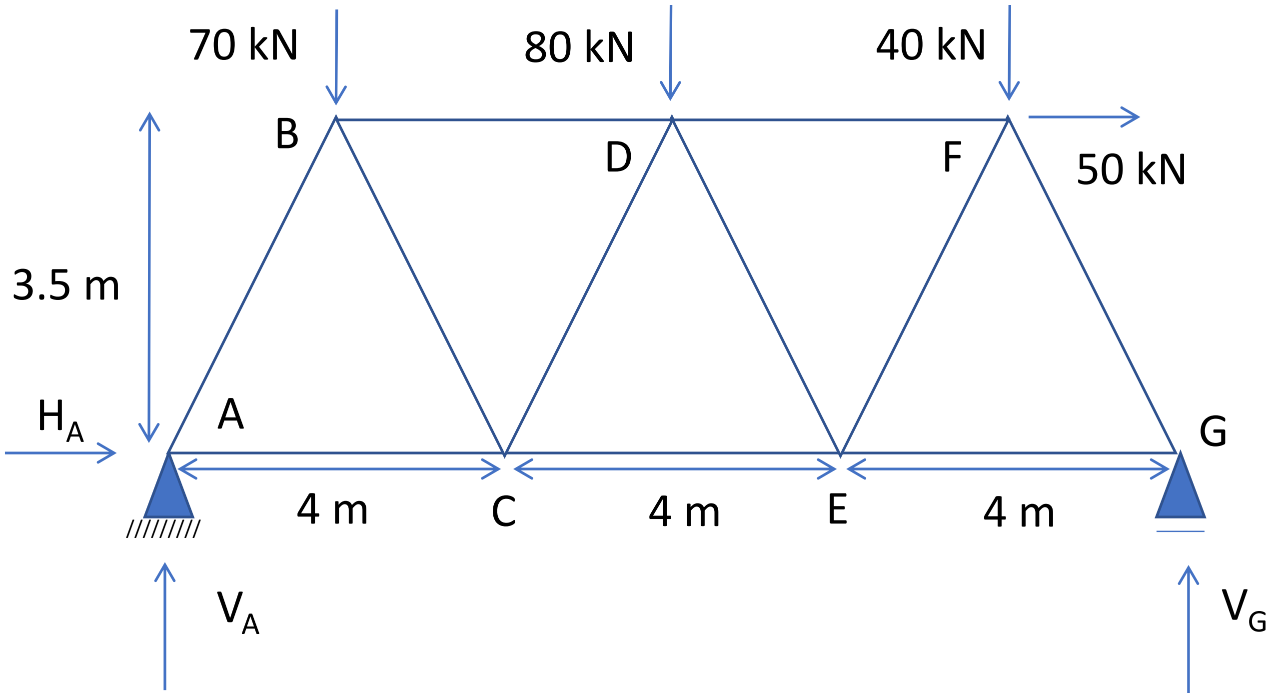




Equilibrio en Nudos



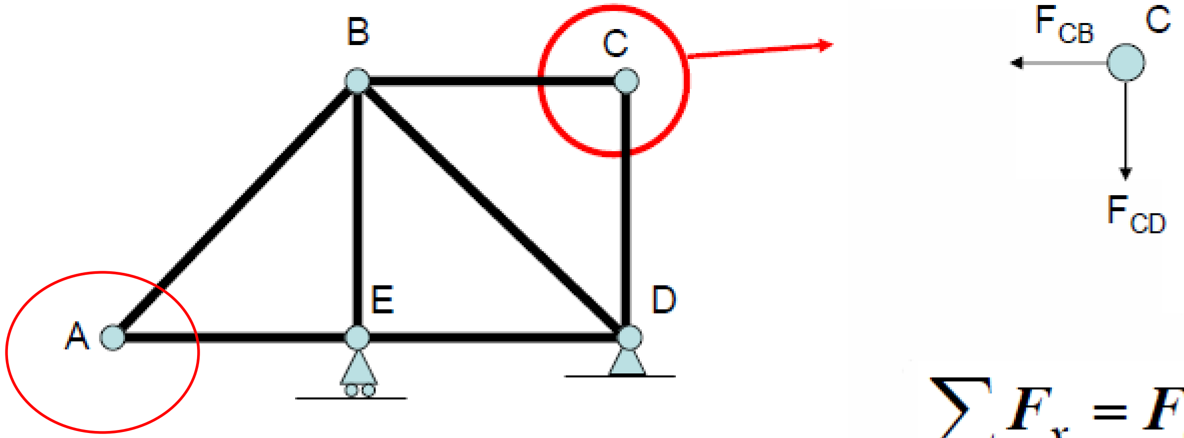
Reticulado Simple



Equilibrio de nudos, procedimiento

- Identificar simetrías
- Identificar las barras que no llevan esfuerzos
- Comenzar por los nudos canónicos (equilibrio)
- Plantear las ecuaciones de equilibrio de cada nudo

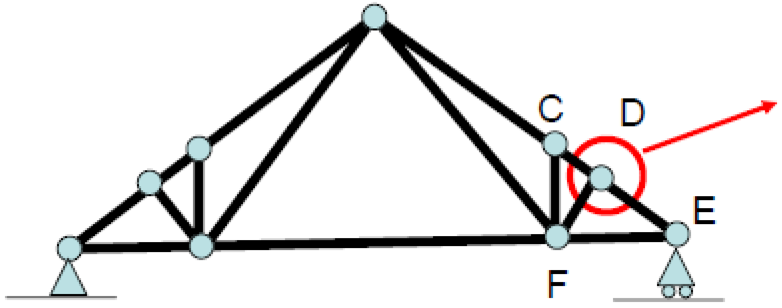
Ejemplo

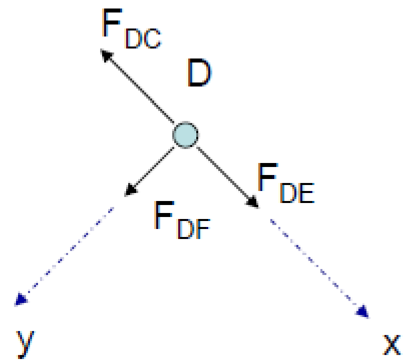


$$\sum F_x = F_{CB} = 0$$

$$\sum F_y = F_{CD} = 0$$

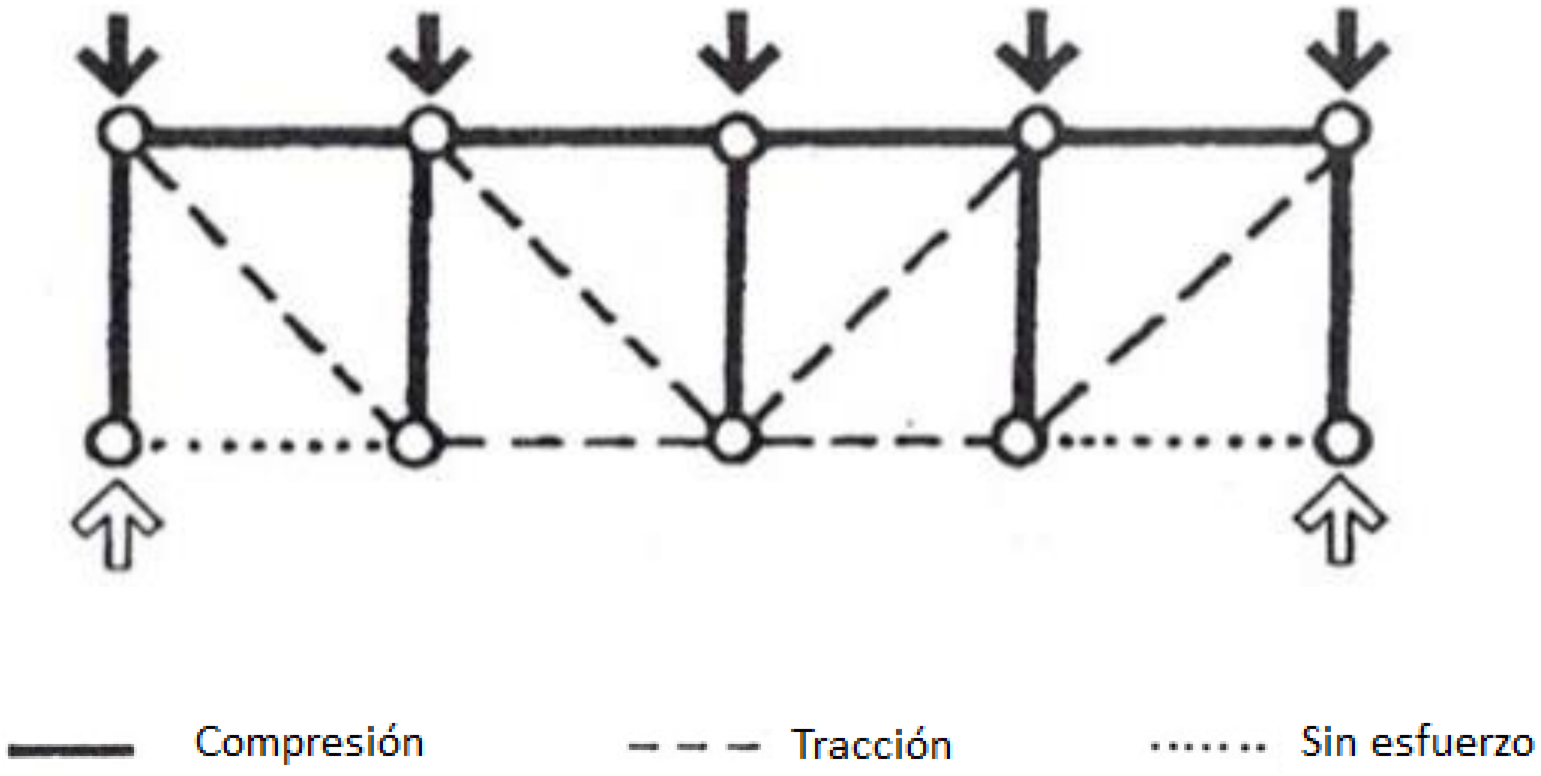
Ejemplo

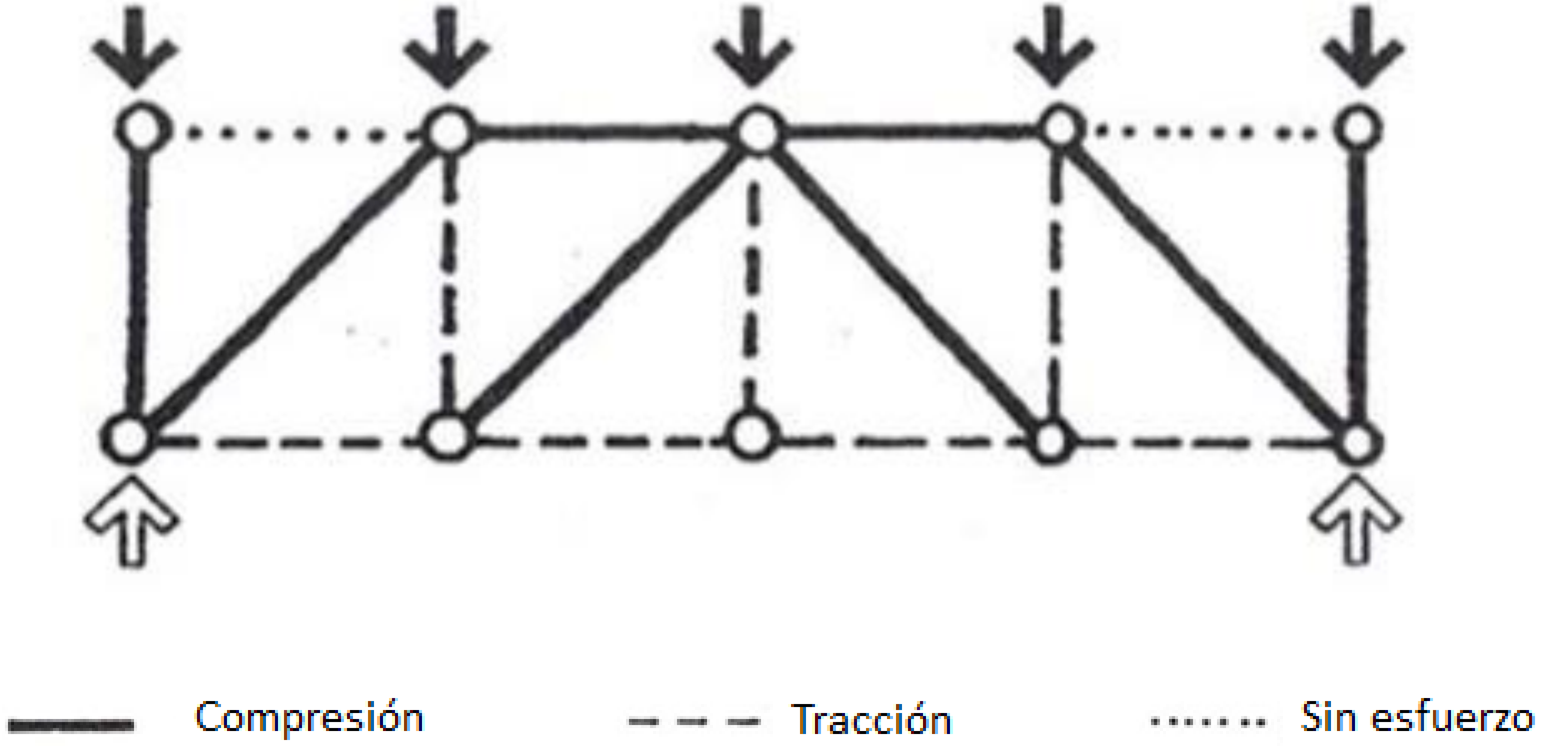


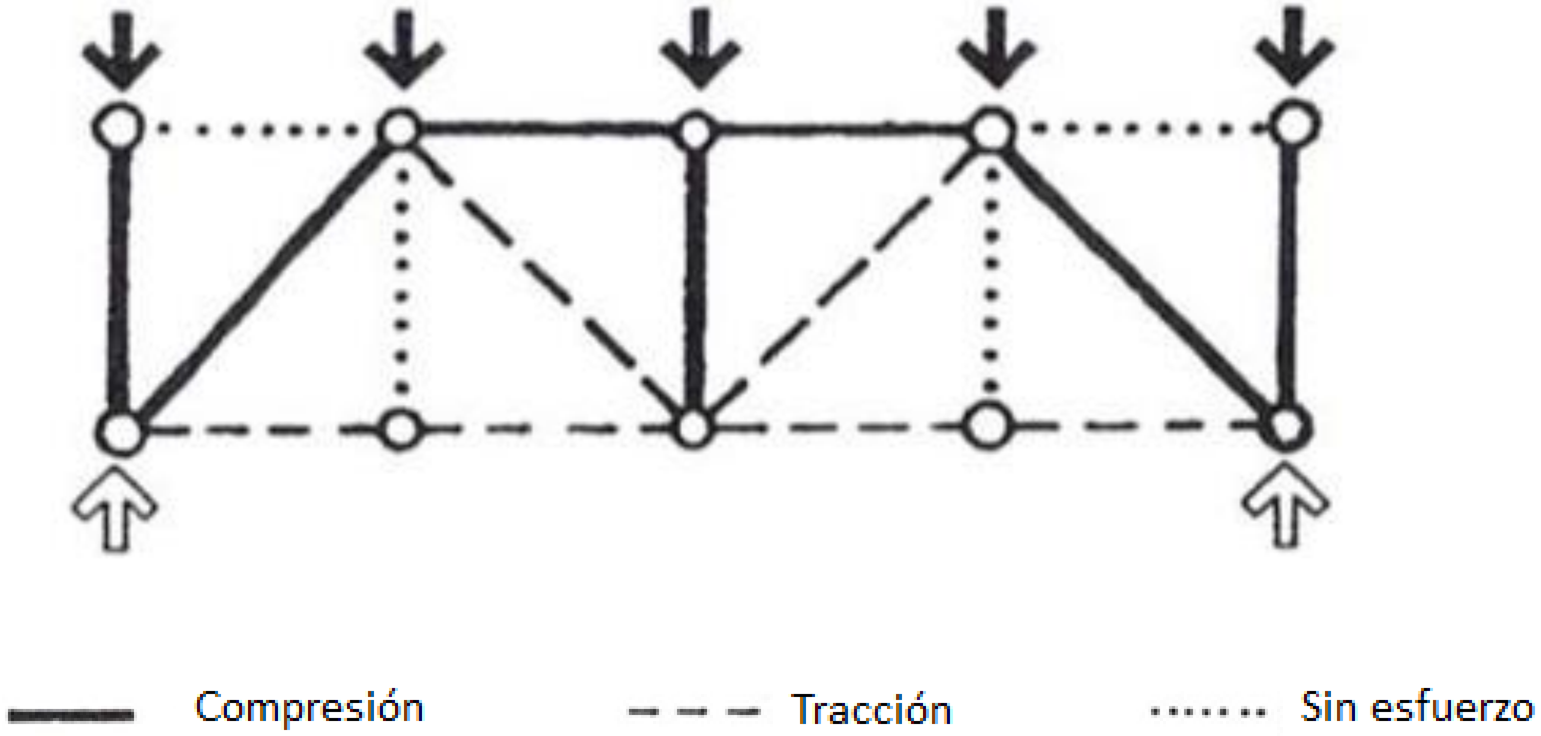


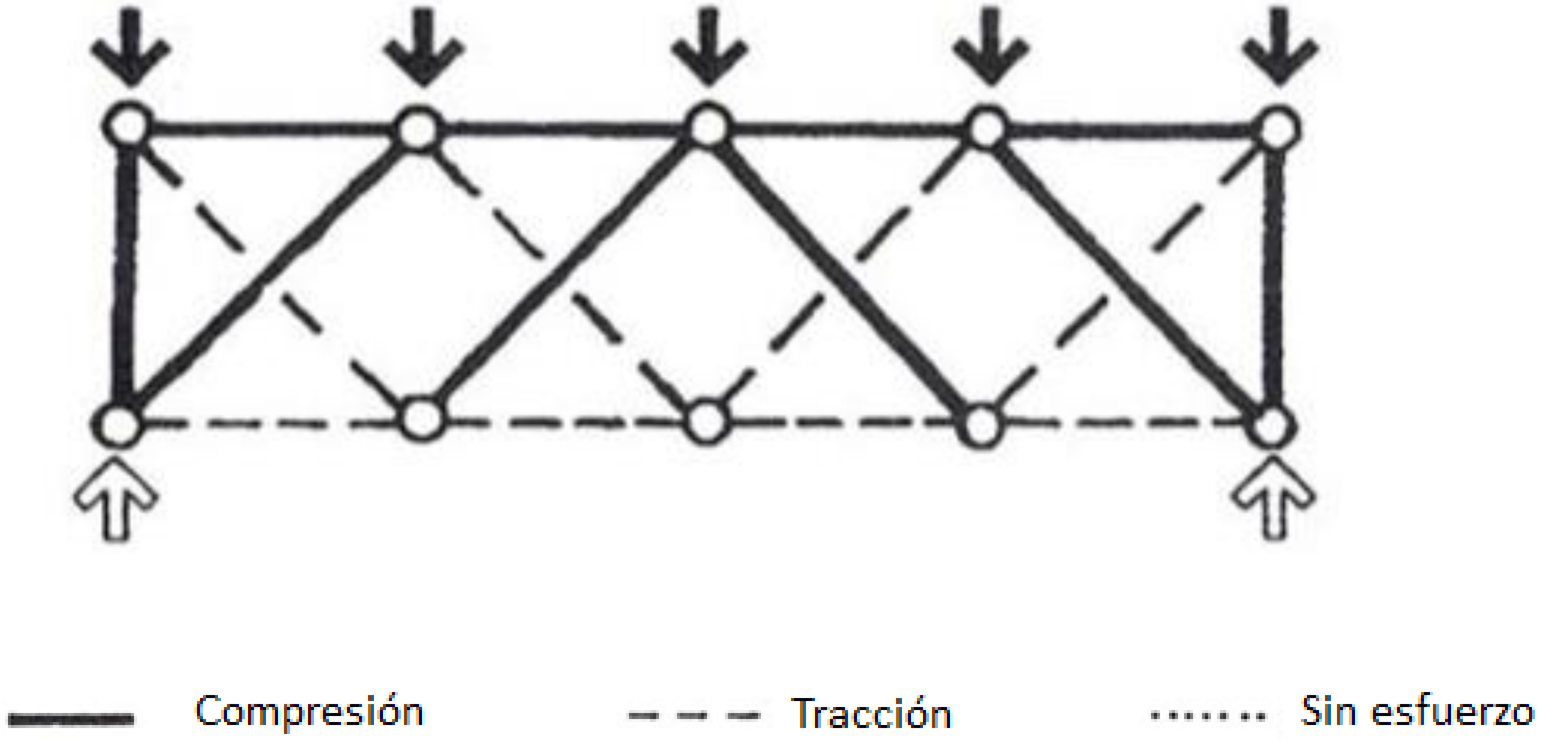
$$\sum F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{DC} \ y \ F_{DE} \quad \textit{iguales y contrarias}$$

$$\sum F_y = F_{DF} = 0$$

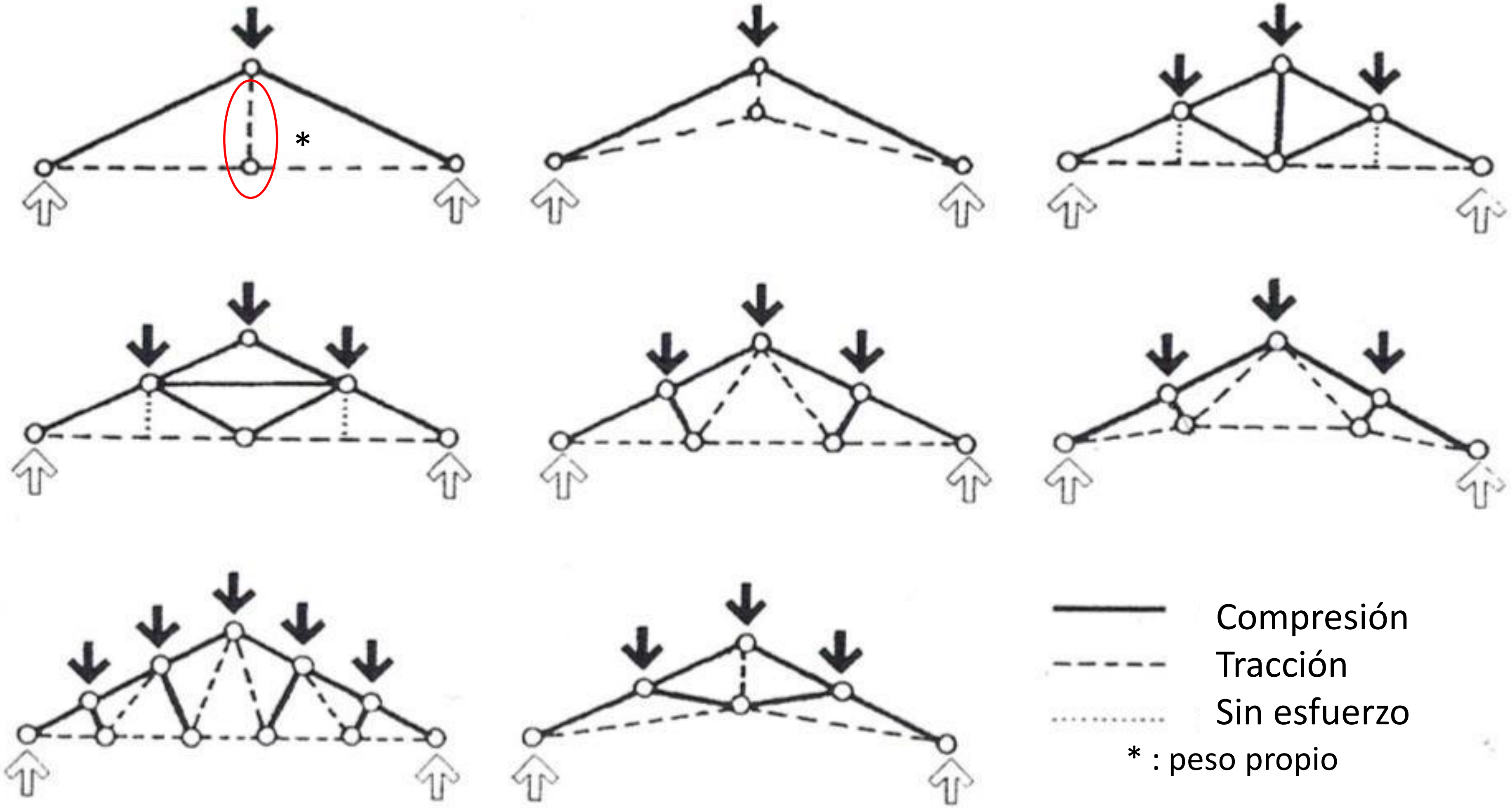

Compresión
Tracción
Sin esfuerzo


Compresión
Tracción
Sin esfuerzo

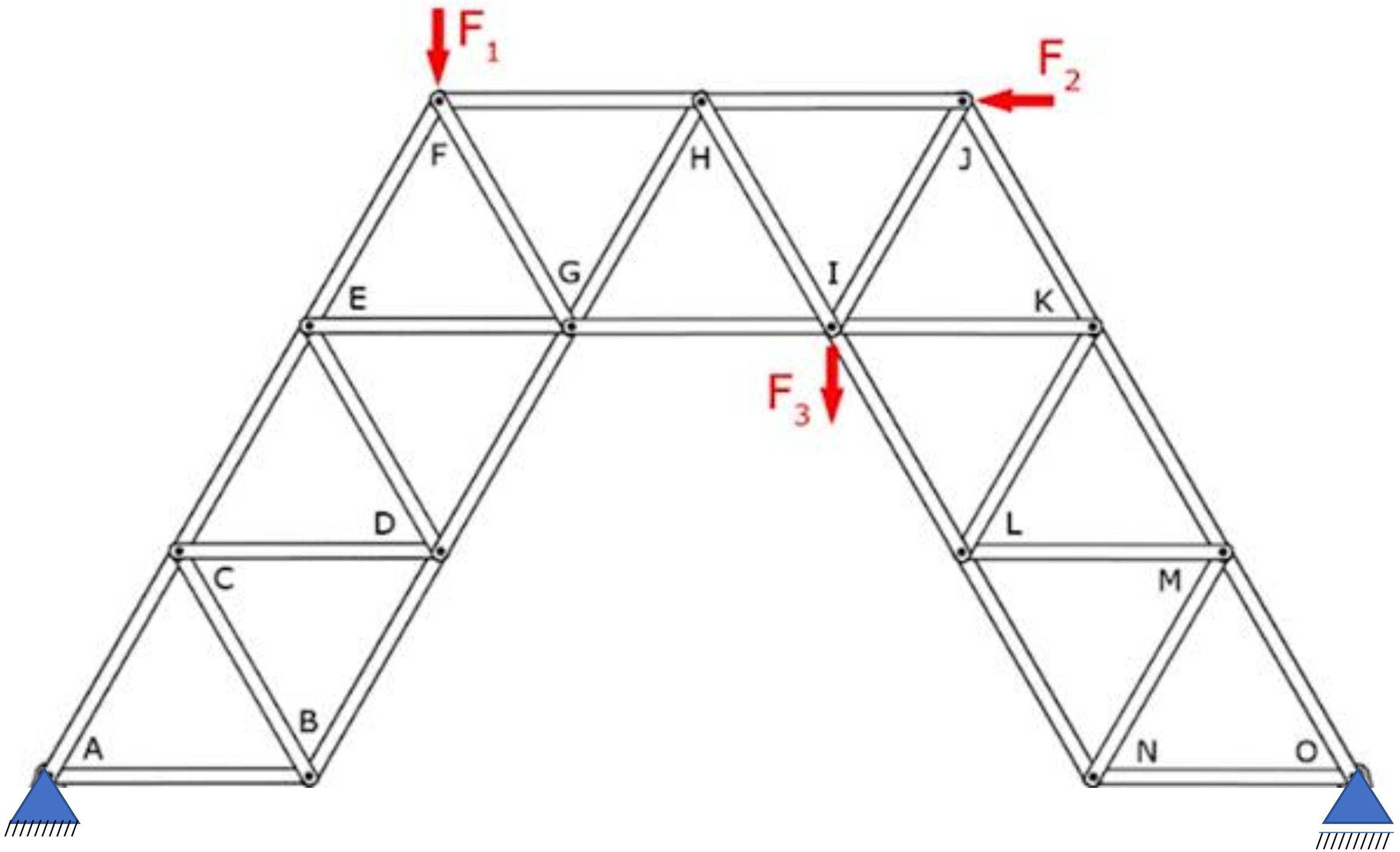

Compresión
Tracción
Sin esfuerzo


Compresión
Tracción
Sin esfuerzo

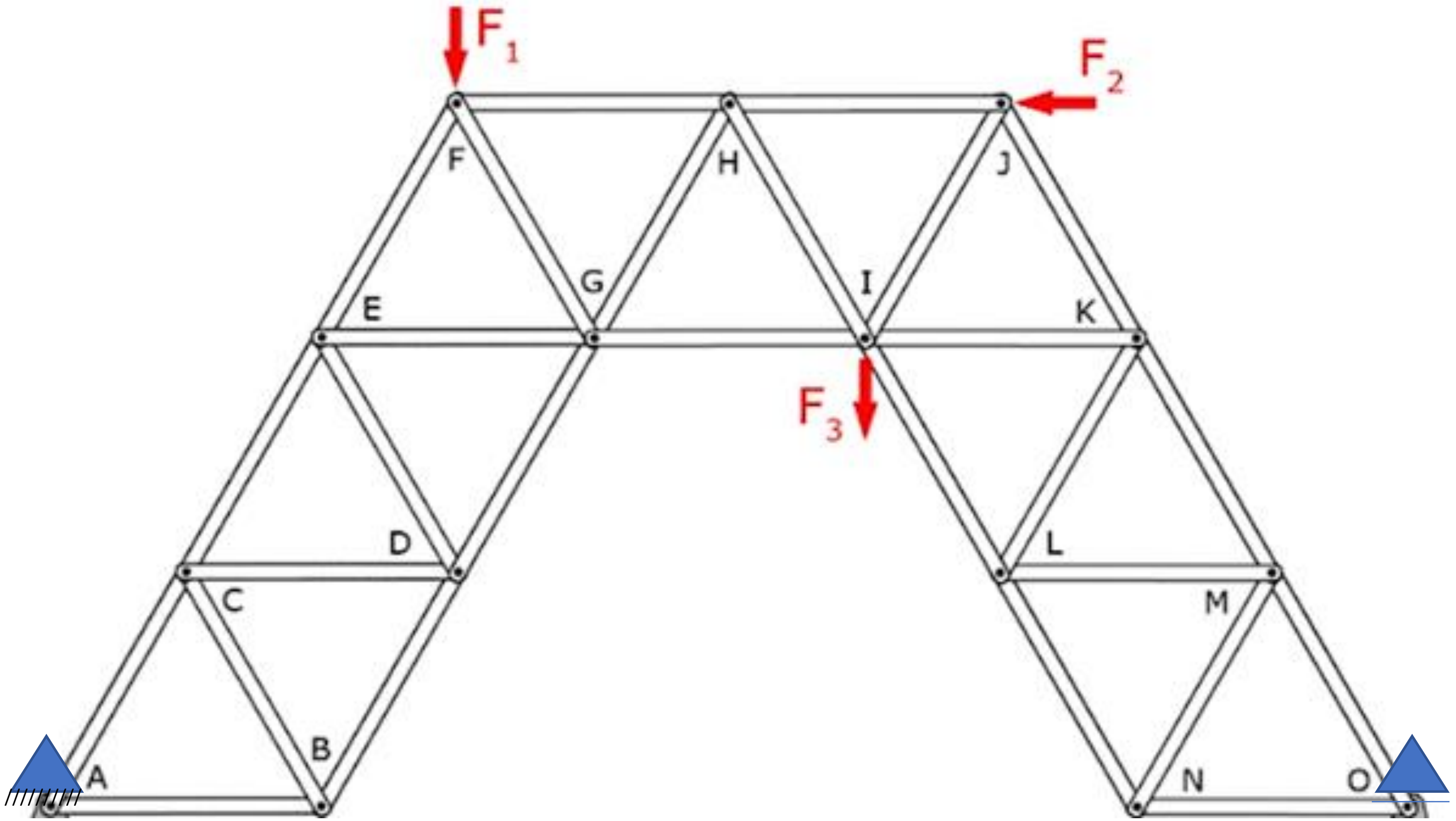
Ejemplos

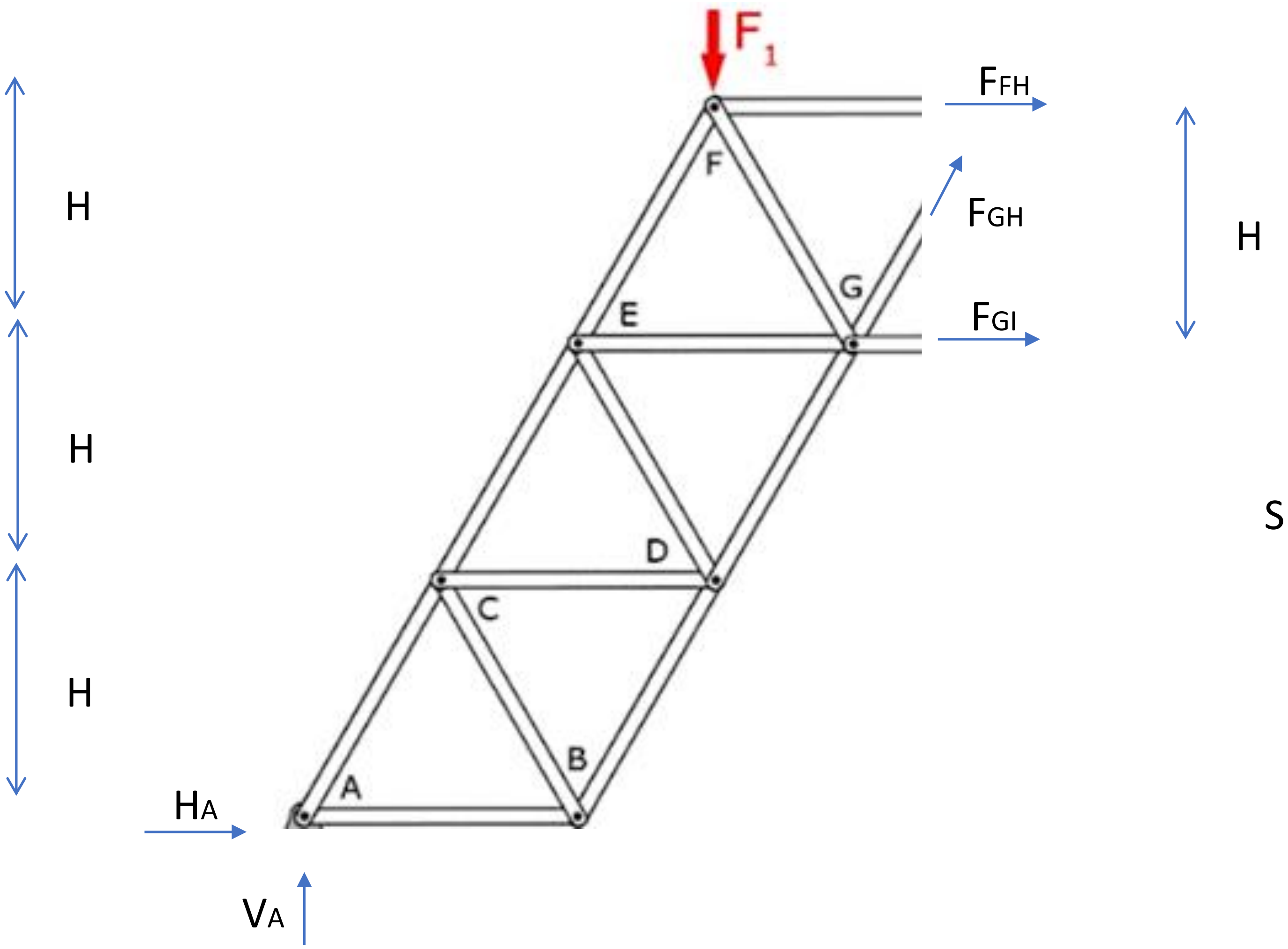


Ejemplo



Hallar la Fuerza en la barra GI

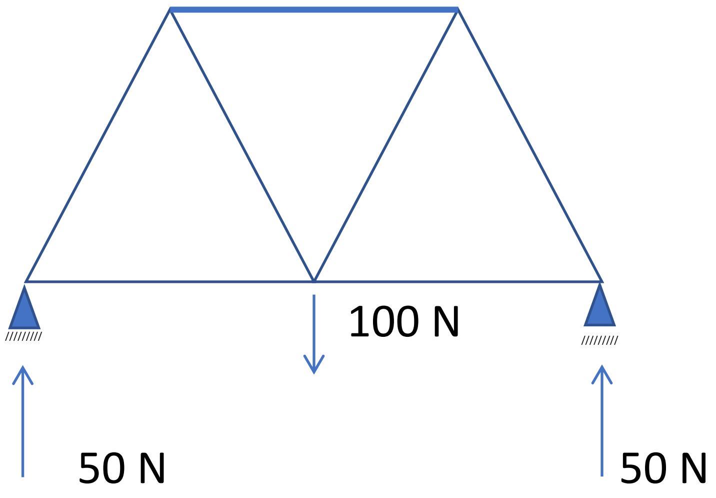


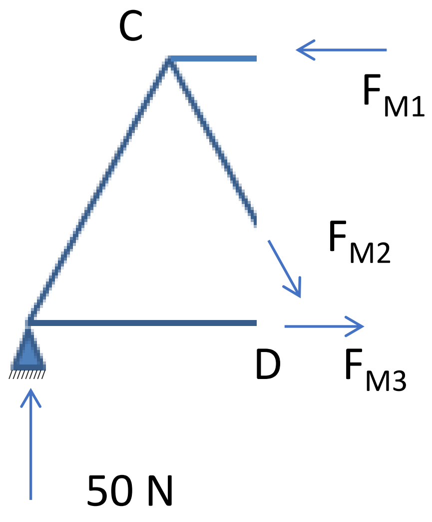


Suma(M_H)=0

Método de las Secciones

Consiste en cortar tres barras ni paralelas ni concurrentes y hacer equil.



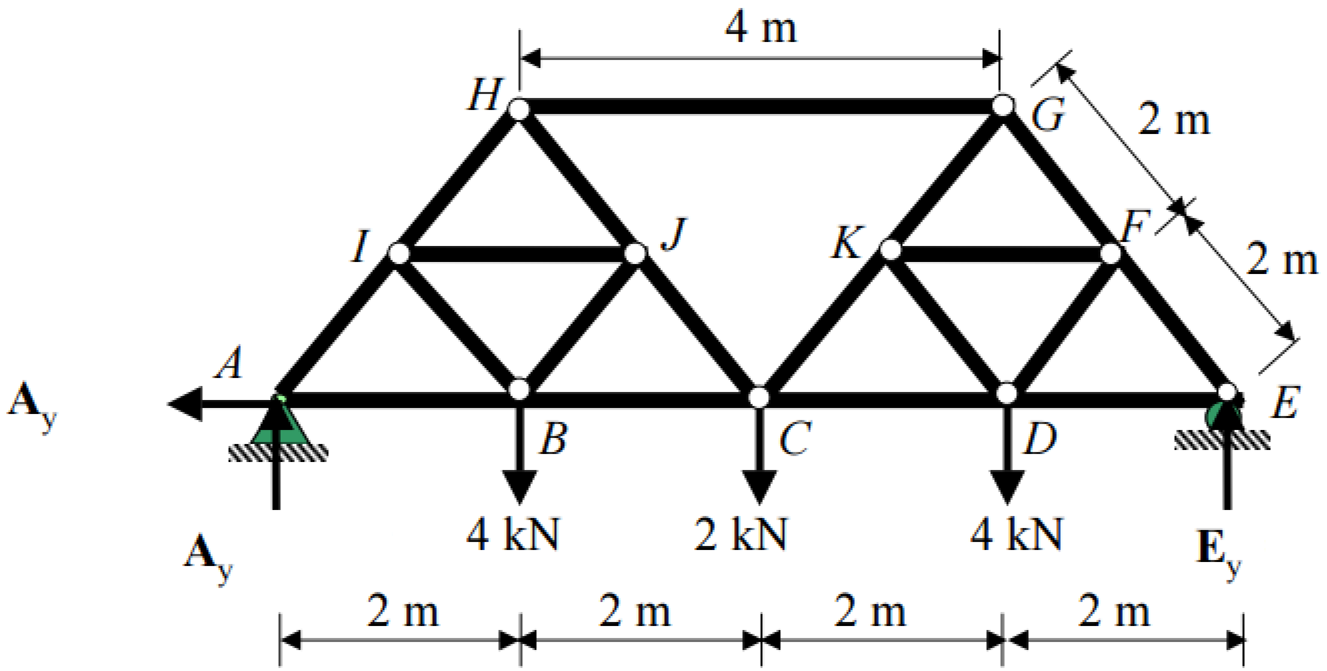


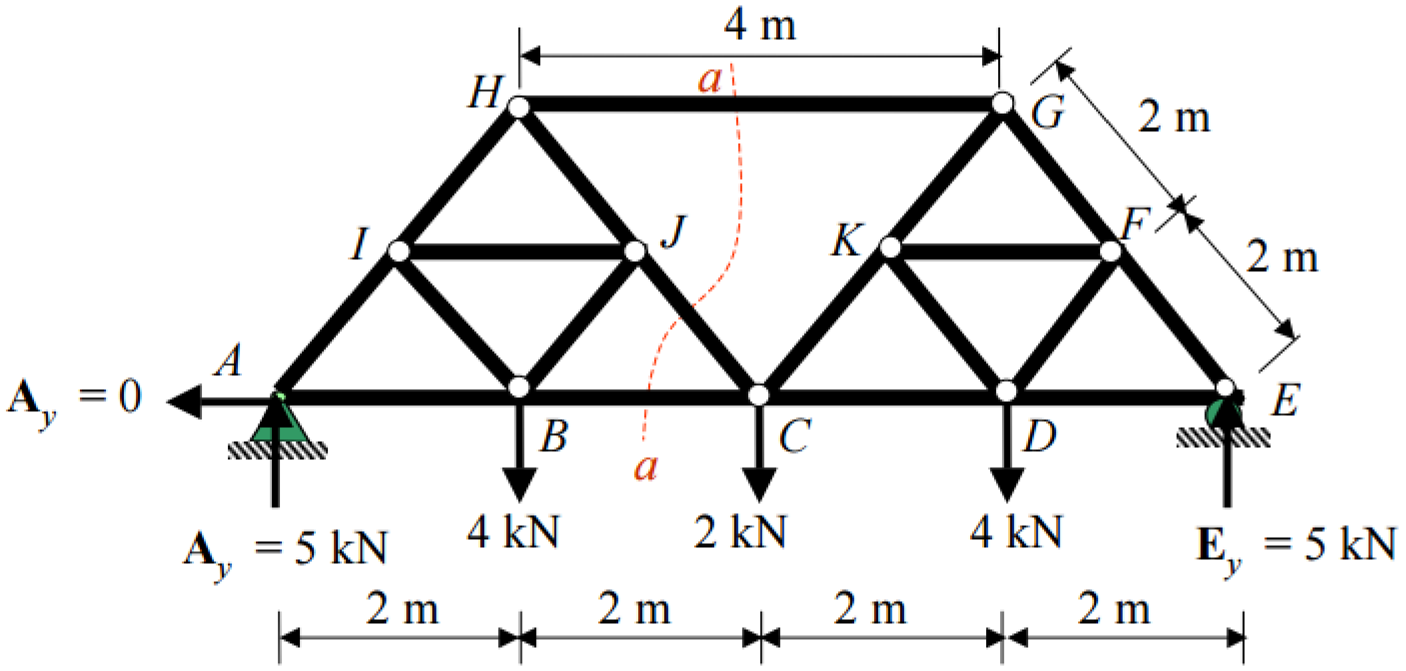
Suma $(M_C)=0$ → F_{M3}

Suma $(M_D)=0$ → F_{M1}

Ejemplo

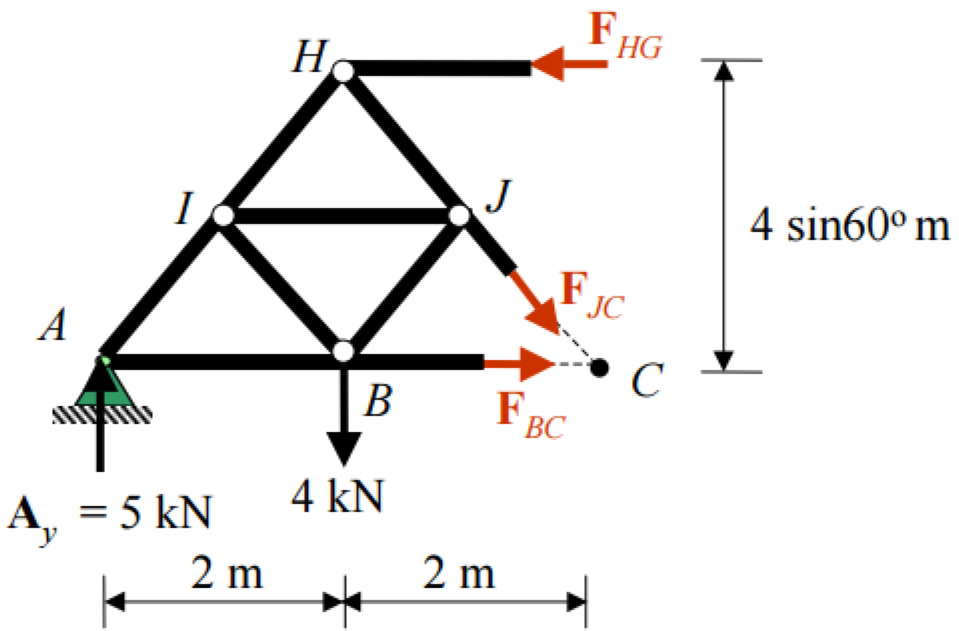
- Hallar la fuerza en la barra HG





4 m
2 m
2 m
H
G
a
I
J
K
F
A
E
B
C
D
a
$A_y = 0$
$A_y = 5$ kN
4 kN
2 kN
4 kN
$E_y = 5$ kN
2 m
2 m
2 m
2 m

Dirección de la Fuerza

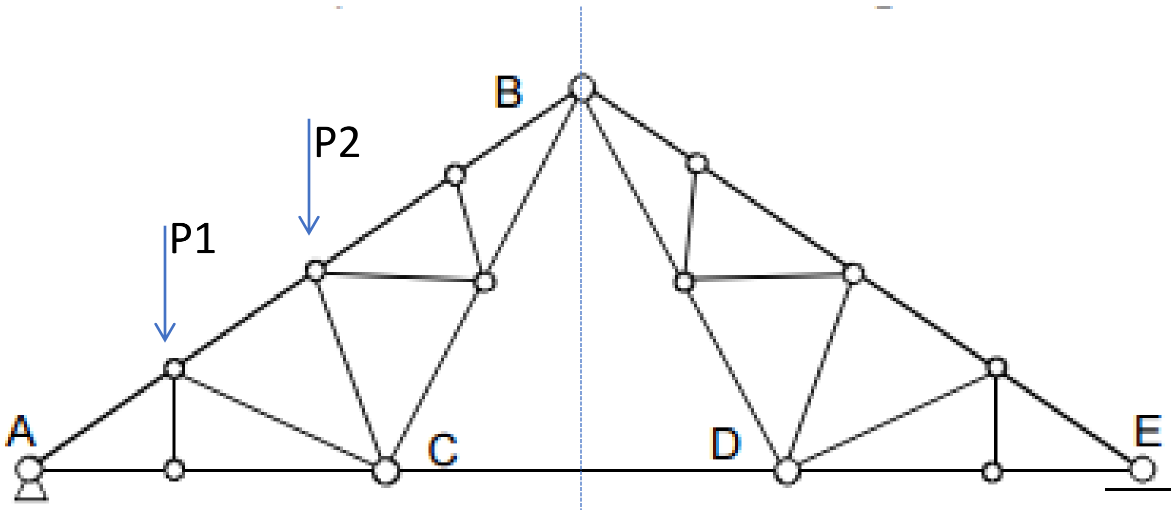


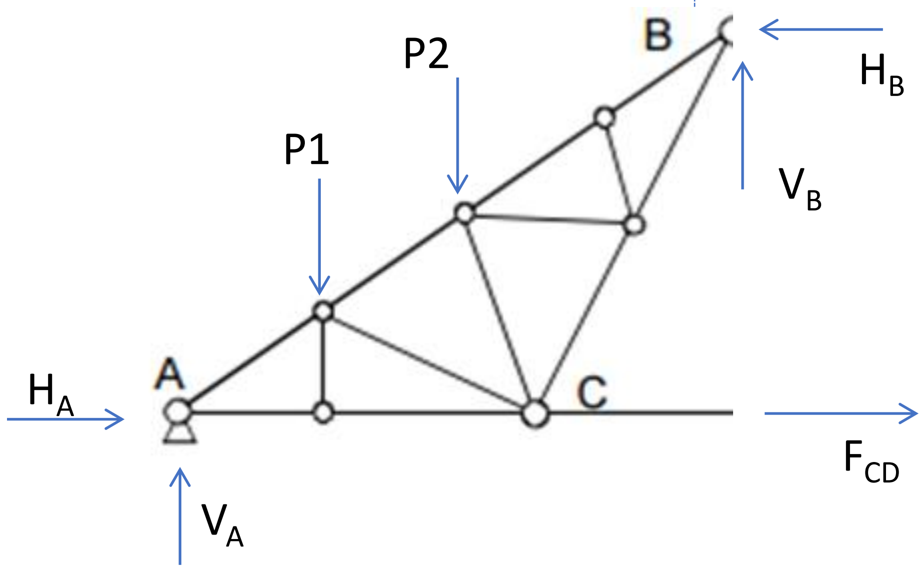
$\Sigma M_C = 0$:

$$-5(4) + 4(2) + F_{HG}(4\sin 60^{\circ}) = 0$$

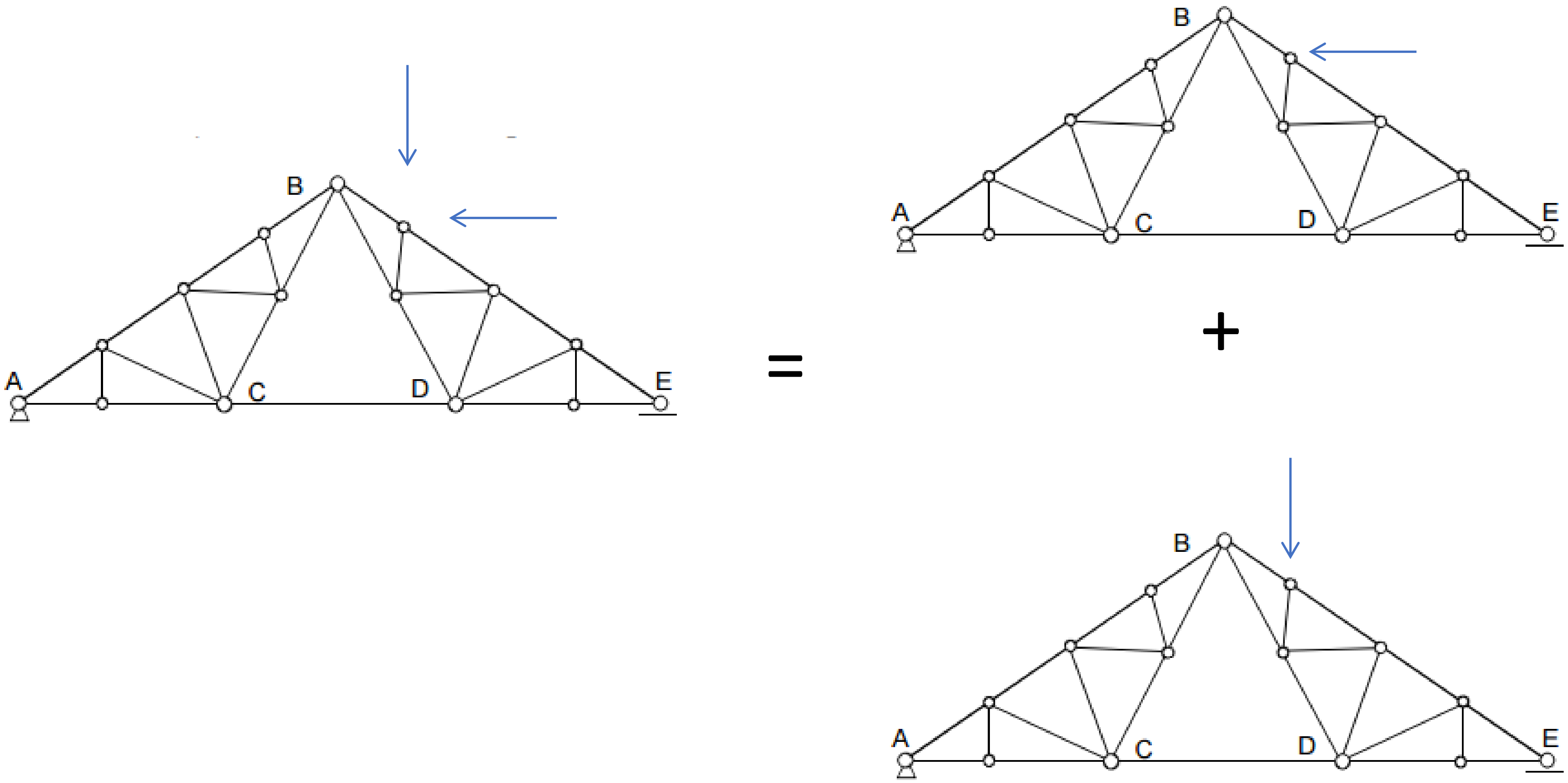
$$F_{HG} = 3.46 \text{ kN (C)}$$

EJEMPLO





Principio de Superposición



Este principio se cumple para condiciones de linealidad y elasticidad de los materiales.
Es válido para calcular las reacciones, las solicitaciones (Fuerzas Internas) y las tensiones.

Dimensionado

- Conocidas todas las fuerzas en un reticulado y dada la tensión admisible:

El dimensionado consiste en calcular el área mínima de la sección de las barras tal que para todas las barras se cumpla:

$$\sigma_{adm} \geq F/Area$$

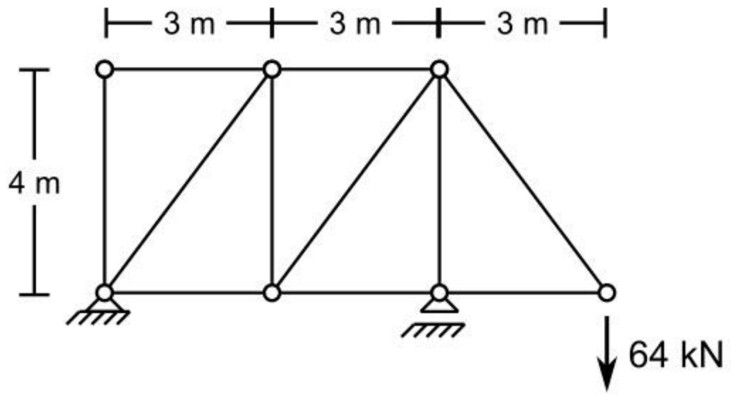
$$Area \geq F/\sigma_{adm}$$

Análisis cuantitativo

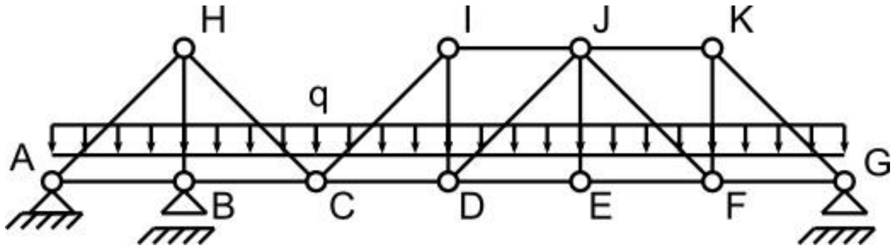
A) Cálculo de reacciones
En muchos casos es posible determinar las reacciones a tierra, en forma independiente de las fuerzas internas. Tal es el caso de los reticulados simples o de varios reticulados compuestos.

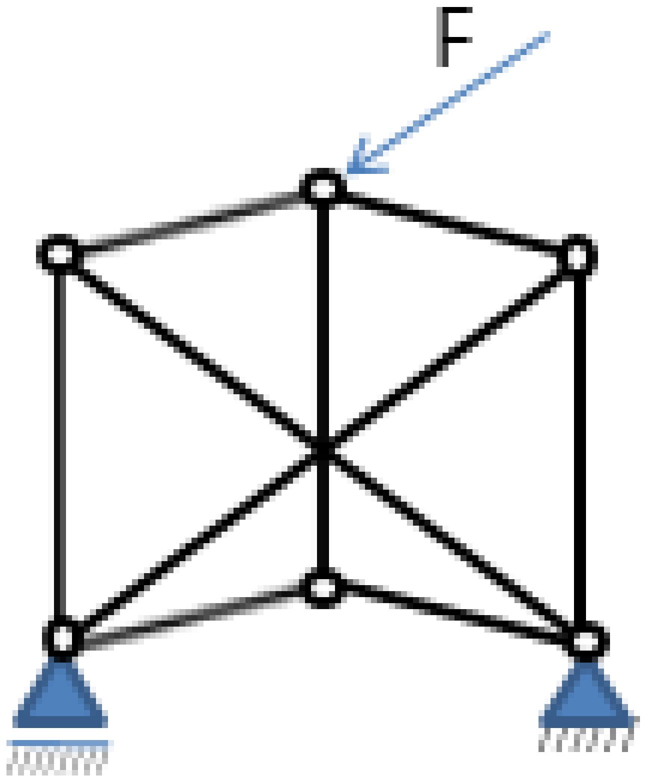
Halle las reacciones (V_A, H_A, etc.) y **resuelva las ecuaciones de equilibrio** en un **orden adecuado** (si es posible: una incógnita por cada ecuación)

Ejemplo:

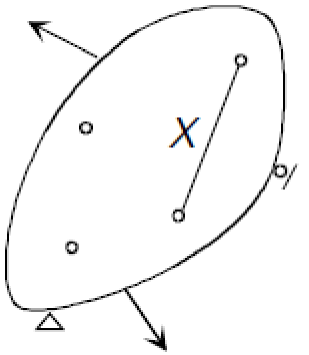


Ej.: Ex. Jul - 2014




F

Método *de Henneberg* (o de *sustitución de barras*)

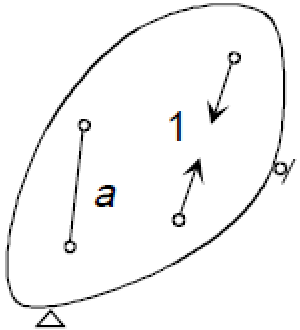


Estructura Original

Consideramos una estructura auxiliar, obtenida sustituyendo una barra con fuerza una **X** *(que representan las fuerzas que la barra era capaz de ejercer)*, y añadiendo una barra ficticia ***a*** en una posición conveniente.

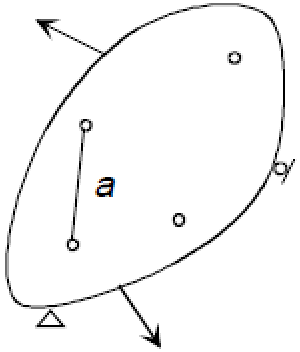
Si la fuerza añadida (***X***) es tal que el esfuerzo en la barra ***a*** resulta nulo, tendremos un sistema de fuerzas compatible con el reticulado original. Como **en los sistemas isostáticos, el sistema de fuerzas que equilibra la estructura es único,** el sistema hallado es la solución del problema.

Estado 0



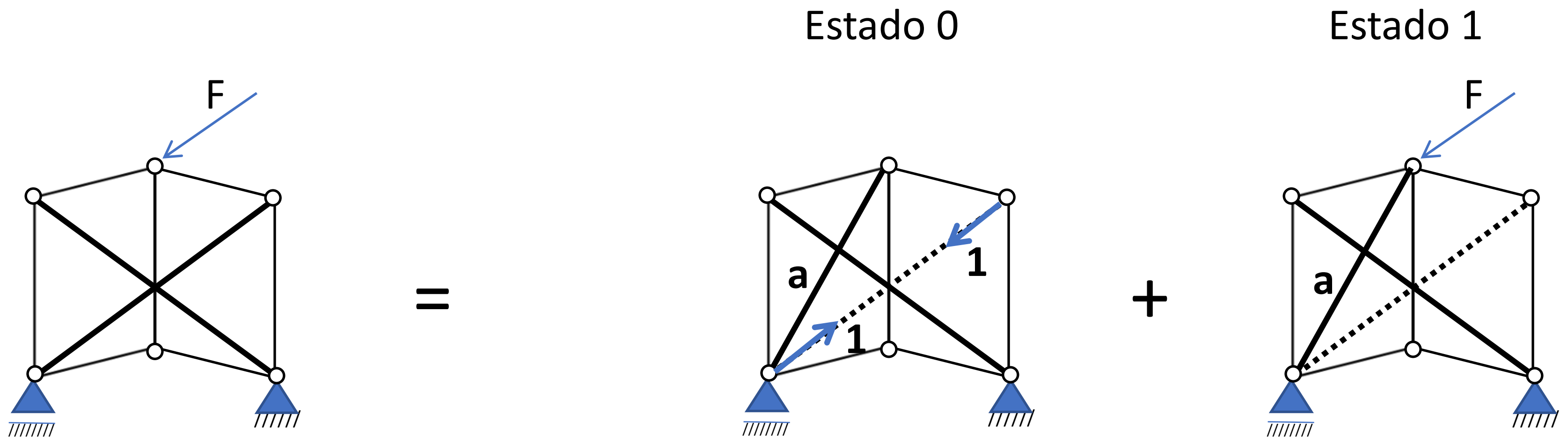
Estructura con barra sustituida y fuerza unitaria

Estado 1



Estructura con barra sustituida

Método *de Henneberg*



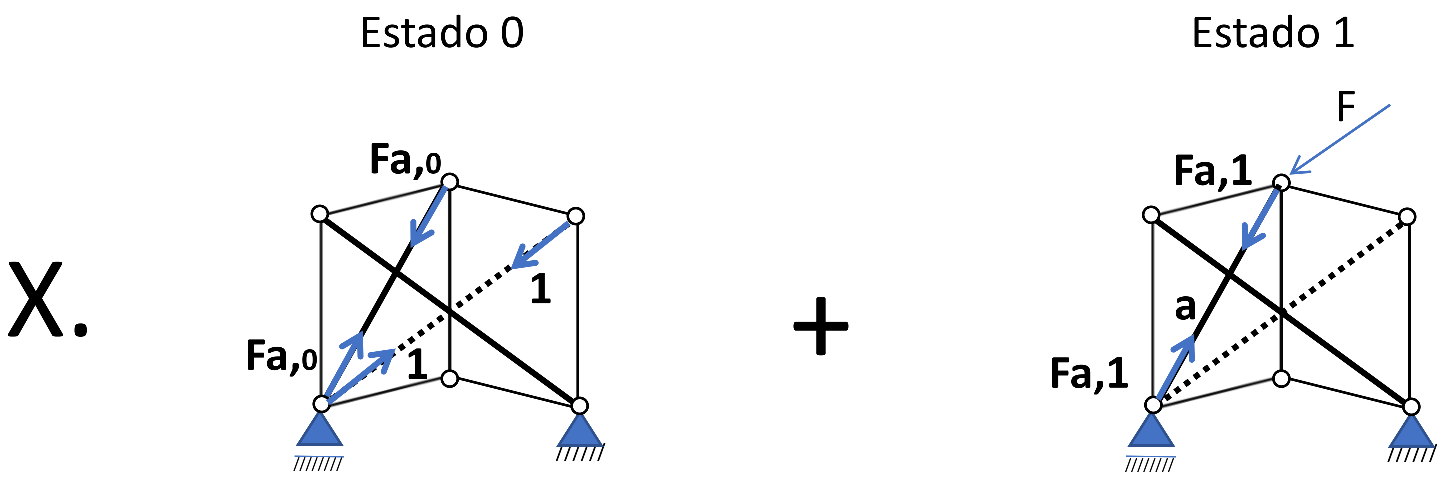
Para hallar las fuerzas transmitidas en el reticulado original, tengo que hallar el valor de la fuerza ***X*** tal que la fuerza en la barra $\boldsymbol{F_a}$ sea nula.

$$X \,/\, F_a(X) = 0$$

Tengo dos sistemas de fuerzas (las cargas originales *F*, **..**; y las cargas ***X***) que varían de forma independiente. Por lo tanto, es útil utilizar el principio de superposición.

Aplicando el ppio. de sup., para cada barra ***n***:
$\boldsymbol{F_n = X * F_{n,0} + F_{n,1}}$

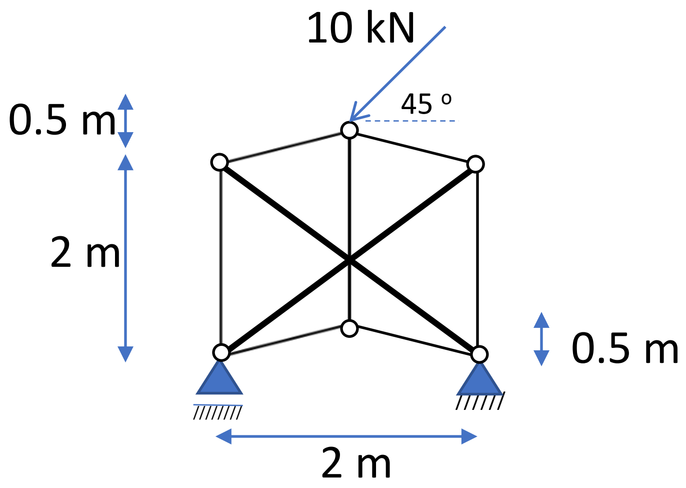
$$X = -\frac{F_{a,1}}{F_{a,0}}$$

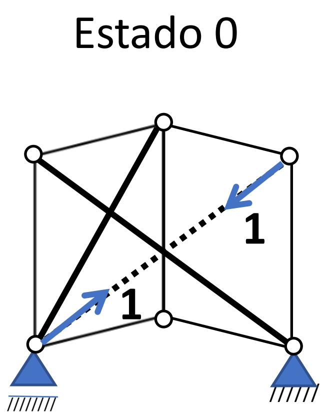


Multiplicamos por x a la fuerza de las barras en Estado 0, y al sumar estas con las fuerzas en las barras en el Estado 1, obtenemos la fuerza en las barras en el sistema original.

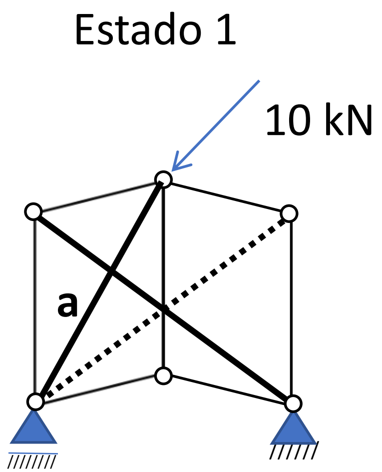
Imponiendo que la fuerza en la barra ficticia sea 0, obtenemos el valor de x.

Ejemplo

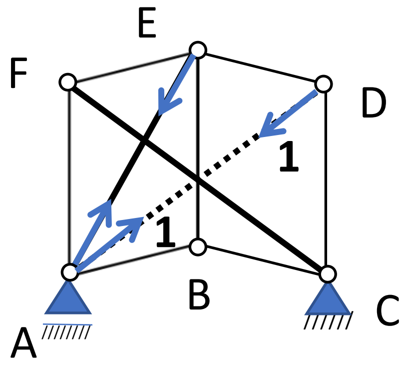




+



Estado 0



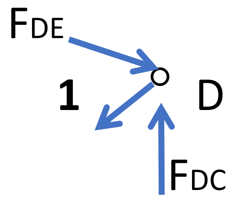
Las reacciones valen 0 por se F=1 fuerzas internas

$a=\tan^{-1}(0.5)$

Nudo D

Eq. Horizontal

$F_{DE}= 0.707/\cos(a)$

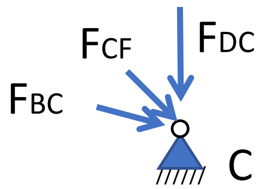


Eq. Vertical

$F_{DC}=0.707+F_{DE}\ \mathrm{sen}(a)$

Nudo C

Equilibrio horizontal



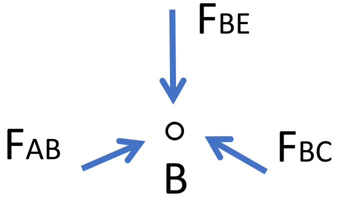
$0= \cos(a)\ F_{BC} + 0.707\ F_{CF}$

Equilibrio vertical

$0= \mathrm{sen}(a)\ F_{BC} + 0.707\ F_{CF} + F_{CD}$

$F_{BC}= F_{CD}/(\cos(a)-\mathrm{sen}(a))$

$F_{CF}= -F_{CD}/(\cos(a)-\mathrm{sen}(a))*\cos(a)/0.707$



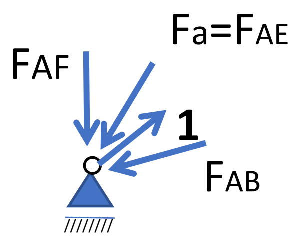
$0=F_{AB}\cos(a)-\cos(a)F_{BC}$

$F_{AB} = F_{BC}$

$F_{BE}=2\mathrm{sen}(a)F_{BC}$

Estado 0

Nudo A



Conocemos F_{AB}

Incógnitas F_{AF} y F_a

$b = \tan^{-1}(2.5)$

Eq. horizontal

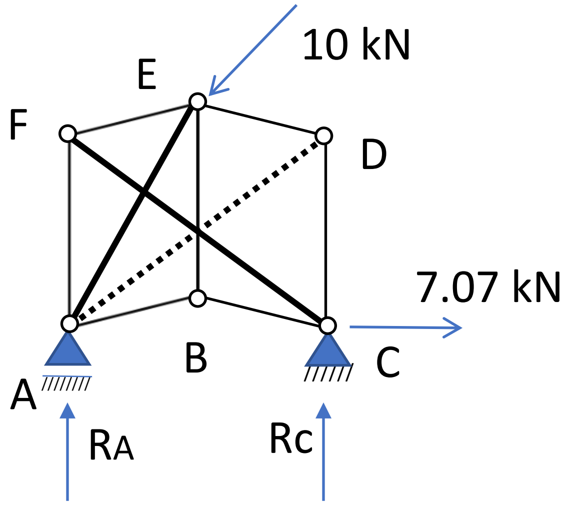
$F_{AB} \cos(a) - 0.707 + F_a \cos(b) = 0$

$\mathbf{F_{a0} = (0.707 - F_{AB} \cos(a))/\cos(b)}$

Eq. Vertical

$F_{AB} \operatorname{sen}(a) - 0.707 + F_a \operatorname{sen}(b) + F_{AF} = 0$

Estado 1



Nudo D

F_{CD} ?

F_{DE} ?

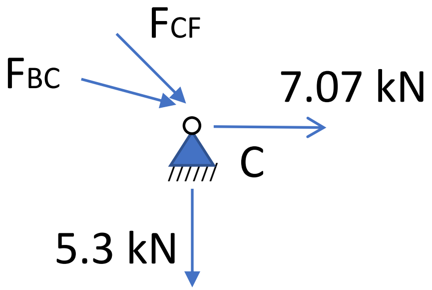
Equilibrio

Suma (F_v=0)
$R_A + R_C = 7.07$ kN

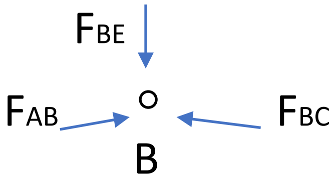
Suma (F_h=0)
$H_C = 7.07$ kN

Suma (M_A=0)
$R_C*2+7.07*2.5-1*7.07=0$
$R_C=-1.5*7.07/2$
$R_C=-5.3$ kN
$R_A=12.4$ kN

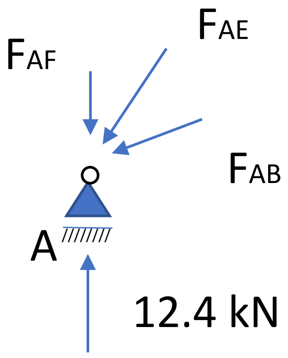
Nudo C



Nudo B
F_{BC} y F_{AB}



Estado 1



$F_{AE}\cos(b)+F_{AB}\cos(a)=0$

$\mathbf{F_{a1}=-F_{AB}\cos(a)/\cos(b)}$

$\mathbf{X=-F_{a1}/F_{a0}}$